

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебное пособие

Казань 2019

УДК 621.311
ББК 31.26/27
М54

Авторы:

**И.А. Муратаев, Г.А. Муратаева, Д.А. Ярославский,
Р.Г. Хузяшев, М.П. Горячев**

Рецензенты:

канд. техн. наук, главный специалист Службы релейной защиты
и автоматики Филиала АО «СО ЕЭС» РДУ Татарстана *И.Ю. Иванов*;

д-р техн. наук, профессор Казанского государственного
энергетического университета *Н.К. Андреев*

М54 Моделирование режимов работы электроэнергетических систем:
учебное пособие / И.А. Муратаев [и др.] – Казань: Казан. гос. энерг.
ун-т, 2019. – 94 с.

В учебном пособии рассматриваются математические модели элементов электроэнергетических систем, применяемые для расчета установившихся режимов и переходных процессов: модели линий электропередач, трансформаторов, нагрузки и модели генератора. Рассмотрены современные методы расчета установившегося режима электроэнергетической системы при любой форме задания состояния электрической сети, когда при расчете установившегося режима соответствующие математические модели представляются в виде системы нелинейных алгебраических уравнений. Построенные математические модели реализуются разными методами.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по образовательной программе направления подготовки 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника», направленность «Электроэнергетические системы, сети, электропередачи, их режимы, устойчивость и надежность»

УДК 621.311
ББК 31.26/27

© Муратаев И.А., Муратаева Г.А., Ярославский Д.А., Хузяшев Р.Г.,
Горячев М.П., 2019 г.

© Казанский государственный энергетический университет, 2019 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В учебном пособии рассматриваются вопросы математического моделирования технических объектов и физических процессов при решении инженерных задач в области электроэнергетики.

Электроэнергетические системы являются искусственными системами кибернетического типа, без применения соответствующего математического аппарата невозможен их анализ, исследование и управление ими.

Каждому используемому элементу математического моделирования должен соответствовать электроэнергетический термин. Применение методов математического моделирования способствует созданию и развитию новых математических моделей и совершенствованию инженерных технологий.

Дисциплина «Моделирование режимов работы электроэнергетических систем» взаимосвязана с дисциплинами «Высшая математика», «Теоретические основы электротехники», «Электроэнергетические системы и сети».

Учебное пособие состоит из 3 глав. В главе 1 даются определения основных понятий, описана классификация математических моделей. Рассматриваются три уровня представления математических моделей: микро-, макро- и метаровень.

Глава 2 содержит основные элементы электроэнергетической системы для моделирования объектов электроэнергетических систем в задачах, связанных с анализом установившихся режимов электрических сетей. Приводятся методы построения математических моделей, выбора их структуры и вычисления параметров моделей.

В главе 3 содержатся материалы по математическому моделированию установившихся режимов энергосистем, излагаются основы некоторых численных методов решения уравнений и систем линейных, нелинейных и дифференциальных уравнений. Представлены теоретические основы современных методов расчета установившихся режимов.

Учебное пособие написано коллективом авторов. Предисловие и глава 1 написана И.А. Муратаевым и М.П. Горячевым; глава 2 написана Г.А. Муратаевой и Д.А. Ярославским, глава 3 – И.А. Муратаевым и Р.Г. Хузяшевым. Написанное учебное пособие является первой работой, посвященной моделированию режимов электроэнергетических систем, разработанной в КГЭУ.

В процессе изучения дисциплины «Моделирование режимов работы электроэнергетических систем» у студентов формируются:

- способность самостоятельно выполнять исследования;
- способность оценивать риск и определять меры по обеспечению безопасности разрабатываемых новых технологий, объектов профессиональной деятельности.

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1.1. Электроэнергетическая система и режимы ее работы

Под электроэнергетической системой понимают электрическую часть единой энергетической системы, представляющую собой совокупность элементов, предназначенных для производства, преобразования, передачи, распределения и потребления электрической энергии. На рис. 1.1 представлена принципиальная схема относительно простой электроэнергетической системы.

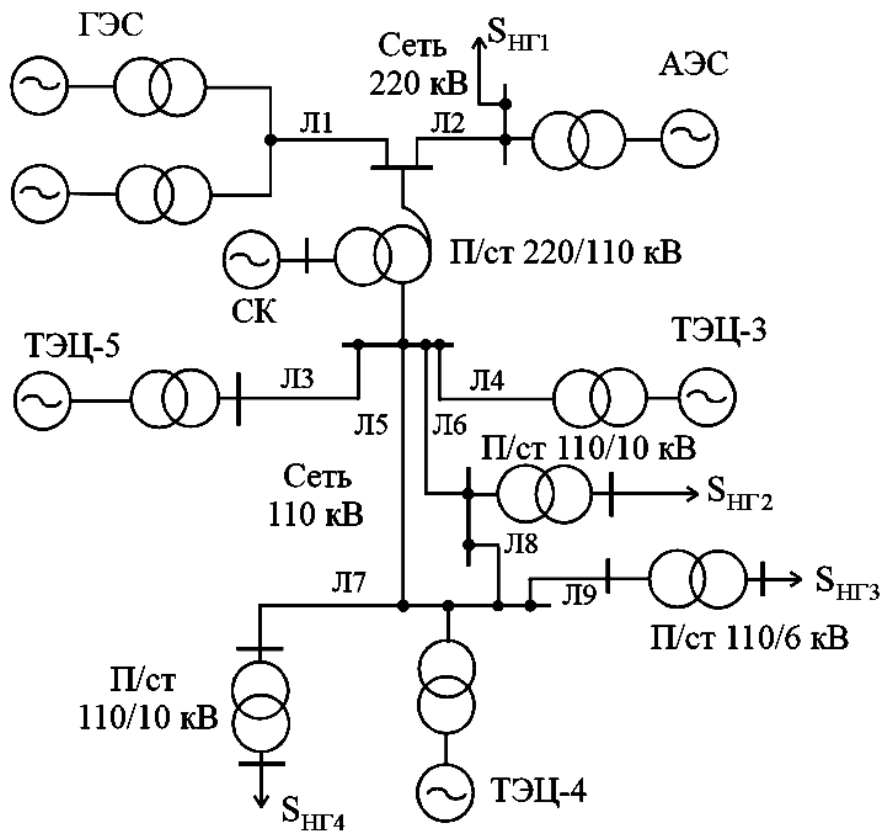


Рис. 1.1. Принципиальная схема электроэнергетической системы

Работа электроэнергетических систем (ЭЭС) и сетей характеризуется их режимами, отражающими с помощью параметров режимов их состояние в любой момент времени или на некотором интервале времени.

Под режимом работы ЭЭС понимают совокупность процессов, происходящих в системе и определяющих в любой момент времени состояние параметров режима. К параметрам режима ЭЭС относятся напряжения в узлах сети, токи и потоки мощности в участках, токи и мощности в узлах, потери активной мощности.

Три основных вида режимов работы ЭЭС:

- нормальные установившиеся режимы;
- послеаварийный;
- переходный.

В нормальном и послеаварийном режимах происходит плавное изменение параметров режима, которые колеблются вокруг их средних значений. Это установившиеся режимы. Установившийся режим описывается с помощью линейных или нелинейных алгебраических уравнений – в зависимости от способа задания нагрузок в узлах сети (токи или мощности) [1–3]. В переходном режиме – переход от нормального к послеаварийному режиму. Происходит значительное и быстрое изменение параметров режима.

Задача моделирования установившихся режимов ЭЭС заключается в определении совокупности параметров, характеризующих работу системы:

- напряжений в узлах системы,
- токов в элементах,
- потоков и потерь мощности.

Установившийся режим электрической системы может моделироваться при различных параметрах системы в зависимости от физической сути и цели расчета [4, 5]. Моделирование установившегося режима в электрической сети принадлежит к числу часто решаемых задач на всех временных и территориальных уровнях диспетчерского управления, а также в проектных и научно-исследовательских организациях. Оно производится для проверки допустимости планируемого режима при краткосрочном, долгосрочном и перспективном планировании, при разрешении заявок на ремонты основного оборудования электростанций и электрических сетей, при выборе уставок противоаварийной автоматики и решении ряда других вопросов. Кроме того, методы и алгоритмы расчетов установившегося режима электрической сети являются основой методов более сложных расчетов, в частности методов оптимизации режимов электрической сети.

1.2. Понятие модели и моделирования

Моделирование можно рассматривать как замещение исследуемого объекта его условным образом, описанием или другим объектом, именуемым моделью и имеющим свойства и характеристики, причем по сравнению с оригиналом модель имеет существенные преимущества для определенного вида работы с ней, а именно: наглядность, доступность испытаний и т.п. Современные электроэнергетические системы содержат большое количество

элементов, имеют многообразные внутренние и внешние связи и требуют большого объема информации для описания режимов их работы. Модель представляет собой некоторую систему, находящуюся в отношении подобия к моделируемому объекту. Моделирование в ЭЭС позволяет заменить сложные, а иногда и невозможные эксперименты на реальных объектах экспериментированием на их моделях. При этом появляется возможность моделировать и исследовать поведение ЭЭС в аварийных ситуациях, ее реакцию на технологические воздействия, связанные с изменением нагрузок в узлах, конфигурации сети, отключением или подключением отдельных элементов и т.д. Моделирование обычно выполняется с целью познания свойств оригинала путем исследования его модели, а не самого объекта [6].

В процессе познания у человека (субъекта) формируется мысленный образ объекта, который обладает присущими этому объекту свойствами (цвет, запах, размеры, вес, изменчивость во времени и др.). Такой мысленный образ есть мысленная (идеальная) модель объекта (рис. 1.2).

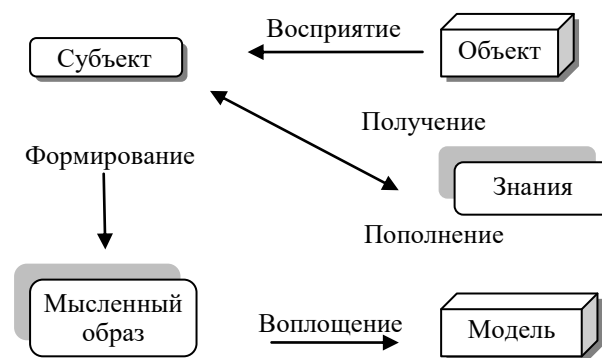


Рис. 1.2. Схема формирования модели

Познавательный процесс человека носит целенаправленный характер, а именно: во всех случаях субъект решает некоторую задачу для достижения своих целей. Задача выделяет из бесконечного множества свойств объекта конечную совокупность и дает возможность перейти к обозримому по своим масштабам «заместителю» объекта – модели. Задача – это фильтр, позволяющий отсеять из всей информации об объекте несущественную. Таким образом, задача определяет характер формируемой модели.

Рассмотрим трансформатор заданной мощности, с возможным диапазоном изменения напряжений на первичной и вторичной обмотках. В качестве ограничений учтем требования по допустимым потерям холостого хода и работе на линейной части характеристики намагничивания сердечника и габаритам трансформатора. В этом случае необходимо учитывать

электрические, магнитные, конструктивные, геометрические, тепловые свойства трансформатора [7].

Вводить понятие модели без четкого указания задачи или задач неправомерно. Вне контекста задачи или класса задач понятие модели не имеет смысла.

Фундаментальным свойством модели является простота по отношению к объекту. Модель всегда «беднее» объекта в информационном отношении. «Точная модель» недоступна, как и сам оригинал. Задача своими условиями и требованиями позволяет определить ограничения и допущения в построении любой модели.

Человечество за свою жизнь накопило огромное количество теорий и законов. Это практически достоверное обобщенное описание объектов реального мира.

Иногда для решения частных задач вводятся еще большие ограничения и допущения, которые упрощают известные теории и законы. В этом случае появляются модели моделей, в которые переходят все допущения и ограничения исходных моделей.

1.3. Классификация моделей

Существуют разные способы классификации моделей:

- по классам задач;
- по области использования;
- по способу представления и др.

Из **классов задач**, по которым разделяют модели, можно назвать анализ, синтез, конструирование, проектирование, управление, утилизация.

По **области использования** модели разделяют на:

- учебные – наглядные пособия, различные тренажеры, обучающие программы;
- опытные – копии объектов, которые используются для исследования объекта и прогнозирования его характеристик в будущем;
- научно-технические, используемые для исследования процессов и явлений (различные стенды, моделирующие физические и природные явления);
- игровые – военные, экономические, спортивные и деловые игры;
- имитационные, которые моделируют с той или иной точностью работу объекта в различных условиях и, как правило, с учетом случайных факторов. Алгоритм (компьютерная программа), реализующий имитационную модель, воспроизводит процесс функционирования системы во времени,

причем имитируются элементарные события, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательностью протекания во времени. Это позволяет по исходным данным получить сведения о состоянии процесса в определенные моменты времени, дающие возможность оценить характеристики системы. Примером имитационной модели может служить программа расчета аварийного переходного процесса в электроэнергетической системе, когда во время протекания процесса имитируются события срабатывания различной автоматики и коммутации оборудования системы.

Способ представления модели – наиболее важный признак классификации моделей. Модели можно условно разделить на две группы: *материальные* и *идеальные*. Первой группе соответствует предметное моделирование, а второй – абстрактное. Основными разновидностями предметного моделирования являются физическое, аналоговое моделирование и геометрически подобные модели (рис. 1.3).



Рис. 1.3. Классификация моделей по способу представления

Физическим принято называть моделирование, при котором реальный объект заменяется его увеличенной или уменьшенной копией, сохраняющей геометрические пропорции и физические принципы действия. При физическом моделировании используется теория подобия, которая позволяет установить количественное отношение между свойствами модели и реального объекта, в которых они сохраняются и, используя эти соотношения, по зависимостям, обнаруженным в модели, строить зависимости, справедливые для реального объекта. Кроме того, при физическом моделировании может использоваться не одна, а несколько моделей [8].

Так, например, работу гидравлической турбины можно исследовать на лабораторной установке, воспроизводящей в масштабе настоящую турбину. Исследование работы генератора электростанции также можно выполнить на малой электрической машине переменного тока. Модели автомобилей, судов, самолетов, луноходов и других машин, которые являются физическими моделями, помогают инженерам исследовать механические, тепловые, электрические, магнитные, химические и другие свойства различных машин.

Аналоговое моделирование основано на замене исходного объекта объектом другой физической природы, поведение которого определяется аналогичными физическими законами. Так, механические свойства движения вращающегося объекта (вала) можно исследовать на электрической модели, и наоборот, токи и напряжения электрической цепи можно моделировать с помощью сил и скоростей элементов механической системы. Получило развитие направление моделирования с помощью специальных аналоговых вычислительных машин (АВМ), в отличие от цифровых вычислительных машин (ЦВМ).

Многие физические и аналоговые модели исследуются в динамике, т.е. изменении их параметров и свойств во времени. Моделирование предусматривает масштабирование не только по переменным модели, но и по времени; таким образом, процессы, протекающие в моделях, воспроизводятся в замедленном или ускоренном движении.

Геометрически подобные модели – это макеты зданий, сооружений и природных объектов. Они изготавливаются для решения учебных, архитектурных, экологических и инженерных задач.

Идеальные модели – это абстрактные образы замещаемых объектов. Различают два типа идеального моделирования: вербальное и знаковое. Знаковые модели используют какой-либо формализованный язык – литературный, математический, алгоритмический и др. Вербальными можно считать образные модели в сознании людей и передаваемые ими посредством разговорной речи. Вербальное моделирование используется человеком для отражения окружающего мира и предсказания его реакций. Знаковое моделирование предполагает использование в качестве моделей знаков или символов: схемы, чертежи, графики, математические формулы и теории [9].

Знаковые и вербальные модели взаимосвязаны. Мысленный образ, родившийся в мозгу человека, может быть облечен в знаковую форму, и наоборот, знаковая модель позволяет сформировать в сознании верный мысленный образ.

Математические модели технических объектов должны быть по сложности согласованы с возможностями восприятия человеком и с возможностями ЭВМ оперировать этими моделями. Как правило, решить все задачи в рамках некоторого единого описания невозможно. Обычно требуется структурирование математических моделей на несколько иерархических уровнях, отличающихся детальностью описания технического объекта. Большинство математических моделей технических объектов можно отнести к одному из трех обобщенных уровней, называемых *микро-, макро- и метауровнями* [8].

1.4. Переменные в математических моделях

Переменные величины, входящие в математическую модель, различают по нескольким признакам:

1. По роли, которую переменные играют по отношению к объекту моделирования.

Традиционно выделяют два основных класса задач, связанных с математическими моделями: прямые и обратные.

Прямая задача: структура модели и все ее параметры считаются известными, главная задача – провести исследование модели для извлечения полезного знания об объекте.

На рис. 1.4 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор входных переменных, $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – вектор выходных переменных. Входные переменные, структура и параметры модели относятся к исходным данным, а выходные переменные представляют результат исследования: $Y = f(X)$ или $F(X, Y) = 0$, где известны характеристики X и f или F .

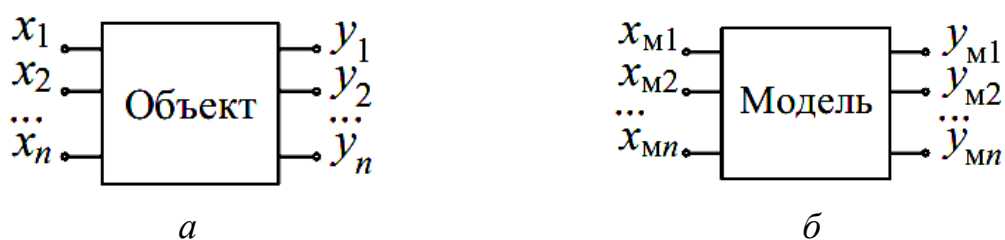


Рис. 1.4. Переменные в объекте и его модели

Обратная задача: известно множество возможных моделей (переменные X и Y доступны для измерения и исследования), надо выбрать конкретную модель на основании дополнительных данных об объекте. Чаще всего структура модели известна, и необходимо определить некоторые неизвестные параметры модели (f или F). Такие задачи называют задачами идентификации [7].

Входные переменные разделяют на управляемые (управляющие воздействия) и неуправляемые (возмущения). Первые позволяют выполнять регулирование режима работы объекта, а вторые меняются самопроизвольно, например погодные условия.

2. По подверженности воздействию случайным факторам. Детерминированная переменная означает, что для нее исключено влияние случайных факторов – она задается вполне определенным значением или меняется во времени по определенному закону. Некоторые переменные по своей природе или по влиянию на них случайных факторов являются случайными величинами. Процесс изменения такой величины во времени называется случайным или стохастическим процессом. К этим переменным можно отнести мощность нагрузки тяговой подстанции, которая зависит от загрузки контактной транспортной сети, или величину активного сопротивления провода линии электропередач (ЛЭП), в большой степени подверженного влиянию температуры окружающей среды.

В основе описания случайных переменных лежат методы теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики.

3. По свойствам непрерывности и дискретности. Изменения непрерывных переменных во времени описываются непрерывными функциями, которые могут принимать континуальное множество значений в некоторых практически всегда имеющихся пределах (рис. 1.5, а). Непрерывность, порожденная инерционностью материальных систем, является их неотъемлемым свойством. Однако на практике возможности разрешения близких значений функций и ее аргументов всегда ограничены; для каждого конкретного случая можно указать определенную область, в пределах которой эти значения становятся неразличимыми для наблюдателей или инструментальных средств. Очевидно, что такую область достаточно характеризовать единственным значением, что приводит к понятию дискретных переменных (рис. 1.5, б, в, г).

Дискретные переменные подразделяются на три типа:

- 1) дискретные относительно значений переменной (рис. 1.5, б);
- 2) дискретные относительно времени (рис. 1.5, в);
- 3) дискретные относительно значений переменной и относительно времени (рис. 1.5, г).

Множество дискретных значений, которые принимает переменная, как правило, является конечным: положение выключателя (включено, выключено), количество включенных генераторов на электростанции (0, 1, 2, ...), значения целых чисел, представленных в цифровой вычислительной машине (например, от -2147483648 до $+2147483647$).

С помощью дискретных переменных относительно значений удобно представлять некоторые процессы (графики нагрузок или напряжений по часам суток или месяцам года), распределение вероятностей (гистограмма) и т.п.

Дискретность во времени связана с отсчетом или замером переменных в отдельные дискретные моменты времени. Так, в автоматизированных системах управления измерения переменных выполняются с заданной периодичностью, например, через каждые 5 минут.

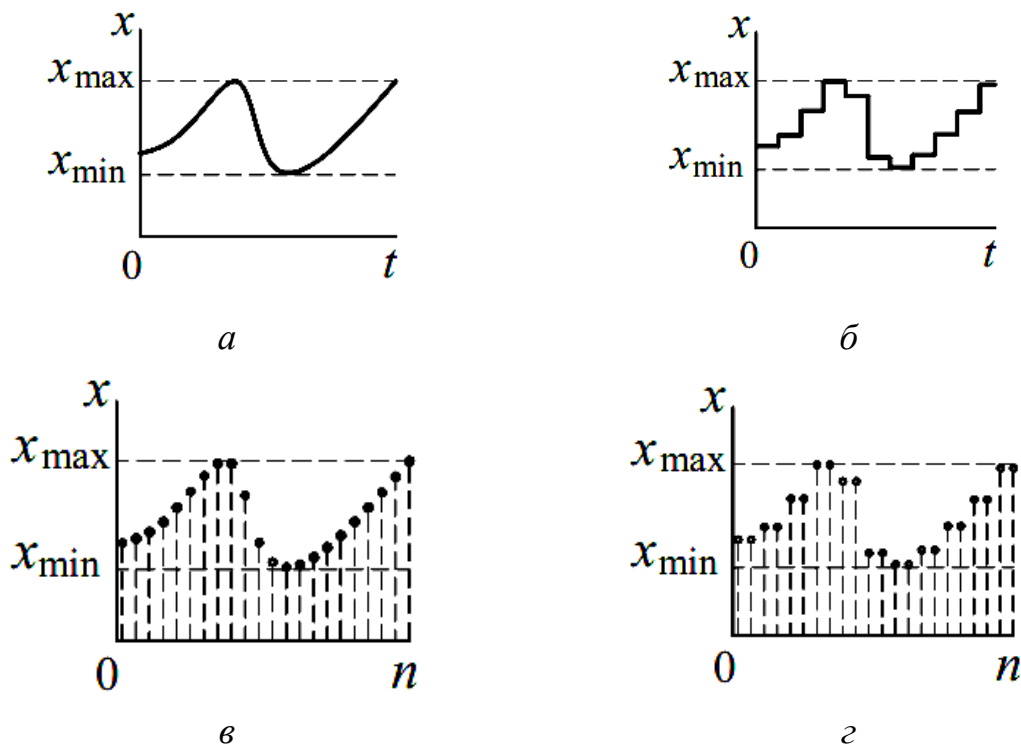


Рис. 1.5. Виды переменных по свойствам непрерывности и дискретности

Дискретность по времени и по значению дополнительно к измерениям в отдельные моменты времени предполагает использование дискретных значений переменных.

По способу получения переменные подразделяются на наблюдаемые и ненаблюдаемые.

Главное свойство наблюдаемых переменных – доступность для наблюдения. Однако наблюдаемость сама по себе еще не обеспечивает возможности полного исследования и описания переменной. Необходимо, чтобы переменная обладала еще свойством измеримости, т.е. возможностью построения для исследуемой величины метрики. Этому требованию удовлетворяют непосредственно измеряемые переменные. Они представляют

собой количественные характеристики свойств и параметров всевозможных материальных объектов и процессов (напряжение, ток, скорость, линейные размеры и пр.), которые определяются на основе прямого измерения, т.е. сравнения с мерой, обеспечены средствами измерения и охвачены существующей системой метрологического обеспечения.

Непосредственно с измеряемыми тесно связан следующий класс переменных – косвенно измеряемые.

Косвенно измеряемая переменная x сама по себе не является объектом измерения, а часто и в принципе не может быть непосредственно измерена. Вместо нее непосредственному измерению подвергаются другие, вспомогательные переменные ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$), которые связаны с исследуемой переменной функциональной зависимостью $x = f(\alpha, \beta, \gamma, \dots)$. Это позволяет вычислить значение искомой переменной по результатам прямых наблюдений вспомогательных величин, например вычислить объем тела по результатам измерения его линейных размеров. При испытаниях силовых трансформаторов в электрических сетях температуру его обмоток определяют методом измерения их сопротивлений постоянному току, т.е. температура – косвенно измеряемая переменная.

К косвенно измеряемым переменным относят такие искусственно сконструированные идеальные образования, которые вообще не наблюдаемы: математическое ожидание, дисперсия, энтропия и др.

Существует класс переменных, которые при их количественном оценивании не имеют материальной эталонной базы и находятся вне сферы метрологии. К ним относятся все виды непосредственно или косвенно измеряемых переменных, приведенных к безразмерной форме и выраженных в относительных единицах. Например, некоторые величины материальной природы (интенсивность сейсмических явлений, интенсивность облачности в метеорологии, твердость материалов по Бринеллю и некоторые другие), а также искусственные идеальные конструкции, характеризующие в количественном отношении сложные и массовые объекты и явления (рентабельность, прибыль, эффективность и др.). Такие переменные называют условно измеряемыми, так как меры или единицы измерения, используемые при их количественном оценивании, носят конвенционный характер.

Существует еще один класс наблюдаемых переменных – условно количественно оцениваемые. Они представляют сложные многофакторные явления, интенсивность которых может быть различной, но для количественного оценивания этой интенсивности не удается ввести, ни объективной единицы измерения, ни способа измерения. Однако в целом ряде случаев между интенсивностями рассматриваемого явления удается установить

отношение порядка (равны – не равны, больше – меньше и т.д.), а затем отобразить эти отношения произвольным образом на некоторое множество (систему) чисел. Результатом такой процедуры являются, например, численные оценки качества усвоения учащимися и студентами учебного материала, степень удовлетворения работой членов некоторого производственного коллектива, степень качества исполнения музыкального произведения или выполнения спортивного упражнения. Условное количественное оценивание основано на опыте и интуиции и по сути своей субъективно.

Ненаблюдаемые переменные подразделяют на принципиально ненаблюдаемые и технически ненаблюдаемые.

Принципиально ненаблюдаемые переменные не существуют как компоненты реального мира и поэтому поддаются определению только косвенными методами, в частности на основе косвенных измерений (статистические характеристики).

Технически ненаблюдаемые переменные характеризуют такие материальные явления, которые либо не обеспечены техническими средствами, необходимыми для измерения и оценивания, либо протекают в условиях, когда инструментальный доступ к ним невозможен. Характерным примером переменной, не наблюдаемой из-за практической недоступности, является количество угля для помола в шаровой мельнице на электростанции.

Каждая переменная, связанная с материальным объектом, может изменять свои значения лишь в некоторых конечных пределах, которые обусловлены физическими свойствами объекта и характером решаемой задачи. Данные об этих пределах – ограничения на переменные – существенны при построении и использовании всех видов моделей, а в оптимизационных задачах, где необходимо найти оптимальное значение так называемой целевой функции, ограничения являются главной частью самой модели.

С математической точки зрения различают ограничения типа простых неравенств: $X_{\min} \leq X \leq X_{\max}$, $Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}$ – параллелепипедные ограничения и функциональные ограничения, фиксирующие предельные значения некоторой величины в функции от других переменных: $f_{\min}(X) \leq Z \leq f_{\max}(X)$ и т.п.

В практике моделирования выделяют так называемые жесткие ограничения, которые являются абсолютными (например, угол поворота лопатки турбины – «до упора»), и ограничения мягкие, допускающие кратковременные нарушения установленной границы значений переменной (например, верхнего предела рабочего напряжения на электродвигателе). В общем случае данные об ограничениях на переменные входят в состав модели как обязательная составная часть.

1.5. Адекватность и эффективность математических моделей

Математическая модель всегда отражает только часть свойств реального объекта, определяемую целями моделирования. При построении модели стремятся как можно более точно отразить свойства объекта, чтобы модель верно отражала свойства моделируемого объекта в смысле, определенном целью моделирования. Искусство моделирования состоит в умении выбрать факторы, существенные с точки зрения цели моделирования, и пренебречь эффектами, которые, усложняя математическую модель, не оказывают заметного влияния на поведение системы.

Проблема соответствия модели реальному объекту очень важна. Принято говорить, что модель адекватна оригиналу, если она верно отражает интересующие нас свойства оригинала и может быть использована для предсказания его поведения. При этом адекватность модели зависит от целей моделирования и принятых критериев.

Таким образом, требование полноты соответствия модели объекту-оригиналу является одним из ее качеств. Мало того, излишняя полнота модели в большинстве случаев даже вредна, так как приводит к такому усложнению модели, что ее использование становится невозможным. Поэтому другое качество модели – это ее простота.

Нетрудно понять, что качества адекватности и простоты противоречат друг другу, т.е. с улучшением одного из них происходит ухудшение другого. Отыскание оптимального сочетания этих двух качеств при построении модели является отдельной задачей, решение которой лежит на исследователе. Здесь необходимы опыт, интуиция и соответствующий уровень подготовки исследователя. Идеальная квалификационная подготовка последнего не только весьма обширна, но и в значительной мере противоречива.

С одной стороны, исследователь должен досконально представлять себе задачу и глубоко изучить объект моделирования. Но с другой стороны, исследователю, строящему модель, необходимо хорошо владеть аппаратом современной математики, представлять себе весь арсенал модельных конструкций, иметь опыт формализации знаний и использования современных вычислительных средств. Кроме того, во многих случаях от исследователя требуются знания в области планирования и проведения эксперимента на объекте-оригинале или на более сложной модели (вычислительный эксперимент).

Модель с оптимальным сочетанием качеств адекватности и простоты можно назвать эффективной (полезной) моделью. Математически такое сочетание соответствует максимуму так называемой «функции полезности», и если эта функция может быть записана, отыскание ее максимума возможно известными оптимизационными методами [7, 10].

Употребляя термин «точность математического моделирования», можно иметь в виду адекватность модели. Например, говорят: точная или приближенная формула, линеаризованная (т.е. приближенно замененная линейной) зависимость и т.д. Но реализация математической модели, т.е. проведение «вычислителем» одного или нескольких расчетов, результатом которых будут численные значения переменной, вектора, таблицы, содержит погрешности вычислений из-за ошибок округления, прерывания итерационного процесса вычислений и ошибок в данных, которые переходят (распространяются) на результаты. Дальнейшая обработка реализаций математической модели предполагает и подсчет погрешности исследований. В связи с этим, рассматривая вопрос об эффективности математических моделей, следует иметь в виду погрешности реализаций, которые иногда являются причиной дополнительных упрощений модели, так как учет некоторых факторов может, например, сказаться на результатах в меньшей степени, чем погрешности в исходных данных.

При анализе адекватности, эффективности и точности отдельных математических моделей используются некоторые численные оценки. Получение этих оценок почти всегда связано с большими трудностями, так как требует проведения натуральных (на объекте-оригинале) или вычислительных (по реализациям по более точной модели) экспериментов. Иногда такие эксперименты требуют больших материальных и временных затрат, но проводить их необходимо, поскольку это единственный способ оценить качество математических моделей.

Истинные значения параметров обычно отождествляются с экспериментально полученными. Однако погрешности натурального эксперимента во многих случаях оказываются соизмеримыми с погрешностями математических моделей, а иногда заметно их превышают.

Пусть на выходе объекта измеряются m переменных Y . При исследовании на математической модели получилось m модельных переменных Y_m . Вектор погрешностей есть разница полученных векторов $\Delta = Y - Y_m$. В целом погрешность математической модели можно оценить по норме вектора погрешностей Δ :

$$\|\Delta\|_1 = \max_{i \in [1..m]} |\Delta_i|. \quad (1.1)$$

Часто используют евклидову норму и среднеквадратическую погрешность

$$\|\Delta\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m \Delta_i^2}, \quad (1.2)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \Delta_i^2}{m}}. \quad (1.3)$$

В качестве других характеристик математических моделей иногда называют экономичность (по затратам) и универсальность (применимость к группе объектов).

1.6. Классификация математических моделей по свойствам обобщенного объекта моделирования

Рассмотрим с точки зрения моделирования внутренние свойства объектов разного класса, которые необходимо учитывать при построении моделей. При этом используем понятие структура и параметры моделируемого объекта. Под структурой понимается совокупность учитываемых в модели компонентов и связей, содержащихся внутри объекта, а после формализации описания объекта – вид математического выражения, которое связывает его входные и выходные переменные (например: $y = ax + bz$). Здесь переменными являются величины x и z , а параметрами – коэффициенты a , b .

Параметры – это количественные характеристики внутренних свойств объекта, которые отражаются его структурой, а в математической модели они являются коэффициентами, входящими в математическое выражение.

Первое свойство *непрерывность и дискретность*. Большинство реальных физических и теоретических объектов, состояние которых характеризуется только макроскопическими физическими величинами (давление, температура, ускорение, сила тока, скорость, напряженность электрического, магнитного полей и т.д.), обладают свойством непрерывности.

Математические структуры, адекватно описывающие такие объекты, тоже должны быть непрерывными. Поэтому при модельном описании таких объектов используется, главным образом, аппарат дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. Объекты, переменные которых могут принимать некоторое, практически всегда конечное число наперед

известных значений, называются дискретными. Примеры: релейно-контактные переключательные схемы, коммутационные системы АТС.

Основой формализованного описания дискретных объектов является аппарат математической логики. В настоящее время дискретные методы анализа получили широкое распространение для описания и исследования непрерывных объектов.

Свойства *сосредоточенности* или *распределенности* характеризуют объекты с точки зрения роли, которую играет в их модельном описании пространственная протяженность. Если пространственной протяженностью объекта можно пренебречь и считать, что независимой переменной является только время (протекающих в нем процессов), принято говорить об объекте с сосредоточенными параметрами [10].

К числу таких объектов, которые описываются в случае детерминированности и непрерывности обыкновенными дифференциальными уравнениями, относится подавляющее большинство локальных технических устройств, механизмов и машин. В пространственно протяженных объектах адекватное описание требует учета не только времени, но и пространственных координат. В таком случае говорят о классе объектов с распределенными параметрами.

Типичными примерами одномерных объектов с распределенными параметрами служат «длинные линии»: проводные линии связи, длинные трубопроводы, линии электропередачи на большие расстояния. Примерами моделей двумерного объекта с распределенными параметрами являются сечения различных трубопроводов, кабелей, проводов, где рассматриваются в плоскостях поля температур, плотностей и напряженностей. И, наконец, классический пример трехмерного объекта с распределенными параметрами представляет собой пространственное электромагнитное поле с его математической моделью – уравнениями Максвелла.

Статические и динамические модели. Статические модели относятся к объектам, практически неизменяющимся во времени или рассматриваемым в отдельные временные сечения. Динамические модели воспроизводят изменения состояний объекта с учетом как внешних, так и внутренних факторов.

Для динамических моделей часто вводят понятия *стационарность* и *нестационарность*. Стационарность предполагает неизменность и структуры, и параметров объекта. Поэтому стационарный объект описывается математическим выражением, которое включает в себя только постоянные коэффициенты.

Нестационарные объекты имеют в общем случае изменяющиеся во времени структуру и параметры. В технических объектах приходится сталкиваться с нестационарностью как структуры, так и параметров объекта. Так, например, в электроэнергетической системе в течение времени отключаются и включаются отдельные элементы (линии, трансформаторы, генераторы) и изменяются их параметры в зависимости от различных внешних факторов (температура, влажность, старение изоляции и др.).

Принципиальных затруднений учет нестационарности относительно параметров в математическом описании объекта не вызывает, хотя усложняет модель и ее исследование. В тех случаях, когда появляется необходимость исследовать объекты переменной структуры, общую нестационарную задачу, как правило, расчленяют на ряд стационарных относительно структуры подзадач, решения которых отыскивают отдельно, а затем объединяют в одно.

В зависимости от числа входных и выходных параметров различают *одномерные* и *многомерные* объекты.

1.7. Математические модели на микроуровне, макроуровне и метауровне

Математические модели на микроуровне чаще всего строятся на основе дифференциальных уравнений в частных производных. В большинстве случаев это распределенные модели (объекты с распределенными параметрами). При создании математических моделей целесообразно исходить из основных физических законов в их наиболее «чистом», фундаментальном виде. Такой подход обеспечивает наиболее адекватное описание объектов, протекания процессов и явлений окружающего нас мира [6, 8].

Математическими моделями на макроуровне являются обыкновенные дифференциальные или интегро-дифференциальные уравнения. Модели макроуровня получаются, когда происходит переход от распределенных параметров к сосредоточенным – выделяются крупные элементы объектов и их параметры сосредотачиваются в одной точке: поле потенциалов характеризуется величиной одного напряжения, поток электронов моделируется электрическим током и т.п. Происходит дискретизация пространства, однако время – по-прежнему непрерывная величина.

Математические модели на метауровне позволяют рассматривать объекты очень высокой сложности. Существует несколько способов построения математических моделей на метауровне, к ним относятся:

1) дискретизация времени, т.е. наряду с введением сосредоточенных параметров переменные и параметры модели считаются независимыми непрерывно от времени;

2) неучет потерь энергии в объекте;

3) переход к факторным моделям;

4) переход к функциональным моделям, в которых используется только один вид фазовой переменной – сигнал;

5) эквивалентирование – замена больших систем их упрощенными моделями – эквивалентами, созданными на основе специальных критериев, и др.

Так, например, решать задачи регулирования частоты и обменной мощности в Единой энергосистеме (ЕЭС) России можно с помощью модели, которая может обозримо представить все составные части этого большого и сложного объекта с учетом пропускной способности между объединениями энергосистем (ОЭС). На рис. 1.6 показаны связи между отдельными ОЭС, входящими в ЕЭС России.

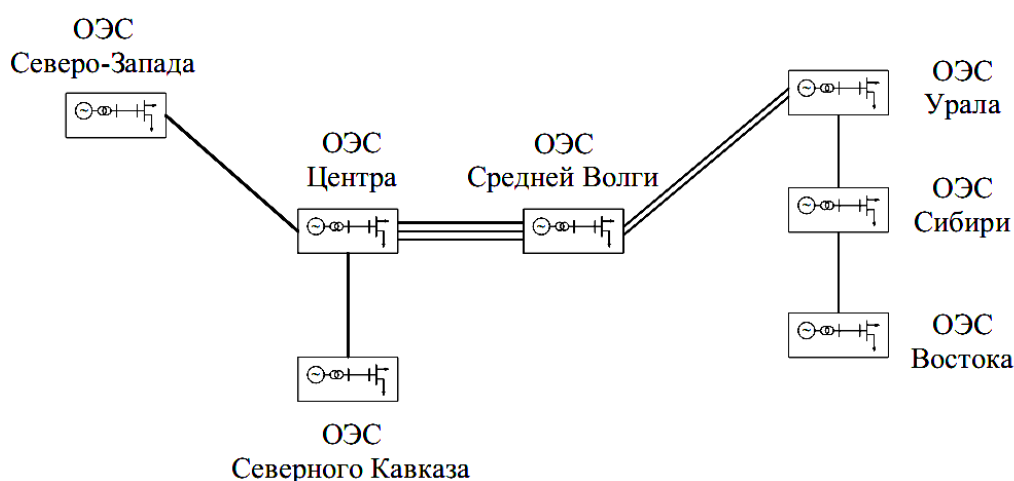


Рис. 1.6. Схема связей между ОЭС ЕЭС России

Параметрами такой модели могут служить значения пропускной способности связей, мощности отдельных ОЭС и «коэффициенты жесткости» (отношения предела статической устойчивости связи к меньшей мощности из соединяемых частей ОЭС). В такой модели параметры и переменные могут считаться неизменными на длительных интервалах времени и потери электрической энергии не учитываются [7].

Таким образом, в зависимости от решаемых задач применяются различные подходы и способы моделирования объектов. В следующей главе рассматриваются математические модели элементов электроэнергетической системы и определение их параметров.

Вопросы для самоконтроля

1. Опишите схему формирования математической модели.
2. Что такое математическая модель?
3. Что такое физическая модель?
4. Назовите отличие материальных и идеальных моделей.
5. Перечислите свойства эффективной модели.
6. Опишите процедуру формирования эффективной модели.
7. Что представляют собой математические модели на микроуровне?
8. Что представляют собой математические модели на метауровне?
9. Поясните свойство адекватности математической модели.
10. Как классифицируются математические модели?

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1. Моделирование элементов сети энергосистемы и общие допущения при расчетах установившихся режимов

Электрооборудование электростанций и подстанций электроэнергетической системы, которое участвует в производстве, преобразовании, передаче, распределении и потреблении электрической энергии, является составляющей задачи моделирования режима. В зависимости от исследуемой задачи используются различные схемы замещения оборудования элементов электрической системы, которые позволяют моделировать режимы ее работы. В условиях роста числа цифровой техники и ее вычислительной мощности наиболее удобным способом моделирования является применение идеальных знаковых моделей элементов электроэнергетической системы. Применение в задачах исследования режимов знаковых моделей, описанных математическим языком, позволяет применять возможности современных ЭВМ и является экономически более выгодным.

В основе расчета режима электроэнергетических систем лежит использование математических моделей макроуровня, представляющих собой линейные и нелинейные уравнения состояния [6, 8, 11]. Математические модели макроуровня, применяемые в задаче расчета установившихся режимов, основаны на законах Кирхгофа и Ома. Рассмотрим математические модели элементов первичного оборудования электроэнергетической системы при исследовании установившихся режимов работы. Полные точные модели электрической сети учитывают большинство параметров объекта и их взаимосвязи, при этом модели обладают большой размерностью, описываются сложными уравнениями и требуют больших объемов информации. При моделировании установившихся режимов электрической системы принят ряд допущений, позволяющих значительно упростить модели при допустимом снижении их точности.

1. При моделировании трехфазных электрических сетей рассматриваем симметричные установившиеся режимы, при которых используется расчетная схема только одной фазы. В реальных трехфазных электрических сетях наблюдается несимметрия нагрузок в фазах (вследствие неравномерного распределения их мощности между фазами и различия в режимах их работы) и несимметрия параметров проводов фаз (вследствие различного расположения проводов в ЛЭП относительно земли, взаимного влияния проводов фаз, различных марок проводов и т.д.). Т.е. нагрузки в каждой из фаз различаются, сопротивления проводов фаз тоже. Это требует моделирования режимов каждой из фаз.

Принятое допущение предполагает одинаковость нагрузок в фазах и одинаковость параметров проводов фаз, что обеспечивает симметричный режим и позволяет рассматривать модель одной фазы. Полученные результаты моделирования переносятся на оставшиеся фазы. Размерность такой модели уменьшается более чем в 3 раза, но снижается точность моделирования.

2. Все пассивные элементы электрических сетей линейны, то есть их параметры не зависят от режима и считаются постоянными.

Хотя известно, что некоторые параметры схем замещения зависят от параметров режима. Например, активное сопротивление провода зависит от величины протекающего тока.

3. Активные элементы электрической сети – источники тока, соответствующие нагрузкам потребителей и генераторам электростанций – как правило, нелинейны.

4. Рассматриваются схемы с сосредоточенными параметрами.

Математическая модель любого физического объекта представляет собой систему уравнений, которая описывает процессы, протекающие в нем, или электрическую схему замещения (для электроэнергетического объекта), которая также описывается системой дифференциальных или алгебраических уравнений. Схема электрической сети представляет собой набор схем замещения составляющих компонентов, сгруппированных в соответствии со структурой схемы энергосистемы [12].

2.2. Моделирование линии электропередачи

Стандартной моделью линии электропередачи является П-образная схема замещения, рис. 2.1. Т-схема замещения не используется, поскольку добавляет в схему сети фиктивный узел.

Схема замещения связывает токи и напряжения по концам линии. Для линий длиной до 300 км параметры элементов схемы замещения определяются по формулам:

$$Z_{ij} = z_0 l;$$

$$Y_i = Y_j = \frac{1}{2} y_0 l; \quad (2.1)$$

где $z_0 = r_0 + jx_0$, $y_0 = g_0 + jb_0$ – параметры линии на единицу длины, l – длина линии.

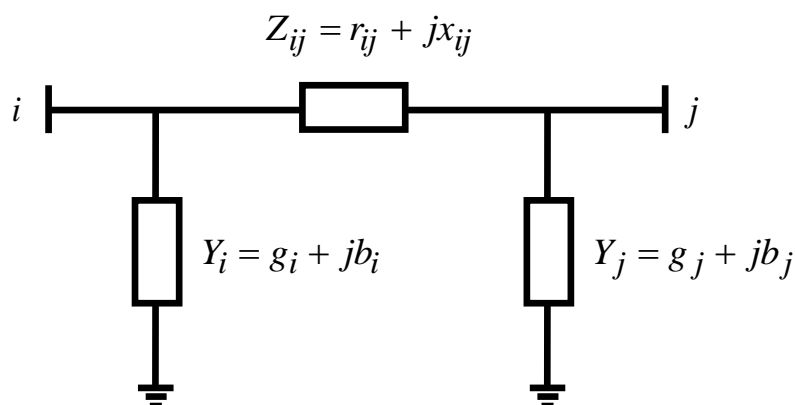


Рис. 2.1. П-образная схема замещения линии электропередач

Активная поперечная проводимость g_0 учитывает потери на корону, иногда потери на корону учитывают мощностью потерь P_K в нагрузке узлов [13, 14].

При длине линии более 300 км параметры П-образной схемы замещения учитывают волновые свойства линии:

$$Z_{ij} = Z_B \operatorname{sh}(\dot{\gamma}_0 l);$$

$$Y_i = Y_j = \frac{1}{Z_B} \operatorname{th}\left(\dot{\gamma}_0 \frac{l}{2}\right); \quad (2.2)$$

где $Z_B = \sqrt{\frac{\dot{z}_0}{\dot{y}_0}}$ – волновое сопротивление линии, $\dot{\gamma}_0 = \sqrt{\dot{z}_0 \dot{y}_0}$ – постоянная распространения электромагнитной волны.

Если необходимо определить режим линии не только в начале и в конце, но и в промежуточных точках, например распределение токов и напряжений по длинной линии, линию разбивают на участки и замещают каждый участок П-образной схемой.

2.3. Моделирование трансформатора

В расчетах электрических режимов применяют две схемы замещения двухобмоточного трансформатора: Г-образную с идеальным трансформатором (рис. 2.2, а), активную П-схему замещения без трансформаторных

связей (рис. 2.2, б), которые позволяют вести расчет режима в именованных единицах и получать натуральные значения напряжений в узлах и токов ветвей на различных ступенях трансформации сети.

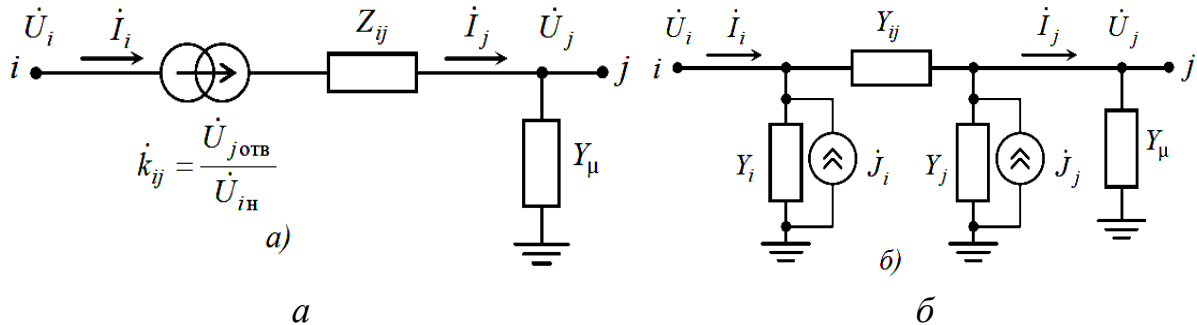


Рис. 2.2. Схемы замещения трансформаторных ветвей:
 а – Г-образная схема с идеальным трансформатором;
 б – П-образная схема замещения без трансформаторных связей

Параметры Г-схемы определяются по каталожным данным трансформаторов. Активная и реактивная проводимости ветви намагничивания $Y_\mu = g_\mu + jb_\mu$ учитывают потери холостого хода $\Delta P_{\text{ХХ}}$, и ток намагничивания $I_{\text{ХХ}}$ и вычисляются по формулам:

$$g_\mu = \frac{\Delta P_{\text{ХХ}}}{U_{\text{ВНН}}^2}; \quad (2.3)$$

$$b_\mu = \sqrt{y_\mu^2 - g_\mu^2}; \quad (2.4)$$

$$y_\mu = \frac{I_{\text{ХХ}}}{100} \cdot \frac{S_{\text{Н}}}{U_{\text{ВНН}}^2}. \quad (2.5)$$

Активное и индуктивное сопротивления продольной ветви $Z_{ij} = (r + jx)_{ij}$, приведенные к стороне высшего напряжения (ВН), вычисляют по формулам:

$$r_{ij} = \frac{\Delta P_{\text{КЗ}} U_{\text{ВНН}}^2}{S_{\text{Н}}^2}; \quad (2.6)$$

$$x_{ij} = \sqrt{z_{ij}^2 - r_{ij}^2}; \quad (2.7)$$

$$z_{ij} = \frac{u_{\text{К}}}{100} \cdot \frac{U_{\text{ОТВ}}^2}{S_{\text{Н}}}; \quad (2.8)$$

$$U_{\text{отв}} = U_{\text{ВНН}} \left(1 \pm n_{\text{отв}} \frac{\Delta U_{\text{отв}}}{100} \right); \quad (2.9)$$

где $\Delta P_{\text{кз}}$ – потери короткого замыкания; $u_{\text{к}}$ – напряжение короткого замыкания для выбранной отпайки с напряжением $U_{\text{отв}}$, если известны значения $u_{\text{к}}$ на различных отпайках, в противном случае используется значение $u_{\text{к}}$ для основного (номинального) вывода; $n_{\text{отв}}$, $\Delta U_{\text{отв}}$ – номер отпайки РПН/ПБВ, отсчитываемый от основного вывода, и степень регулирования напряжения.

Действительный коэффициент трансформации равен

$$k_{ij} = \frac{U_{\text{отв}}}{U_{\text{ННН}}}. \quad (2.10)$$

Комплексный коэффициент трансформации используется при наличии поперечного регулирования напряжения (по углу). Изменение фазы напряжения трансформаторами со схемой соединения обмоток Y/Δ в расчетах обычно не учитывается [15].

Параметры активной П-образной схемы замещения двухобмоточного трансформатора можно определить, зная параметры Г-образной схемы. Эти схемы будут эквивалентными в том случае, если при одинаковых напряжениях в узлах i и j входные и выходные токи (до ветви намагничивания), условные положительные направления которых показаны на рис. 2.2 стрелками, будут равны:

$$\dot{U}_i \frac{k_{ij}^2}{Z_{ij}} - \dot{U}_j \frac{k_{ij}^2}{k_{ij} Z_{ij}} = Y_{ij} (\dot{U}_i - \dot{U}_j) - \dot{J}_i + Y_i \dot{U}_i; \quad (2.11)$$

$$\dot{U}_i \frac{\dot{k}_{ij}}{Z_{ij}} - \dot{U}_j \frac{k_{ij}^2}{Z_{ij}} = Y_{ij} (\dot{U}_i - \dot{U}_j) + \dot{J}_j - Y_j \dot{U}_j; \quad (2.12)$$

где k_{ij} , \dot{k}_{ij} – модуль и комплекс коэффициента трансформации.

Анализ этих выражений дает следующие формулы расчета параметров активной П-образной схемы замещения трансформатора:

$$Y_{ij} = \frac{k_{ij}}{Z_{ij}}; \quad (2.13)$$

$$Y_i = Y_{ij}(k_{ij} - 1), J_i = Y_{ij} \left(\frac{k_{ij}}{k_{ij}} - 1 \right) \dot{U}_j; \quad (2.14)$$

$$Y_j = \frac{(1 - k_{ij})}{Z_{ij}}, J_j = Y_{ij} \left(\frac{k_{ij}}{k_{ij}} - 1 \right) \dot{U}_i. \quad (2.15)$$

Если коэффициент трансформации действительный, то задающие токи J_i и J_j реальных источников тока, включенных в узлах i и j , равны нулю, и П-образная схема замещения становится пассивной.

Задающие токи активной П-образной схемы трансформатора зависят от напряжений в узлах, однако этот недостаток легко преодолевается. При итеративном расчете установившегося режима определение задающих токов производится одновременно с коррекцией источников тока, замещающих нагрузки и генераторы в узлах схемы. В расчетах электромеханических переходных процессов можно использовать значения задающих токов с предыдущего шага интегрирования.

Для n -обмоточных трансформаторов ($n \geq 3$) применяются схемы замещения в виде n -лучевой звезды. Для таких трансформаторов после расчета по каталожным данным параметров n -лучевой звезды каждый луч между фиктивным узлом схемы замещения и узлами различных ступеней напряжения, кроме луча к узлу высшего напряжения, представляется Г- или П-образной схемой.

Трехобмоточные трансформаторы имеют схему замещения, показанную на рис. 2.3. Здесь каждая обмотка представлена своими активными и реактивными сопротивлениями, приведенными к номинальному напряжению одной из обмоток. Потери холостого хода являются общими для всего трансформатора и определяются так же, как и для двухобмоточного трансформатора.

Активные сопротивления обмоток рассчитываются по приведенным в каталожных данных потерям короткого замыкания. При этом возможны два случая.

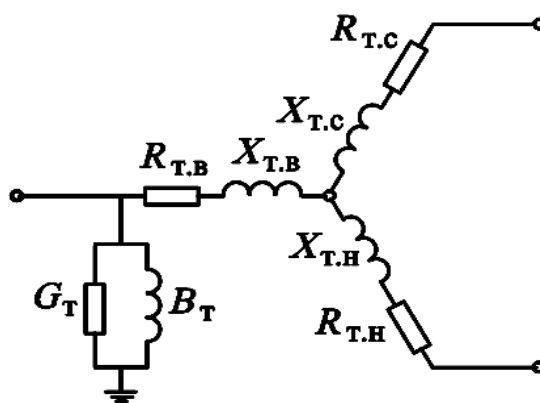


Рис. 2.3. Схема замещения трансформатора:
трехобмоточного и автотрансформатора

Наиболее распространен случай, когда в каталожных данных приведено одно значение потерь короткого замыкания, отвечающее опыту короткого замыкания с обмотками высшего и среднего напряжений $\Delta P_{к.В-С}$. По заданной величине потерь короткого замыкания вначале находится общее сопротивление рассматриваемых обмоток:

$$R_{T.общ} = \Delta P_{к.В-С} \frac{U_H^2}{S_H^2}. \quad (2.16)$$

Затем определяется сопротивление каждой обмотки по следующему выражению (при равных мощностях обмоток):

$$R_{T.В} = R_{T.С} = R_{T.Н} = 0,5 R_{T.общ}. \quad (2.17)$$

Во втором случае каталожные данные трансформатора содержат три значения потерь короткого замыкания: $\Delta R_{к.В-С}$, $\Delta R_{к.В-Н}$, $\Delta R_{к.С-Н}$. Они соответствуют трем возможным опытам короткого замыкания с каждой парой обмоток. Для нахождения сопротивления каждой обмотки возможен следующий подход.

Определяются потери мощности короткого замыкания в каждой обмотке:

$$\begin{aligned} \Delta P_{к.В} &= 0,5(\Delta P_{к.В-С} + \Delta P_{к.В-Н} - \Delta P_{к.С-Н}); \\ \Delta P_{к.С} &= 0,5(\Delta P_{к.В-С} + \Delta P_{к.С-Н} - \Delta P_{к.В-Н}); \\ \Delta P_{к.Н} &= 0,5(\Delta P_{к.В-Н} + \Delta P_{к.С-Н} - \Delta P_{к.В-С}). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Рассчитываются сопротивления обмоток:

$$R_{Т.В} = \frac{\Delta P_{к.В} \cdot U_{Н}^2}{S_{Н}^2} \cdot 10^3;$$

$$R_{Т.С} = \frac{\Delta P_{к.С} \cdot U_{Н}^2}{S_{Н}^2} \cdot 10^3;$$

$$R_{Т.Н} = \frac{\Delta P_{к.Н} \cdot U_{Н}^2}{S_{Н}^2} \cdot 10^3.$$
(2.19)

Реактивные сопротивления обмоток рассчитываются по приведенным в каталожных данных трем значениям напряжения короткого замыкания: $u_{к.В-С}, \%$; $u_{к.В-Н}, \%$; $u_{к.С-Н}, \%$. Расчет ведется в следующей последовательности.

Определяются напряжения короткого замыкания каждой обмотки:

$$u_{к.В} = 0,5(u_{к.В-С} + u_{к.В-Н} - u_{к.С-Н});$$

$$u_{к.С} = 0,5(u_{к.В-С} + u_{к.С-Н} - u_{к.В-Н});$$

$$u_{к.Н} = 0,5(u_{к.В-Н} + u_{к.С-Н} - u_{к.В-С}).$$
(2.20)

Сопротивления каждой обмотки находятся по формулам:

$$X_{Т.В} = \frac{u_{к.В} \cdot U_{Н}^2}{S_{Н}} \cdot 10^3;$$

$$X_{Т.С} = \frac{u_{к.С} \cdot U_{Н}^2}{S_{Н}} \cdot 10^3;$$

$$X_{Т.Н} = \frac{u_{к.Н} \cdot U_{Н}^2}{S_{Н}} \cdot 10^3.$$
(2.21)

Автотрансформаторы имеют такую же схему замещения, как и трехобмоточные трансформаторы. Поэтому расчет их сопротивлений во многом совпадает. Особенностью автотрансформатора, сказывающейся

на расчете параметров, является различие мощностей ее обмоток. Так, мощность обмотки низшего напряжения $S_{Н.ном}$ меньше номинальной мощности автотрансформатора S_H .

В каталожных данных значения $u_k, \%$, всех пар обмоток автотрансформатора отнесены к его номинальной мощности. Поэтому расчет реактивных сопротивлений обмоток автотрансформатора полностью идентичен трехобмоточному трансформатору.

Активная П-образная схема замещения трансформатора является универсальной, она позволяет заменить параллельно включенные трансформаторные ветви с различными параметрами одной эквивалентной ветвью.

2.4. Токоограничивающие реакторы

Моделирование одинарного токоограничивающего реактора выполняется П-образной схемой замещения без поперечных проводимостей (рис. 2.4). Номинальные сопротивления одинарных реакторов x_p , Ом, приводятся в справочных данных. Активным сопротивлением фазы пренебрегают.



Рис. 2.4. Модель одинарного реактора:
a – условное обозначение, *б* – электрическая схема

Модель сдвоенного токоограничивающего реактора представляет собой трехлучевую звезду (рис. 2.5). Индуктивное сопротивление луча со стороны зажима 1 (то есть зажима, обращенного в сторону источника энергии) определяют по формуле:

$$x_1 = -K_{св} x_p; \quad (2.22)$$

где $K_{св}$ – коэффициент связи между ветвями реактора, x_p – номинальное индуктивное сопротивление реактора (то есть сопротивление одной ветви реактора при отсутствии тока в другой ветви), Ом.

Индуктивные сопротивления двух других лучей схемы замещения одинаковы и определяются по формуле:

$$x'_1 = x'_2 = (1 + K_{св})x_p. \quad (2.23)$$

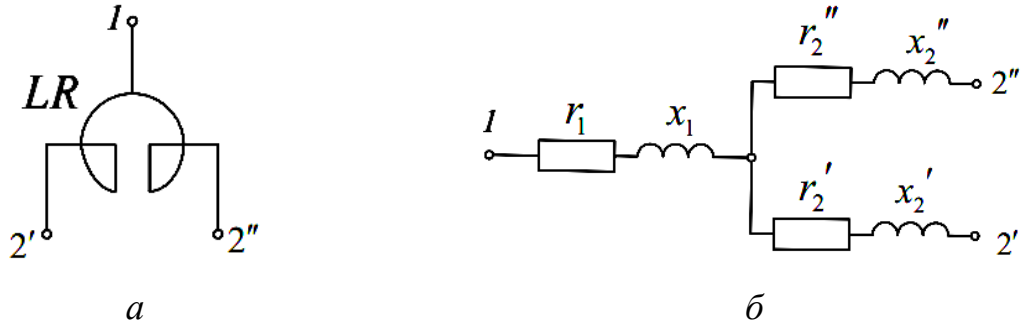


Рис. 2.5. Модель сдвоенного реактора:
а – условное обозначение, б – электрическая схема

Активные сопротивления реактора, как правило, не учитывают, принимая его равным нулю.

Представленная на рис. 2.5, б электрическая схема замещения сдвоенного реактора и выражение (2.23) справедливы в случае, если токи в ветвях реактора практически одинаковы.

2.5. Направления токов в элементах схемы

Для расчета электрического режима ветвей, представленных П-образной схемой замещения, необходимо принять соглашение об условных положительных направлениях токов в элементах схемы, рис. 2.6.

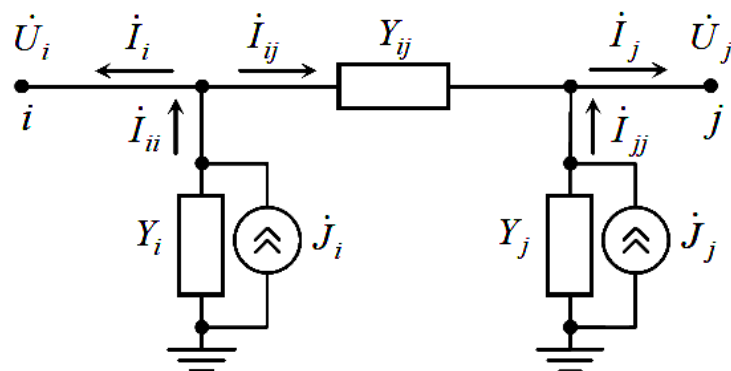


Рис. 2.6. Условные положительные направления токов в элементах П-образной схемы замещения

Начальным узлом ветви является узел i , конечным – узел j . За положительное направление фиктивного тока между узлами I_{ij} принимаем направление от начального к конечному узлу. Положительным направлением токов источников тока является направление к узлу i или j . За положительное направление токов по концам схемы принято направление к узлу.

В соответствии с выбранными положительными направлениями токов продольный фиктивный ток равен:

$$I_{ij} = (U_i - U_j)Y_{ij}. \quad (2.24)$$

Токи источников тока в узлах i и j вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} I_{ii} &= J_i - Y_i U_i; \\ I_{jj} &= J_j - Y_j U_j. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Для линий и трансформаторов без поперечного регулирования напряжения следует положить $J_i = J_j = 0 + j0$, пассивная П-образной схема замещения является частным случаем активной.

Токи по концам ветви равны:

$$\begin{aligned} I_i &= I_{ii} - I_{ij}; \\ I_j &= I_{jj} - I_{ij}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Полная мощность в начале и конце ветви определяются по формулам:

$$\begin{aligned} S_i &= 3U_i I_i; \\ S_j &= 3U_j I_j; \end{aligned} \quad (2.27)$$

а потери мощности равны:

$$\Delta S_{ij} = S_i + S_j. \quad (2.28)$$

При анализе режима ветви необходимо учитывать принятые положительные направления токов по концам схемы. При передаче активной мощности от начального узла i к конечному узлу j активная мощность в начале ветви $P_i < 0$, в конце ветви $P_j > 0$, причем $P_i > P_j$, если в линии есть

потери активной мощности. При передаче активной мощности в противоположном направлении от узла j к узлу i , наоборот, $P_i > 0$, $P_j < 0$, $P_j \geq P_i$. Целесообразно для обоих концов ветви использовать одинаковое соглашение о знаках. Тогда при передаче активной мощности как от начального узла к конечному, так и в обратном направлении потери активной мощности в ветви, вычисленные по формуле (2.28), получаются отрицательными, $\Delta P_{ij} = \text{Re}(\Delta S_{ij}) < 0$. Это означает, что ветвь потребляет активную мощность. При внешнем представлении информации о режиме ветви знаки токов и мощностей можно скорректировать [11].

2.6. Моделирование нагрузки

Способы представления нагрузок при расчетах режимов электрических сетей (ЭС) зависят от вида сети и целей расчета. При расчетах установившихся режимов сетей в заданный момент времени основной характеристикой электрической нагрузки является ее статическая характеристика по напряжению, наиболее точно учитывающая свойства нагрузки.

Зависимости $P_{\text{нг}} = p(U, f)$, $Q_{\text{нг}} = q(U, f)$ при медленных изменениях напряжения и частоты называются статическими характеристиками нагрузки (СХН). СХН можно задать в виде таблиц и аппроксимировать полиномами или аналитическими выражениями.

Различные типы потребителей (освещение, асинхронные и синхронные двигатели, печи, нагревательные приборы и др.) имеют индивидуальные СХН [10], которые в практических расчетах используются редко, комплексная нагрузка узлов 6–10 кВ и выше учитывается в целом, без разделения на типы потребителей.

В расчетах установившихся режимов энергосистем свойства комплексной нагрузки, состоящей из потребителей различных типов, учитывают при помощи СХН, полученных по данным натурных испытаний. Такие СХН зависят от ступени напряжения, на которой измеряют мощность нагрузки при изменении условий питания, от состава комплексной нагрузки и потерь в сети [7, 14].

После отклонений напряжения и частоты происходит процесс адаптации нагрузки к новым условиям питания, и потребители могут полностью или частично восстановить свою производительность. Режим может измениться под воздействием автоматических регуляторов напряжения на шинах трансформаторных подстанций (АРНТ) или команд оперативного персонала. Поэтому СХН зависят также от времени между

испытательным возмущением и временем измерений. Различают естественные СХН, отражающие первоначальную реакцию потребителей на отклонения напряжения и частоты, СХН с учетом регулирования напряжения и СХН для длительных режимов [15].

Естественные СХН используют для расчетов режимов, устанавливающихся непосредственно после возмущения исходного режима, без учета регулирования напряжения. Для области допустимых напряжений, в которой сохраняется устойчивость двигательной нагрузки (напряжение на нагрузке больше критического $U > U_{кр}$) естественные СХН при номинальной частоте аппроксимируют, как правило, полиномами второй степени:

$$P_{нг} = P_{нг.н} \left(a_0 + a_1 \frac{U}{U_{нг.н}} + a_2 \left(\frac{U}{U_{нг.н}} \right)^2 \right); \quad (2.29)$$

$$Q_{нг} = Q_{нг.н} \left(b_0 + b_1 \frac{U}{U_{нг.н}} + b_2 \left(\frac{U}{U_{нг.н}} \right)^2 \right); \quad (2.30)$$

где a_i, b_i – коэффициенты, $a_0 + a_1 + a_2 = 1,0$, $b_0 + b_1 + b_2 = 1,0$.

Если СХН неизвестны, используют обобщенные типовые СХН [11], представленные в табл. 2.1. Типовые СХН в программах расчета режимов энергосистем обычно встроены.

Таблица 2.1

Значения коэффициентов СХН

Вид характеристики	a_0	a_1	a_2	b_0	b_1	b_2
Типовая на ступени 35 кВ и ниже	0,83	-0,3	0,47	4,9	-10,1	6,2
Типовая на ступени 110-220 кВ	0,83	-0,3	0,47	3,7	-7,0	4,3
Постоянная мощность	1	0	0	1	0	0
Постоянный задающий ток	0	1	0	0	1	0
Постоянная проводимость	0	0	1	0	0	1

При аппроксимации статических характеристик нагрузки полиномами изменение поведения нагрузки при отклонениях напряжения можно учитывать, изменяя значения коэффициентов полиномов. В табл. 2.1 приведены значения коэффициентов при постоянной мощности нагрузки и при изменении мощности нагрузки пропорционально напряжению и пропорционально квадрату напряжения.

Типовые характеристики для напряжений $U < U_{кр}$ не пригодны.

Для адекватного воспроизведения поведения нагрузки при изменении напряжения в широких пределах можно применить или смену значений коэффициентов полиномов СХН, или воспользоваться набором из нескольких полиномов для различных диапазонов напряжений, или использовать табличное представление СХН.

Для узлов с большой долей синхронных двигателей при проведении расчетов следует учитывать способ регулирования возбуждения двигателей. В [15] предложена универсальная СХН для $Q_{нг}$ и формулы расчета ее коэффициентов в зависимости от способа регулирования возбуждения синхронных двигателей.

Автоматическое и оперативное поддержание напряжения на шинах потребителей приводит к тому, что в пределах регулировочного диапазона, достаточного для компенсации отклонений напряжения, активную и реактивную мощности нагрузки можно считать постоянными. Если регулировочный диапазон исчерпан, при дальнейшем отклонении напряжения потребление изменяется по естественным СХН.

Такой процесс изменения, например реактивной мощности нагрузки, можно описать при помощи СХН вида:

$$Q_{нг} = \begin{cases} Q_{нг.н} \left(b_0 + b_1 \frac{U - \Delta U_+}{U_{нг.н}} + b_2 \left(\frac{U - \Delta U_+}{U_{нг.н}} \right)^2 \right), & \text{если } U > (U_{нг.н} + \Delta U_+); \\ Q_{нг.н}, & \text{если } (U_{нг.н} - \Delta U_-) \leq U \leq (U_{нг.н} + \Delta U_+); \\ Q_{нг.н} \left(b_0 + b_1 \frac{U - \Delta U_-}{U_{нг.н}} + b_2 \left(\frac{U - \Delta U_-}{U_{нг.н}} \right)^2 \right), & \text{если } U < (U_{нг.н} - \Delta U_-). \end{cases} \quad (2.31)$$

где ΔU_- , ΔU_+ – отклонения напряжения от номинального значения в сторону уменьшения и увеличения, компенсируемые АРНТ или действиями оперативного персонала.

Если автоматическое и оперативное регулирование напряжения распространяется не более чем на 20–30 % потребителей, допустимо использовать естественные характеристики.

В длительных режимах процессы адаптации нагрузки к отклонениям напряжения и частоты приводят к тому, что даже при недостатке средств регулирования напряжения активная мощность нагрузки практически восстанавливается [15]. В расчетах длительных режимов допущение

$P_{\text{нг}} \approx \text{const}$ с учетом погрешностей исходной информации считается приемлемым. Ориентировочно полагают также, что и уровень напряжений на шинах потребителей устанавливается близким к нормальному, тогда $Q_{\text{нг}} \approx \text{const}$.

Руководящие указания [16] рекомендуют нагрузку в расчетах установившихся режимов представлять, как правило, независимыми от напряжения значениями активной и реактивной мощности. СХН с учетом действия АРНТ рекомендуется использовать в расчетах послеаварийных режимов. Зависимость нагрузки от частоты необходимо учитывать в расчетах режимов при ненормальной частоте [16]. Для учета изменения активной мощности нагрузки при отклонениях частоты от номинальной в полиномы СХН (2.29) и (2.30) вводят дополнительные члены, пропорциональные отклонению частоты Δf от номинальной. Используют и другие варианты:

$$P_{\text{нг}} = P_{\text{нг.н}} \left(1 + K_{\text{нг}} \frac{\Delta f}{f_{\text{н}}} \right), \quad (2.32)$$

где $K_{\text{нг}}$ – полный регулирующий эффект нагрузки по частоте с учетом изменения напряжения, вызванного изменением частоты:

$$K_{\text{нг}} = \frac{\partial P_{\text{нг}}}{\partial f} + \frac{\partial P_{\text{нг}}}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial f} \quad (2.33)$$

или

$$P_{\text{нг}} = P_{\text{нг}}(U) \left(1 + k_{\text{нг}} \frac{\Delta f}{f_{\text{н}}} \right), \quad (2.34)$$

где $k_{\text{нг}}$ – регулирующий эффект нагрузки по частоте при постоянстве напряжения в узле нагрузки равен:

$$k_{\text{нг}} = \frac{\partial P_{\text{нг}}}{\partial f}. \quad (2.35)$$

Зависимость реактивной мощности нагрузки от частоты либо не учитывают, считая мощность постоянной, либо определяют как $Q_{\text{нг}} \approx P_{\text{нг}} \cdot \text{tg} \varphi_{\text{нг}}$, $\varphi_{\text{нг}} \approx \varphi_{\text{нг.н}} \approx \text{const}$ по рекомендации [16] для расчетов предельных режимов.

При расчетах установившихся и переходных режимов энергосистем балансирование установившихся режимов при ненормальной частоте целесообразно проводить на динамической модели энергосистемы, которая позволяет сбалансировать режим с учетом действия автоматических регуляторов и реального изменения активной и реактивной мощности асинхронной и синхронной составляющих комплексной нагрузки узлов при изменениях частоты.

Нагрузку можно представить шунтом, идеальным или реальным источником тока и реальным источником ЭДС, (рис. 2.7, а-г), где условные направления токов и ЭДС соответствуют нагрузочной форме записи уравнений.

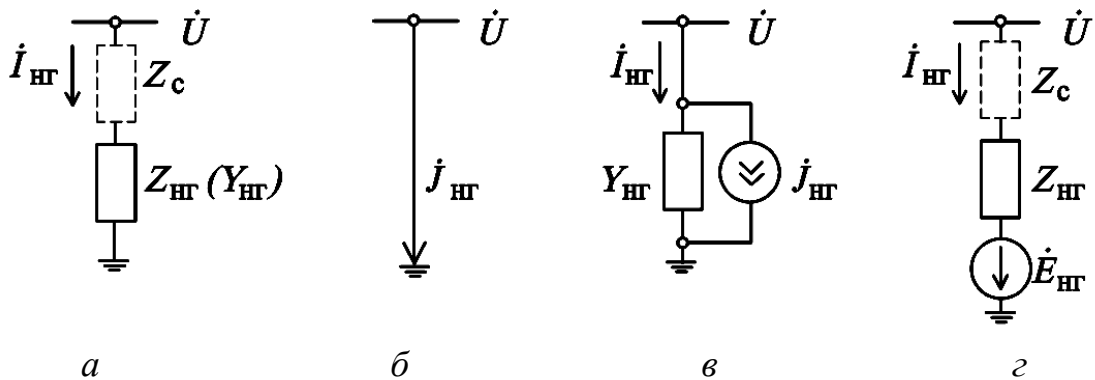


Рис. 2.7. Модели нагрузки: а – шунт; б – идеальный источник тока; в – реальный источник тока; г – реальный источник ЭДС

Шунт используется редко, в случае если мощность нагрузки изменяется пропорционально квадрату напряжения. При этом параметры шунта постоянны для номинального напряжения и определяются по формуле:

$$Y = \frac{\dot{S}}{3U^2}. \quad (2.36)$$

При использовании шунта имеется возможность корректно уменьшить число узлов схемы замещения за счет добавления сопротивления связи Z с нагрузки с узлом к сопротивлению нагрузки, тогда:

$$Y_{\text{нг}} = \frac{1}{Z_{\text{нг}} + Z_{\text{с}}}. \quad (2.37)$$

При формировании и решении системы узловых уравнений методом Ньютона основной моделью нагрузки является идеальный источник тока

$$j_{\text{нг}} = \frac{\dot{S}_{\text{нг}}}{3U}. \quad (2.38)$$

В расчетах установившихся режимов методом эквивалентных преобразований идеальный источник тока использовать нельзя, комплексную нагрузку необходимо моделировать или шунтом с переменными параметрами, если в узле нет двигательной нагрузки, или реальными источником тока и ЭДС. Задающий ток реального источника тока определяется по формуле:

$$j_{\text{нг}} = \frac{S_{\text{нг}}}{3U} - Y_{\text{нг}} \dot{U}, \quad (2.39)$$

где

$$Y_{\text{нг}} = \frac{1}{Z_{\text{нг}} + Z_{\text{с}}}. \quad (2.40)$$

Сопротивление нагрузки можно определить, если задан состав комплексной нагрузки (доли статической, асинхронной и синхронной составляющих), или использовать значение из диапазона:

$$Z_{\text{нг}} \cong jx_{\text{нг}} \cong j(0,5 \div 1,0) \frac{U_{\text{нг.н}}^2}{S_{\text{нг.н}}}. \quad (2.41)$$

Замещение нагрузки реальным источником ЭДС позволяет корректно уменьшить число узлов схемы, рис. 2.7, з, за счет добавления сопротивления связи нагрузки с узлом $Z_{\text{с}}$ к внутреннему сопротивлению нагрузки.

В расчетах электромеханических переходных процессов статическую нагрузку можно представить шунтом с постоянными параметрами, считать мощность нагрузки постоянной или зависящей от напряжения и частоты по СХН. Динамическую нагрузку, которая имеет асинхронную и синхронную составляющие, можно представить эквивалентными асинхронным и синхронным двигателями.

Для узла с нагрузкой определяются доли статической $k_{\text{сн}}$, асинхронной $k_{\text{ад}}$ и синхронной $k_{\text{сд}}$ составляющих нагрузки, их сумма:

$$k_{\text{сн}} + k_{\text{ад}} + k_{\text{сд}} = 1. \quad (2.42)$$

Разбить комплексную нагрузку узла на составляющие можно до или после расчета установившегося режима.

В результате расчета исходного установившегося режима получается текущая нагрузка узла $P_{нг0} + jQ_{нг0}$, которая при учете СХН не равна заданной нагрузке узла $P_{нг} + jQ_{нг}$, если параметры режима узла отклоняются от номинальных. Обычно разбивают на составляющие текущую нагрузку $P_{нг0} + jQ_{нг0}$ узла. Полученная расчетом активная мощность нагрузки $P_{нг0}$ делится на составляющие в соответствии с их долями. Реактивная мощность синхронного двигателя в исходном режиме должна быть задана, реактивная мощность эквивалентного асинхронного двигателя заранее неизвестна и определяется расчетом, поэтому баланс реактивной мощности комплексной нагрузки узла в исходном режиме замыкается коррекцией реактивной мощности статической составляющей нагрузки:

$$Q_{сн} = Q_{нг0} - Q_{ад} - Q_{сд} . \quad (2.43)$$

Такой подход к разбиению комплексной нагрузки на составляющие хорошо сочетается со стандартной постановкой задачи расчета установившихся режимов.

Можно разбить на составляющие заданную нагрузку узла. Активная мощность статической, асинхронной и синхронной составляющих нагрузки определяется перед расчетом установившегося режима в долях $k_{сн}$, $k_{ад}$ и $k_{сд}$ от заданной мощности $P_{нг}$ при номинальном напряжении и частоте. Для статической нагрузки нужно задать коэффициент мощности, для синхронного двигателя – закон регулирования возбуждения, реактивные мощности синхронного и асинхронного двигателей заранее неизвестны. Режим составляющих комплексной нагрузки определяется в ходе итеративного балансирования установившегося режима, на каждой итерации пересчитывается режим статической нагрузки, если для нее заданы СХН, асинхронного и синхронного двигателей [17].

Напряжение в узле влияет на режим двигателей. У асинхронного двигателя изменяются рабочее скольжение и, следовательно, электромагнитный момент, активная и реактивная мощности. У синхронного двигателя изменяются угол нагрузки ($E_q \wedge U$) и реактивная мощность (возбуждение). Активная мощность, потребляемая двигателями из сети, определяется балансом моментов на валу агрегатов двигатель–механизм и частотой в исходном режиме. Установившийся режим балансируется с учетом зависимости активной и реактивной мощности комплексной нагрузки узла от напряжения и частоты [18].

После расчета установившегося режима активная и реактивная мощности нагрузки узла определяются суммированием составляющих:

$$P_{нг0} = P_{сн} + P_{ад} + P_{сд};$$

$$Q_{нг0} = Q_{сн} + Q_{ад} + Q_{сд}. \quad (2.44)$$

Зависимость нагрузки от напряжения и частоты определяется индивидуально для каждого нагрузочного узла в соответствии с заданным составом нагрузки. Повышение точности модели нагрузки приводит к уменьшению скорости расчета за счет дополнительной обработки на каждой итерации динамической компоненты комплексной нагрузки.

В программах расчета переходных процессов в энергосистемах обычно используется разбиение комплексной нагрузки на составляющие после расчета установившегося режима. В программах расчета переходных процессов в узлах нагрузки с индивидуальным моделированием агрегатов двигатель–механизм состав нагрузки определен в исходных данных, поэтому при балансировании исходного режима определяется режим каждого из электродвигателей.

Если комплексная нагрузка включена в узлы напряжением 35 кВ и выше, потери в сети между узлом расчетной схемы и действительным узлом подключения нагрузки включаются в мощность нагрузки, а сама сеть исключается. В задачах динамики это может быть неприемлемо, поскольку не учитывается влияние сети на уровень напряжения на выводах двигателей, что заведомо искажает характер переходного процесса. Возникает задача учета влияния сети (линий, трансформаторов) между узлом расчетной схемы и действительным узлом подключения нагрузки.

Один из способов учета сети предложен в [19] и заключается в изменении параметров среднестатистического эквивалентного асинхронного двигателя, причем обобщенные параметры такого эквивалентного двигателя зависят от ожидаемого характера переходного процесса. Эти рекомендации не являются универсальными, они могут годиться для одной схемы и быть непригодными для другой. Рационально вместо изменения параметров эквивалентных двигателей представить исключенную сеть эквивалентной трансформаторной ветвью, рис. 2.8, поскольку при этом параметры эквивалентного двигателя не зависят от вида рассчитываемого переходного процесса.

Нагрузка $(P_{нг} + \Delta P_c) + j(Q_{нг} + \Delta Q_c)$ на рис. 2.8, *а* замещает сеть на рис. 2.8, *б* с комплексной нагрузкой $P_{нг} + jQ_{нг}$. Для корректного учета влияния сети в задачах динамики сеть питания нагрузки представляется

эквивалентной трансформаторной ветвью. Нагрузка переносится за трансформатор и из нее вычитается составляющая потерь $\Delta P_c + j\Delta Q_c$, рис. 2.8, в. Параметры эквивалентной трансформаторной ветви можно оценить, даже если неизвестна структура сети и коэффициенты трансформации трансформаторов, на основе общих соображений.

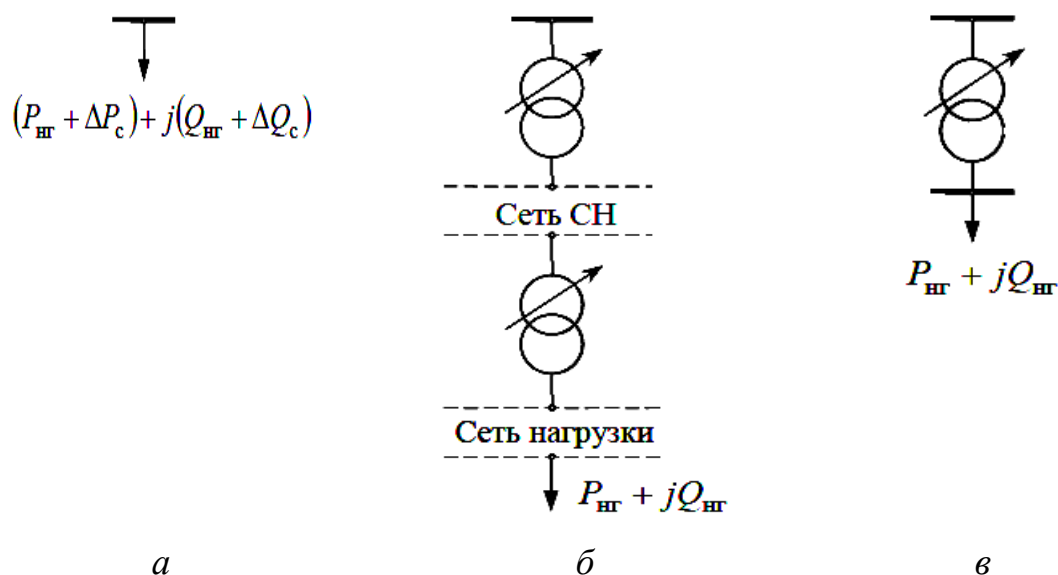


Рис. 2.8. Учет сети питания комплексной нагрузки:
 а – комплексная нагрузка; б – сеть с комплексной нагрузкой;
 в – комплексная нагрузка с учетом трансформаторной ветви

Результирующий коэффициент трансформации определяется из условия, что нормально допустимые отклонения напряжения на нагрузке в максимальном и минимальном режимах равны $\pm 5\%$, а предельно допустимые отклонения не должны превышать $\pm 10\%$. Активное сопротивление ветви можно оценить по среднестатистическим значениям потерь активной мощности в сети, а индуктивное – на основе соотношения r/x сетей разных классов напряжения. Полученные таким образом параметры затем проверяются и уточняются по результатам расчета установившегося режима. Обе схемы эквивалентны, если в установившемся режиме ток нагрузки в схеме на рис. 2.8, а равен току трансформатора в схеме на рис. 2.8, в.

2.7. Моделирование генераторов

При моделировании установившегося режима энергосистемы генерация приводится в соответствие с нагрузкой и потерями в сети. В зависимости от поведения генераторов в процессе моделирования режима генераторы могут быть регулируемыми и изменять свою активную и реактивную мощность, участвуя в сведении баланса мощности в схеме, или нерегулируемыми с фиксированными значениями полной мощности.

Различают следующие виды моделирования генераторов:

PQ -генератор – это нерегулируемый генератор с заданными значениями генерации активной и реактивной мощности, не зависящими от напряжения в узле (от режима сети). Свободными параметрами режима генераторного узла, которые определяются расчетом, являются модуль и угол напряжения в узле [15];

PU -генератор – это регулируемый генератор с заданными значениями активной мощности и модуля напряжения в узле. Активная мощность генератора постоянна и не зависит от режима сети. Для поддержания заданного модуля напряжения изменяется реактивная мощность генератора в пределах регулировочного диапазона от Q_{\min} до Q_{\max} . Свободными параметрами режима являются реактивная мощность генератора и угол напряжения узла. При выходе на ограничения по реактивной мощности фиксируется ее граничное значение (изменяется тип генератора на PQ_{\min} или PQ_{\max}) свободными параметрами режима становятся модуль и угол напряжения. PU -генераторы участвуют в сведении баланса реактивной мощности в схеме;

PE_q -генератор – это регулируемый генератор с заданными величинами активной мощности и модуля напряжения в узле, который участвует в регулировании баланса реактивной мощности в схеме. Для этого типа генератора дополнительно должны быть заданы синхронные индуктивные сопротивления по осям d и q . При изменении режима сети изменяются возбуждение генератора (модуль синхронной ЭДС E_q) в пределах регулировочного диапазона от $E_{q\min}$ до $E_{q\max}$ и угол между векторами ЭДС и напряжения узла таким образом, чтобы получить заданные значения активной мощности и модуля напряжения. Свободными параметрами режима генераторного узла, которые определяются расчетом, являются реактивная мощность генератора и угол напряжения узла. При выходе на ограничения $E_{q\min}$ или $E_{q\max}$ модуль E_q фиксируется, при этом свободным параметром режима становится модуль напряжения в узле, а реактивная мощность генератора и угол напряжения остаются свободными параметрами режима. Если ток якоря генератора превышает номинальный ток, то, если не достигнуты ограничения по возбуждению, изменяется E_q таким образом, чтобы уменьшить ток якоря до номинального, в противном случае уменьшается активная мощность генератора. Генератор моделируется ЭДС E_q за продольным реактивным сопротивлением X_d (для турбогенератора) или ЭДС E_q за поперечным реактивным сопротивлением (для генераторов с явно выраженными полюсами). При моделировании PE_q -генератора, в отличие

от PU -генератора, учитывается взаимосвязь процессов регулирования активной и реактивной мощности, изменение модуля вектора синхронной ЭДС влияет на угол нагрузки генератора ($E_q \wedge U$) и наоборот [16].

Реальный режим работы генератора отражает PU -модель, так как напряжение на выводах генератора поддерживается почти неизменным за счет действия автоматического регулятора возбуждения (АРВ), а активная мощность определяется загрузкой турбины и от электрического режима не зависит.

При использовании PU -модели задаются также пределы по \max и \min реактивной мощности генератора $Q_{Г\max}$ и $Q_{Г\min}$. Если в процессе расчета реактивная мощность достигает предельного значения по \max или \min , то автоматически происходит замена PU -модели на PQ -модель с фиксацией реактивной мощности соответственно на уровне $Q_{Г\max}$ или $Q_{Г\min}$. Достижение предельных значений по реактивной мощности означает, что заданное значение напряжения генератора не может поддерживаться при заданном значении активной мощности.

Практически при эксплуатации режим работы генератора контролируется не по реактивной мощности, а по току статора и ротора. Режим поддержания заданного напряжения при определенной активной мощности возможен лишь до тех пор, пока не будут достигнуты предельные значения:

– по току статора

$$I_{Г} \leq I_{\text{доп}}, \quad (2.45)$$

– по току ротора

$$I_{f\min} \leq I_f \leq I_{f\text{доп}}. \quad (2.46)$$

Необходимость ограничения токов статора и ротора по \max определяется условиями охлаждения обмоток.

Ограничение тока ротора по \min необходимо по двум причинам:

- для предотвращения перегрева торцевых зон обмотки статора;
- для предотвращения нарушения устойчивости при глубоком снижении тока возбуждения по внутреннему пределу статической устойчивости генератора.

Указанные ограничения практически при эксплуатации обеспечиваются либо дежурным персоналом, либо с помощью автоматических устройств.

При достижении каким-либо из режимных параметров предельного значения осуществляется соответствующее изменение режима.

При достижении максимально допустимого тока статора снижается уставка автоматического регулятора возбуждения (АРВ). При этом уменьшается ток возбуждения и ЭДС E_q , что приводит к снижению напряжения U_T и выдаваемой реактивной мощности. Если для обеспечения выполнения условия (2.45) требуется снизить напряжение ниже минимально допустимого, то это означает, что при данной активной мощности режим не осуществим и необходимо разгружать генератор по активной мощности.

Контроль условия по максимально допустимому току ротора на современных генераторах осуществляется ограничителем перегрузки, который входит в состав АРВ. Ограничитель перегрузки работает с выдержкой времени зависящей от кратности перегрузки по току ротора.

При достижении предельных условий по току ротора ограничитель перегрузки снижает ток возбуждения до значения меньшего номинального (примерно до $0,9 \cdot I_{ном}$).

При снижении тока ротора до минимально допустимого значения вступает в действие ограничитель минимального возбуждения (ОМВ), который также имеется в составе АРВ на современных крупных генераторах. ОМВ действует без выдержки времени и фиксирует ток возбуждения на уровне I_{fmin} . При этом АРВ выводится из работы до тех пор, пока напряжение генератора не снизится до уровня, при котором потребуется увеличение тока возбуждения для его поддержания.

Если не учитывать нелинейность характеристики холостого хода генератора, то ЭДС E_q можно считать пропорциональной току возбуждения. Поэтому условия ограничения по току возбуждения (2.46) можно заменить условиями ограничения по ЭДС E_q :

$$E_{qmin} \leq E_q \leq E_{qдоп}. \quad (2.47)$$

Модель PQ генераторного узла правильно отражает свойства реального генератора только до тех пор, пока не наступают ограничения по реактивной мощности и не происходит переход на PQ -модель. В свою очередь PQ -модель не отражает свойства реального объекта, так как фактически режим ограничивается не реактивной мощностью, а qE на уровне E_{qmin} и E_{qmax} . Генератор при этом в отличие от PQ -модели продолжает участвовать в балансировании реактивной мощности. В частности, реактивная мощность генератора будет изменяться, например, при изменении напряжения в сети.

В схеме замещения электрической сети генератор можно представить шунтом, идеальным или реальным источником тока и реальным источником ЭДС, рис. 2.9.

Замещение генератора шунтом по формуле:

$$Y = -\frac{\dot{I}}{\dot{U}} = -\frac{\dot{S}}{3U^2} \quad (2.48)$$

используется редко, например при эквивалентировании схемы. При формировании и решении системы узловых уравнений методом Ньютона основной моделью PQ - и PU -генераторов является идеальный источник тока

$$j_{\Gamma} = \frac{\dot{S}_{\Gamma}}{3U}. \quad (2.49)$$

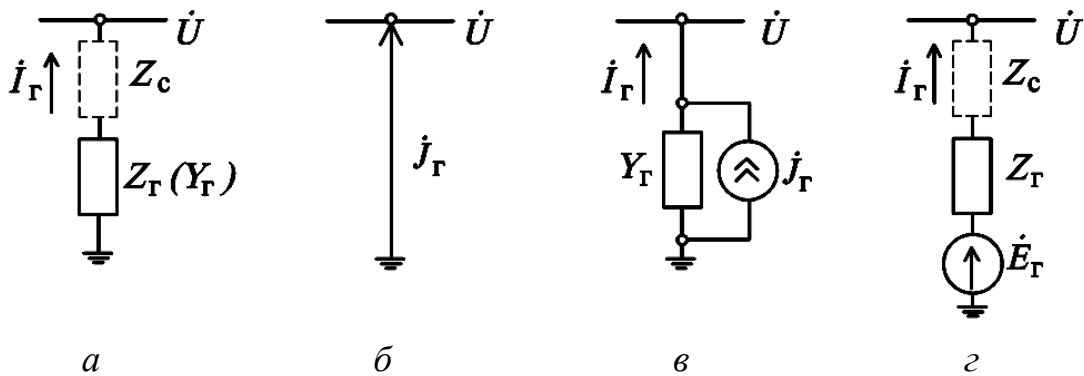


Рис. 2.9. Модели генераторов: *a* – шунт; *б* – идеальный источник тока; *в* – реальный источник тока; *г* – реальный источник ЭДС

В расчетах установившихся режимов методом эквивалентных преобразований применяются реальные источники тока и ЭДС:

$$j = \dot{I} + Y\dot{U}, \quad (2.50)$$

$$\dot{E} = \dot{U} + Z\dot{I}. \quad (2.51)$$

Если известны мощность генератора и напряжение, задающий ток генератора можно найти по формуле:

$$j_{\Gamma} = \frac{\dot{S}_{\Gamma}}{3U} + Y_{\Gamma}\dot{U}. \quad (2.52)$$

Замещение генератора источником ЭДС позволяет корректно уменьшить число узлов схемы, рис. 2.9, *з*, за счет добавления сопротивления связи генератора с узлом Z к внутреннему сопротивлению генератора.

На рис. 2.10 и 2.11 показаны модели электроэнергетической системы и ее режимы для PQ - и PE -моделей представления генераторов.

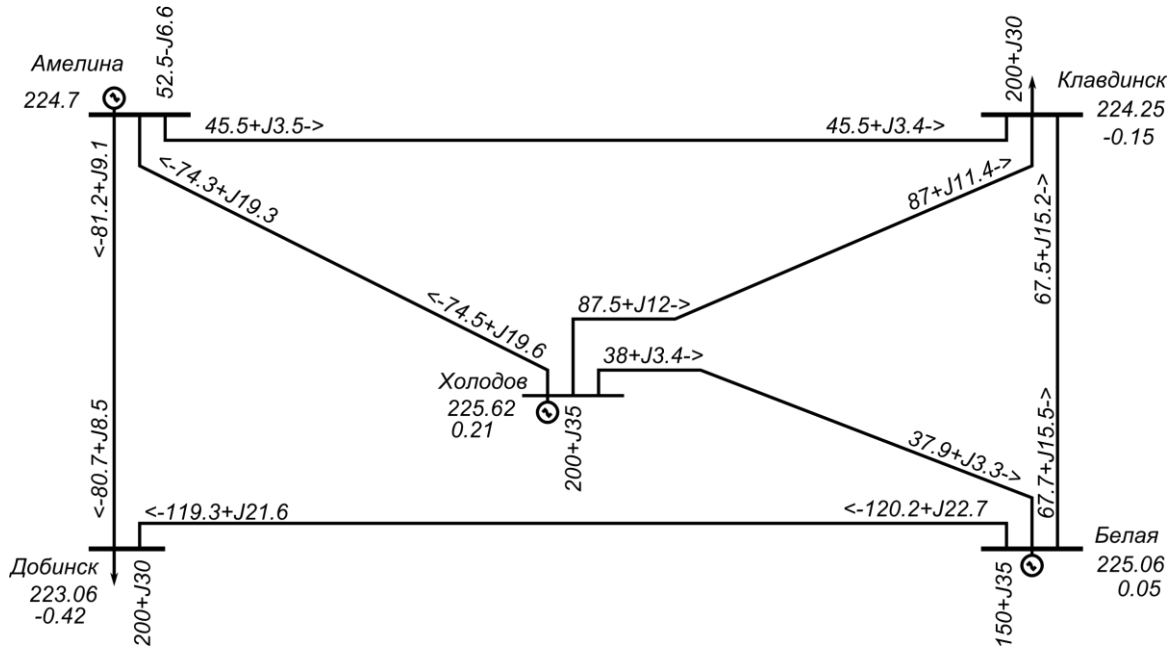


Рис. 2.10. Результаты расчета режима электроэнергетической системы при PQ -модели генераторов

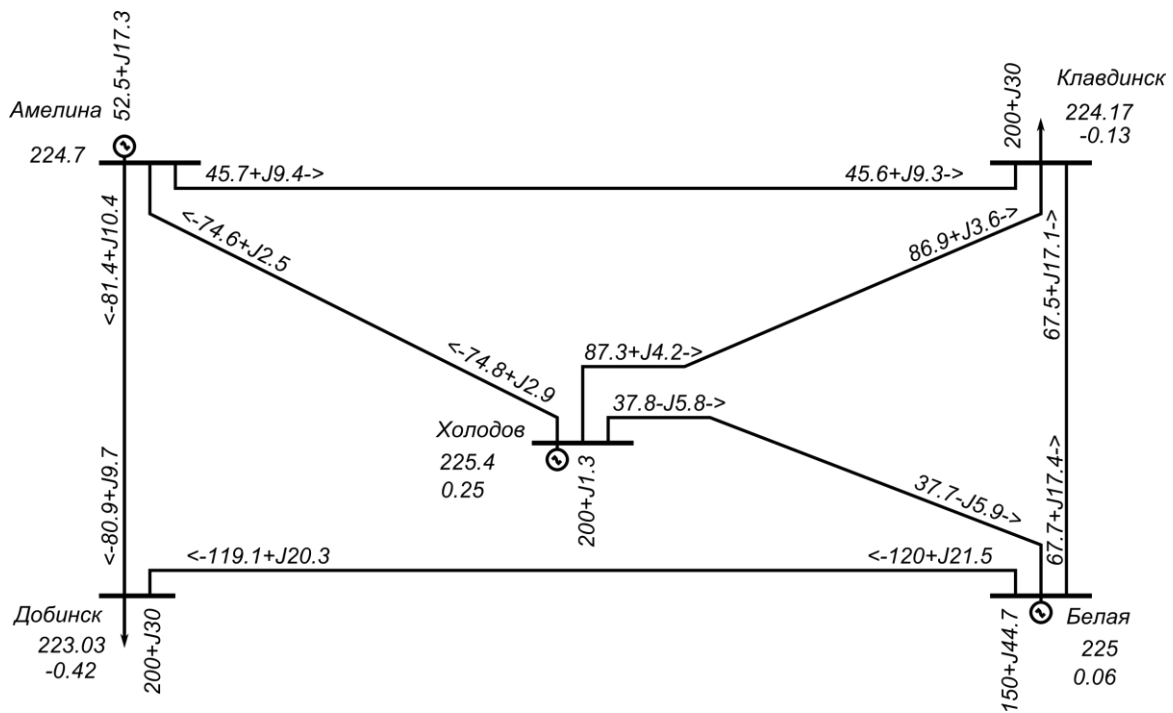


Рис. 2.11. Результаты расчета режима электроэнергетической системы при PE -модели генераторов

При моделировании пределы по реактивной мощности могут определяться по диаграмме мощности генератора, которая связывает между собой допустимые значения реактивной мощности с заданными значениями активной мощности и напряжение при изменении коэффициента мощности.

Основой для построения диаграммы мощности генератора (рис. 2.12, а) является векторная диаграмма, построенная для номинального режима без учета насыщения машины (рис. 2.12, б).

Умножив векторы напряжения U , ЭДС E_q , падения напряжения на сопротивлениях генератора на множитель, равный отношению напряжения к синхронному реактивному сопротивлению (U/X_d), получим векторную диаграмму (рис. 2.12, в).

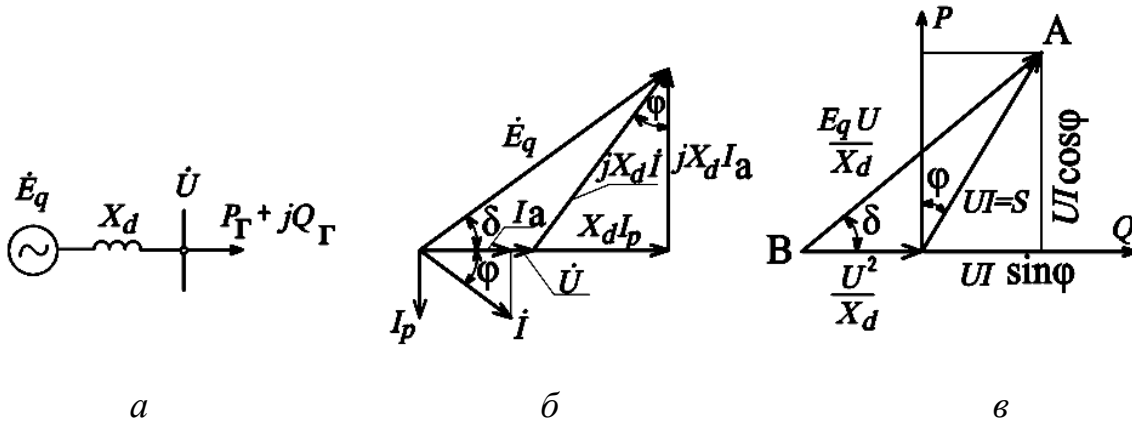


Рис. 2.12. Диаграммы мощности генератора:
а – схема замещения генератора; б – векторная диаграмма ненасыщенного неявнополюсного генератора; в – к построению диаграммы мощностей

При работе генератора с различными коэффициентами мощности область допустимых нагрузок генератора ограничивается номинальными токами ротора и статора (участки АД, АК рис. 2.13), максимальной мощностью турбины (участок КГ), нагревом крайних пакетов активной стали (участок ГН) и условиями обеспечения статической устойчивости (участок HF).

Более удобным может быть определение $Q_{q\min}$ и $Q_{q\max}$ расчетным путем. При этом используются следующие соотношения, связывающие режимные параметры генератора. Для генераторов с явно выраженными полюсами на роторе:

$$E_q = \frac{U_\Gamma^4 + Q_\Gamma \cdot U_\Gamma^2 (X_d + X_q) + (P_\Gamma^2 + Q_\Gamma^2) X_d \cdot X_q}{Q_\Gamma \sqrt{U_\Gamma^4 + 2 \cdot Q_\Gamma \cdot U_\Gamma^2 \cdot X_d + (P_\Gamma^2 + Q_\Gamma^2) X_q^2}}, \quad (2.53)$$

$$P_{\Gamma} = \frac{E_q U_{\Gamma}}{X_d} \sin \delta_{\Gamma} + \frac{U_{\Gamma}^2}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \sin 2\delta_{\Gamma}, \quad (2.54)$$

$$Q_{\Gamma} = \frac{E_q U_{\Gamma}}{X_d} \cos \delta_{\Gamma} + \frac{U_{\Gamma}^2}{2} \frac{X_d - X_q}{X_d X_q} \cos 2\delta_{\Gamma} - \frac{U_{\Gamma}^2}{2} \frac{X_d + X_q}{X_d X_q}. \quad (2.55)$$

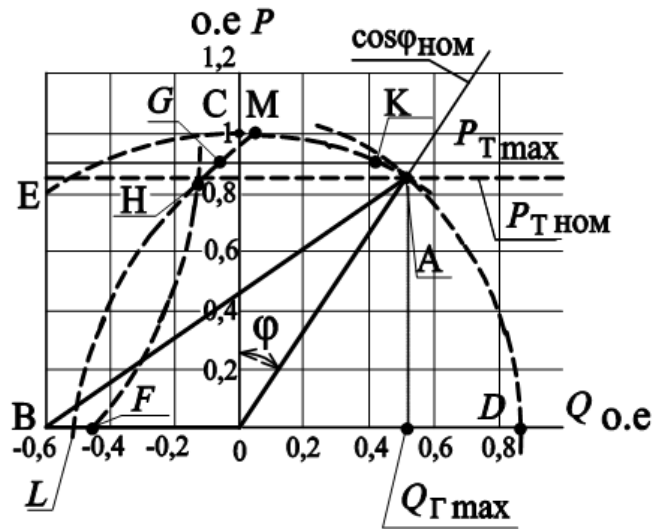


Рис. 2.13. Диаграмма мощностей генератора

Для генераторов с неявно выраженными полюсами на роторе ($X_d = X_q$):

$$E_q = \frac{\sqrt{(U_{\Gamma}^2 + Q_{\Gamma} \cdot X_d)^2 + P_{\Gamma}^2 + X_q^2}}{U_{\Gamma}}, \quad (2.56)$$

$$P_{\Gamma} = \frac{E_q U_{\Gamma}}{X_d} \sin \delta_{\Gamma}, \quad (2.57)$$

$$Q_{\Gamma} = \frac{E_q U_{\Gamma}}{X_d} \cos \delta_{\Gamma} - \frac{U_{\Gamma}^2}{X_d}. \quad (2.58)$$

Для генераторов любой конструкции ток статора:

$$I_{\Gamma} = \frac{\sqrt{P_{\Gamma}^2 + Q_{\Gamma}^2}}{\sqrt{3} U_{\Gamma}}. \quad (2.59)$$

Далее соотношения приводятся для случая $X_d = X_q$. Максимально допустимая реактивная мощность, соответствующая условию $I_\Gamma = I_{\text{доп}}$,

$$Q_{\Gamma\text{max}}^{(I)} = \sqrt{S_{\text{доп}}^2 + P_\Gamma^2}, \quad (2.60)$$

где $S_{\text{доп}} = \sqrt{3}I_{\text{доп}}U_\Gamma$.

Разделив и умножив правую часть (2.60) на $S_{\text{ном}}$, получим:

$$Q_{\Gamma\text{max}}^{(I)} = \sqrt{\frac{S_{\text{доп}}^2}{S_{\text{ном}}} - \frac{P_\Gamma^2}{S_{\text{ном}}}}. \quad (2.61)$$

Первую составляющую подкоренного выражения (2.61) запишем как $S_{\text{ном}} = \sqrt{3}I_{\text{ном}}U_{\text{ном}}$, а вторую $S_{\text{ном}} = P_{\text{ном}}/\cos\varphi$.

Тогда после преобразований получим

$$Q_{\Gamma\text{max}}^{(I)} = S_{\text{ном}} \cdot \sqrt{K_I^2 \cdot \left(\frac{U_\Gamma}{U_{\text{ном}}}\right)^2 - \left(\frac{P_\Gamma}{P_{\text{ном}}}\right)^2 \cdot \cos\varphi_{\text{ном}}}, \quad (2.62)$$

где $K_I = \frac{I_{\text{доп}}}{I_{\text{ном}}}$ – кратность допустимого тока по отношению к номинальной.

Максимально допустимая реактивная мощность из условия $E_q = E_{q\text{доп}}$. Рассмотрим совместно выражения для реактивной и активной мощности (2.54) и (2.57) при $E_q = E_{q\text{доп}}$.

$$Q_{\Gamma\text{max}}^{(E)} = \frac{E_{q\text{доп}}U_\Gamma}{X_d} \cos\delta_\Gamma - \frac{U_\Gamma^2}{X_d}, \quad (2.63)$$

$$P_\Gamma = \frac{E_{q\text{доп}}U_\Gamma}{X_d} \sin\delta_\Gamma. \quad (2.64)$$

Найдем из (2.64)

$$\cos\delta_\Gamma = \sqrt{1 - \sin^2\delta_\Gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{P_\Gamma X_d}{E_{q\text{доп}}U_\Gamma}\right)^2}, \quad (2.65)$$

подставим в (2.63) и после некоторых преобразований получим

$$Q_{\Gamma\max}^{(E)} = \frac{1}{X_d} \left(\sqrt{K_E E_{q\text{ном}}^2 U_{\Gamma}^2 - P_{\Gamma}^2 X_d^2} - U_{\Gamma}^2 \right), \quad (2.66)$$

где $K_E = \frac{E_{q\text{доп}}}{E_{q\text{ном}}}$ – кратность допустимого тока возбуждения к номинальному.

Минимально допустимая реактивная мощность $Q_{q\min}$, определенная из условия $E_q = E_{q\min}$, может быть ориентирована на использование одного из возможных алгоритмов работы ограничителя минимального возбуждения, который должен предотвращать снижение реактивной составляющей тока статора ниже минимально допустимого значения $I_{p\min}$.

Один из возможных алгоритмов ОМВ реализует зависимость минимально допустимого тока ротора от активной составляющей тока статора в следующем виде

$$I_{p\min} = I_{p\min}^{(0)} - KI_a, \quad (2.67)$$

где $I_{p\min}$ – минимально допустимый реактивный ток при $I_a = 0$ и номинальном напряжении.

Выразим в (2.67) токи через соответствующие мощности

$$\frac{Q_{\Gamma\min}}{U_{\Gamma}} = \frac{Q_{\Gamma\min}^{(0)}}{U_{\text{ном}}} - K \frac{P_{\Gamma}}{U_{\Gamma}}. \quad (2.68)$$

Умножим (2.68) на U_{Γ}

$$Q_{\Gamma\min} = Q_{\Gamma\min}^{(0)} \frac{U_{\Gamma}}{U_{\text{ном}}} - KP_{\Gamma}. \quad (2.69)$$

Так как минимально допустимая реактивная мощность при номинальной активной мощности и номинальном напряжении $Q_{\Gamma\min(\text{ном})}$ известна, то коэффициент K может быть определен из соотношения:

$$Q_{\Gamma\min}^{(1)} = Q_{\Gamma\min}^{(0)} - KP_{\text{ном}},$$

$$K = \frac{Q_{\Gamma\min(0)} - Q_{\Gamma\min(\text{НОМ})}}{P_{\Gamma\text{НОМ}}}.$$

Окончательно получим

$$Q_{\Gamma\min(1)} = Q_{\Gamma\min(0)} \frac{U_{\Gamma}}{U_{\text{НОМ}}} - (Q_{\Gamma\min(0)} - Q_{\Gamma\min(1)}) \frac{P_{\Gamma}}{P_{\text{НОМ}}}. \quad (2.70)$$

В справочных данных обычно отсутствуют данные о минимально допустимой реактивной мощности при $P_{\Gamma} = 0$. Поэтому в качестве $Q_{\Gamma\min(0)}$ принимают значение минимально допустимой реактивной мощности при $P_{\Gamma} = 0,4 \cdot P_{\text{НОМ}}$. Соотношения (2.62), (2.66), (2.67) позволяют корректировать значения $Q_{\Gamma\max}$ и $Q_{\Gamma\min}$ в зависимости от U_{Γ} и P_{Γ} .

Используя представленные модели элементов электрической сети, формируется система нелинейных алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров режима. Формы представления уравнений установившегося режима и методы решения получаемых систем уравнений представлены в следующей главе.

Вопросы для самоконтроля

1. В каких случаях можно пользоваться упрощенными моделями ВЛ?
2. Как найти параметры П-образной схемы замещения линии?
3. Поясните физический смысл параметров схемы замещения трансформатора.
4. Нарисуйте Г-образную схему замещения трансформатора.
5. Что такое статические характеристики нагрузки?
6. Какие схемы замещения используются для моделирования нагрузки?
7. Что такое регулирующий эффект нагрузки?
8. Как определяются параметры схемы замещения трансформатора?
9. Какие существуют основные виды электрических нагрузок?
10. Какие нагрузки не потребляют реактивной мощности?

3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

3.1. Постановка задачи

Пусть рассматривается электрическая система, содержащая $n + 1$ узел. Узлы, на которые работает электростанция, а также источники реактивной мощности (синхронные компенсаторы, батареи статических конденсаторов, источники реактивной мощности), называются генераторными. Их множество обозначим G . Остальные узлы – называются нагрузочными узлами (множество H).

Активные и реактивные сопротивления ветвей, их поперечные проводимости, а также коэффициенты трансформации трансформаторов называются параметрами системы. Предполагается, что все параметры системы известны. Исключением могут быть коэффициенты трансформации, допускающие регулирование, которые должны быть получены в результате расчета режима.

Режим электрической системы характеризуется такими параметрами, как: генерируемые мощности генераторных узлов, активные и реактивные мощности нагрузок, токи, соответствующие нагрузкам (токи в узлах), потоки мощности, а также токи в ветвях, модули и фазы узловых напряжений либо их действительные и мнимые части (в зависимости от выбранной для расчета системы координат). Система координат выбирается в зависимости от представления исходных данных и вида, в котором будут использоваться результаты расчета.

При моделировании установившегося режима электрической сети со схемой, насчитывающей $n + 1$ узел, заданными величинами являются $2n + 1$ независимых параметров режима. Остальные параметры режима являются зависимыми и могут быть определены через независимые путем решения уравнений установившегося режима, а также расчетов по простым формулам (например, определение тока по заданным активной и реактивной мощностям и напряжению).

Можно проводить моделирование установившегося режима электрической сети без учета фазовых углов. Такой способ применялся ранее в расчетных моделях сети постоянного тока. При этом требуется задание меньшего числа независимых параметров, а именно $n + 1$, но удовлетворительные результаты получаются лишь при малых фазовых углах.

Таким образом, для определения режима в каждом узле, кроме одного, должно быть задано по два независимых параметра и лишь в последнем – один. Этот узел называется балансирующим. В числе независимых

параметров по крайней мере в одном узле необходимо задать модуль напряжения. Этот узел называется базисным по напряжению. Обычно в качестве балансирующего и базисного выбирают один и тот же узел. Ему присваивается индекс 0. Таким образом, в балансирующем узле задаются модуль напряжения U_0 и фазовый угол δ_0 , обычно принимаемый равным 0. Активная P_0 и реактивная Q_0 мощности балансирующего узла определяются из условия баланса мощностей в сети, включая потери в ней, которые заранее неизвестны.

Выбор независимых параметров режима в остальных узлах определяется следующими соображениями. Активные и реактивные нагрузки потребителей определяются по прогнозу или по аналогии со значениями, имевшими место при эксплуатационных замерах, и предполагаются заданными. Точно так же на основании расчетов оптимального режима по активной мощности или эксплуатационных соображений задаются активные мощности станций. В качестве второго независимого параметра в генерирующих узлах должны быть заданы или напряжения, или реактивные мощности. Подмножество генераторных узлов с заданными P_i , U_i обозначается через подмножество Γ_1 и называется опорными, а подмножество генераторных узлов с заданными P_i , Q_i – через Γ_2 (неопорные узлы).

Таким образом, задача моделирования режима электрической сети сводится к решению уравнений установившегося режима при следующих исходных условиях:

а) опорные узлы

$$\begin{aligned} P_i - \overline{P}_i &= 0 \quad i \in \Gamma_1; i \neq 0; \\ U_i - \overline{U}_i &= 0; \end{aligned} \quad (3.1)$$

б) неопорные и нагрузочные узлы

$$\begin{aligned} P_i - \overline{P}_i &= 0 \quad i \in \Gamma_2 + \text{H}; \\ Q_i - \overline{Q}_i &= 0; \end{aligned} \quad (3.2)$$

в) балансирующий узел

$$U_0 - \overline{U}_0 = 0; \quad (3.3)$$

где чертой сверху обозначено заданное значение параметра.

Кроме того, должны быть заданы коэффициенты трансформации всех трансформаторов, входящих в расчетную схему: $k_{Tl,d}$ в продольной и $k_{Tl,q}$ в поперечной оси.

В результате решения уравнений установившегося режима обычно определяют активную и реактивную мощности в балансирующем узле P_0 и Q_0 , реактивные мощности $Q_i (i \in \Gamma_1)$ в опорных узлах и модули напряжения $U_i (i \in \Gamma_2 + N)$ в неопорных и нагрузочных узлах. Кроме того, во всех узлах должны быть определены действительные и мнимые составляющие напряжений U'_i и U''_i или фазовые углы δ_i . Зная перечисленные величины, нетрудно найти все остальные зависимые параметры режима, в частности токи узлов, активные и реактивные мощности и токи ветвей. Например, поток мощности, протекающей по ветви, соединяющей i -й узел с j -м, со стороны i -го узла можно определить из следующего выражения:

$$\hat{S}_{ij} = P_{ij} - jQ_{ij} = \hat{U}_i (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \dot{Y}_{ij}, \quad (3.4)$$

где Y_{ij} – ветви i - j .

Учет ограничений. Найденные в результате решения уравнений установившегося режима зависимые параметры режима могут не удовлетворять условиям допустимости режима. Например, могут выходить за допустимые пределы напряжения в неопорных и нагрузочных узлах, реактивные мощности в опорных узлах, токи ветвей эквивалентной схемы сети. Регулярные алгоритмы ввода режима в допустимую область весьма сложны и применяются лишь в задачах оптимизации режима электрической сети. При расчете установившегося режима обычно предусматривается только учет ограничений в форме неравенств, наложенных на реактивные мощности в узлах с заданными P_i , $U_i (i \in \Gamma_1)$. Эти ограничения имеют следующий вид:

$$Q_i^{\min} \leq Q_i \leq Q_i^{\max}. \quad (3.5)$$

В случае нарушения ограничения реактивная мощность закрепляется на нарушенном пределе и узел переходит в разряд неопорных узлов с заданными P_i , $Q_i (i \in \Gamma_2)$. Однако при этом могут быть нарушены ограничения по напряжениям в данном или соседних узлах.

Для устранения нарушений этих ограничений предусматривается изменение коэффициентов трансформации трансформаторов в соответствующих ветвях. В случае нарушения ограничений по активной мощности P_0

в балансирующем узле небаланс распределяется между другими генераторными узлами в соответствии с заранее заданными статическими характеристиками.

3.2. Уравнения установившихся режимов в форме баланса токов

Математическая модель установившихся режимов ЭС представляется системой уравнений, которые формируются на основе схем замещения и физических законов – Ома, Кирхгофа – или вытекающих из них уравнений контурных токов и узловых напряжений

$$\sum_{m=1}^{n+1} Y_{km} U_m = I_k, \quad k = \overline{1, n+1}, \quad (3.6)$$

где n – число узлов в сети.

С использованием матричных обозначений система (3.6) записывается в виде

$$\begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{1,2} & \cdots & Y_{1,n} & Y_{1,n+1} \\ Y_{2,1} & Y_{2,2} & \cdots & Y_{2,n} & Y_{2,n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n,1} & Y_{n,2} & \cdots & Y_{n,n} & Y_{n,n+1} \\ Y_{n+1,1} & Y_{n+1,2} & \cdots & Y_{n+1,n} & Y_{n+1,n+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \\ U_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_{n+1} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Система уравнений узловых напряжений (3.6), (3.7) записана для одной из фаз трехфазной сети, где в качестве задающих значений используются токи узлов. В трехфазной сети обычно оперируют линейными $U_k^{\text{л}} = \sqrt{3} U_k^{\text{ф}}$, а не фазными напряжениями. Кроме того, нагрузка и генерирующие источники должны моделироваться не токами, а мощностями узлов $S_k = 3 \dot{I}_k U_k^{\text{ф}}$; $I_k = \dot{S}_k / \sqrt{3} \dot{U}_k^{\text{л}}$. Учитывая сказанное, можно получить

$$\sum_{m=1}^{n+1} Y_{km} U_m^{\text{л}} / \sqrt{3} = \dot{S}_k / \sqrt{3} \dot{U}_k^{\text{л}}, \quad k = \overline{1, n+1}.$$

Умножая это уравнение на $\sqrt{3}$ и перенося все слагаемые в левую часть, имеем выражение для небаланса тока в узле k :

$$\Delta I_k = \dot{S}_k / \dot{U}_k^{\text{п}} - \sum_{m=1}^{n+1} Y_{km} U_m^{\text{п}} = 0, k = \overline{1, n+1}. \quad (3.8)$$

Уравнение (3.8) записано в неявном виде, поскольку из него нельзя аналитически выразить искомые переменные через задаваемые параметры. Величина ΔI_k называется небалансом (невязкой) тока в узле k , который в точке решения должен быть нулевым. В дальнейшем при использовании этого уравнения индекс «л» будем опускать, подразумевая, что речь идет о линейных напряжениях. В матричном обозначении система уравнений будет иметь вид

$$\Delta I = [\text{diag}(\dot{U})]^{-1} \dot{S} - [Y]U = 0, \quad (3.9)$$

где $[\text{diag}(\dot{U})]^{-1} \dot{S}$ – диагональная матрица, (k, k) -й элемент которой равен \dot{U}_k , \dot{S} – сопряженный комплекс вектора мощностей узлов; ΔI – комплекс вектора небаланса токов узлов.

Следует отметить, что к вырожденности полной матрицы Y здесь добавляются еще два аспекта получения неоднозначности решения. Во-первых, из (3.9) видно, что если система комплексных величин $U_k (k = 1, n + 1)$ является решением этих уравнений, то решением будет также система $U_k e^{j\delta}$. Множитель $e^{j\delta}$ после подстановки войдет во все члены уравнения $1/e^{j\delta} = 1/e^{-j\delta} = e^{j\delta}$ и может быть сокращен. Это означает, что, во-первых, координатную систему осей комплексной плоскости можно выбрать произвольно. Во-вторых, если в уравнениях установившегося режима не задавать ни одного модуля напряжения, то можно получить решение, не имеющее практического значения: требование обеспечения баланса токов во всех узлах может осуществиться не при тех напряжениях, которые отвечают техническому содержанию задачи. Все это приводит к тому, что для решения практических задач расчета установившегося режима сложной сети в одном из ее узлов, называемом базисным, задают комплекс напряжения U_s в виде его модуля и фазового угла (который обычно принимают равным нулю). Задание одного из напряжений приводит к необходимости исключения из системы (3.8) одного из уравнений. Оно отвечает так называемому балансирующему узлу, номер которого обычно принимают равным $n + 1$. Ток балансирующего узла I_{n+1} определяется по балансу токов всех других узлов.

Уравнения баланса токов представляют собой простейшую форму уравнений, описывающих установившийся режим. Однако использовать такие уравнения удастся не всегда, поскольку в них предполагаются заданными активные и реактивные мощности всех узлов, кроме балансирующего. Необходимость применения других форм записи уравнений узловых напряжений зависит от условий регулирования напряжения и мощности в узлах, которое моделируется разными способами. Это различие столь существенно сказывается на задании исходных данных, формировании и решении уравнений установившегося режима, что для удобства изложения и записи уравнений в расчетах установившихся режимов принято деление узлов на три типа.

1. *Узлы типа PQ* – узлы, в которых отсутствуют регуляторы напряжения – нерегулируемые нагрузочные узлы, транзитные узлы и т.д. В узлах данного типа активная и реактивная мощности задаются постоянными или в виде статических характеристик.

2. *Регулируемые узлы типа PU* – узлы с заданным модулем напряжения, в которых имеется регулятор или любое другое средство поддержания модуля напряжения. Для них задается активная мощность, модуль напряжения и диапазон регулирования реактивной мощности, в котором возможно поддержание заданного модуля (P, U, Q, \bar{Q}). *PU* узел называется также балансирующим по реактивной мощности. При исчерпании регулировочного диапазона по реактивной мощности этот узел переводится в *PQ* тип с фиксацией реактивной мощности на Q или \bar{Q} .

3. *Узлы типа Ud* – узлы, в которых заданы модуль и фазовый угол напряжения. Выше было показано, что система уравнений узловых напряжений записывается не для всех узлов электрической сети. По крайней мере, для одного из них необходимо задать модуль напряжения и фазу. Как правило, напряжение и фаза задаются именно для того узла (балансирующего), для которого не записан закон Кирхгофа. В отдельных случаях для расчета сети выбирается не один, а несколько балансирующих узлов. Если сеть состоит из изолированных районов, в каждом из них задается свой балансирующий узел. В некоторых случаях дополнительные балансирующие узлы назначаются и в связанной сети, обычно для снятия характеристик исследуемого режима.

Поскольку для узлов *PU* типа задается модуль напряжения и не фиксируется реактивная мощность, уравнения узловых напряжений в форме баланса токов (3.8) целесообразно представить в иной форме. Это можно сделать двумя способами, каждый из которых имеет свои достоинства и недостатки.

Так, систему уравнений установившихся режимов в форме баланса токов можно дополнить уравнениями для PU узлов, связывающими комплекс напряжения в узле с его модулем. Тогда система уравнений примет вид:

$$\Delta I_k(U, P_k, Q_k) = \frac{P_k - jQ_k}{\dot{U}_k} - \sum_{m=1}^{n+1} Y_{km} U_m = 0, k \in PU + PQ;$$

$$\Delta E_k(U_k) = U_k^2 - \dot{U}_k U_k = 0, k \in PU. \quad (3.10)$$

В системе нелинейных уравнений (3.10) наряду с комплексами напряжений в число неизвестных входит реактивная мощность PU узлов. Недостатком этого способа является увеличение размерности системы нелинейных уравнений на число PU узлов, которое в ЭС может быть довольно большим.

Другой способ преобразования уравнений установившегося режима в форме баланса токов для учета PU узлов состоит в разрешении системы (3.10) относительно узловых мощностей P_k и Q_k и удалении из нее выражения для реактивных мощностей узлов PU типа, что уменьшает необходимое число уравнений. В результате применения данной операции формируются уравнения установившегося режима в форме баланса мощностей.

3.3. Уравнения установившихся режимов в форме баланса мощностей в прямоугольной системе координат

Если каждое k -е уравнение системы уравнений установившегося режима в форме баланса токов (3.10) умножить на соответствующий сопряженный комплекс напряжения \dot{U}_k , то можно получить следующую систему уравнений:

$$\Delta \dot{S} = \Delta \dot{S}_k - Y_{kk} U_k \dot{U}_k - \dot{U}_k \sum_{k \in m} Y_{km} U_m, k \in \overline{1, n}. \quad (3.11)$$

Уравнения (3.11) записаны в комплексном виде. Перейдем к вещественным уравнениям, для чего представим комплексные величины в прямоугольных координатах (рис. 3.1):

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}; Y_{kk} = G_{kk} + jB_{kk};$$

$$S_k = P_k + jQ_k; U_k = U'_k + jU''_k \quad (3.12)$$

и подставим в (3.11).

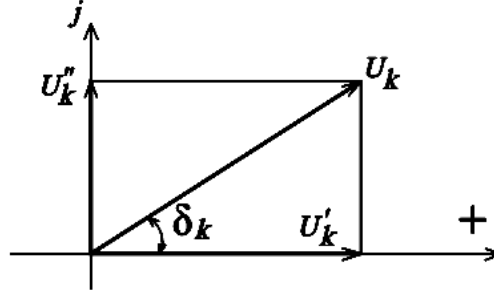


Рис. 3.1. Представление комплекса напряжений в прямоугольных и полярных координатах (за ось отсчета + принято направление комплекса напряжения базисного узла)

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_k &= \dot{S}_k - Y_{kk} U_k \dot{U}_k - \dot{U}_k \sum_{k \in m} Y_{km} U_m = \Delta P_k - j \Delta Q_k = \\ &= P_k - jQ_k - (G_{kk} + jB_{kk})(U'_k - jU''_k)(U'_k + jU''_k) - \\ &\quad - \sum_{m \in k} (G_{km} + jB_{km})(U'_k - jU''_k)(U'_m + jU''_m), \end{aligned} \quad (3.13)$$

где ΔS_k , ΔP_k , ΔQ_k – соответственно небалансы полной, активной и реактивной мощностей в узле k , которые в точке решения должны быть нулевыми.

Выполняя преобразования и записывая отдельно выражения для вещественной и мнимой частей, систему (3.13) можно представить в новом виде:

$$\begin{aligned} \Delta P_k(P_k, U', U'') &= P_k - G_{kk}(U_k'^2 + U_k''^2) - \sum_{m \in k} G_{km}(U_k' U_m' + U_k'' U_m'') + \\ &\quad + \sum_{m \in k} B_{km}(U_k' U_m'' - U_k'' U_m') = 0, k = \overline{1, n}; \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_k(Q_k, U', U'') &= Q_k + B_{kk}(U_k'^2 + U_k''^2) + \\ &\quad + \sum_{m \in k} B_{km}(U_k' U_m' + U_k'' U_m'') + \sum_{m \in k} G_{km}(U_k' U_m'' - U_k'' U_m') = 0, k = \overline{1, n}. \end{aligned}$$

В PU узлах фиксируется модуль напряжения, а не реактивная мощность, являющаяся в этом случае переменной. Поэтому систему (3.14) нужно дополнить уравнениями связи между модулем напряжения U_k и составляющими U'_k и U''_k для PU узлов

$$U'_k{}^2 + U''_k{}^2 = U_k^2,$$

исключив при этом уравнения баланса реактивной мощности PU узлов.

Выполнив эти операции, получим уравнения установившегося режима в форме баланса мощностей в прямоугольных координатах:

$$\begin{aligned} \Delta P_k(P_k, U', U'') &= P_k - G_{kk}(U'_k{}^2 + U''_k{}^2) - \sum_{m \in k} G_{km}(U'_k U'_m + U''_k U''_m) + \\ &+ \sum_{m \in k} B_{km}(U'_k U''_m - U''_k U'_m) = 0, k \in PQ + PU; \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_k(Q_k, U', U'') &= Q_k + B_{kk}(U'_k{}^2 + U''_k{}^2) + \sum_{m \in k} B_{km}(U'_k U'_m + U''_k U''_m) + \\ &+ \sum_{m \in k} G_{km}(U'_k U''_m - U''_k U'_m) = 0, k \in PQ; \end{aligned}$$

$$\Delta E_k(V_k, U', U'') = V_k^2 - (U'_k{}^2 + U''_k{}^2) = 0, k \in PU.$$

Здесь ΔE_k есть небаланс квадрата модуля напряжения. Порядок системы равен $2n$. По сравнению с (3.10) число решаемых уравнений меньше на число PU узлов.

3.4. Уравнения установившихся режимов в форме баланса мощностей и токов в полярной системе координат

Уравнения установившегося режима в форме баланса мощностей иногда удобнее представить в полярной системе координат, выражая комплекс напряжения U_k через модуль U_k и фазовый угол сдвига δ_k комплекса напряжения относительно напряжения базисного узла (рис. 3.1):

$$U_k = U'_k + jU''_k = U_k e^{j\delta_k} = U_k (\cos \delta_k + j \sin \delta_k). \quad (3.16)$$

Используя (3.16), уравнения установившегося режима в форме баланса мощностей (3.11) можно записать так:

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{S}_k &= \Delta P_k - j\Delta Q_k = \dot{S}_k - Y_{kk}U_k\dot{U}_k - \dot{U}_k \sum_{m \in k} Y_{km}U_m = \\
&= P_k - jQ_k - (G_{kk} + jB_{kk})U_k e^{-j\delta_k} U_k e^{j\delta_k} - \\
&\quad - \sum_{m \in k} (G_{km} + jB_{km})U_k e^{-j\delta_k} U_m e^{j\delta_m} = \\
&= P_k - jQ_k - (G_{kk} + jB_{kk})U_k^2 - U_k \sum_{m \in k} U_m (G_{km} + jB_{km}) e^{-j(\delta_k - \delta_m)} = \\
&= P_k - jQ_k - (G_{kk} + jB_{kk})U_k^2 - U_k \sum_{m \in k} U_m (G_{km} + jB_{km})(\cos \delta_{km} - j \sin \delta_{km}),
\end{aligned}$$

где $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$.

Группируя подобные члены и отдельно представляя действительную и мнимую части уравнений, получаем уравнения установившегося режима в форме баланса мощностей в полярной системе координат:

$$\Delta P_k(P_k, U, \delta) = P_k - U_k^2 G_{kk} - U_k \sum_{m \in k} U_m (G_{km} \cos \delta_{km} + jB_{km} \sin \delta_{km}) = 0,$$

$$k \in PU + PQ; \quad (3.17)$$

$$\Delta Q_k(Q_k, U, \delta) = Q_k + U_k^2 B_{kk} - U_k \sum_{m \in k} U_m (B_{km} \cos \delta_{km} - jG_{km} \sin \delta_{km}) = 0,$$

$$k \in PQ.$$

В полученной системе удобно учитывать PU узлы, так как для них требуется записывать только уравнения баланса активной мощности. Поскольку для PQ узлов необходимы уравнения баланса по P и Q , общий порядок системы равен $n + n_{PQ}$, где n_{PQ} – число узлов типа PQ . Таким образом, размерность системы (3.17) меньше размерности системы (3.15) на число PU узлов.

Каждое слагаемое системы (3.17) содержит множитель U_k . Если разделить уравнения (3.17) на U_k , получаются уравнения УР в форме баланса токов в полярной системе координат:

$$\Delta I_{P_k}(P_k, U, \delta) = \frac{P_k}{U_k} - U_k G_{kk} - \sum_{m \in k} U_m (G_{km} \cos \delta_{km} + j B_{km} \sin \delta_{km}) = 0,$$

$$k \in PU + PQ;$$

$$\Delta I_{Q_k}(Q_k, U, \delta) = \frac{Q_k}{U_k} + U_k B_{kk} + U_k \sum_{m \in k} U_m (B_{km} \cos \delta_{km} - j G_{km} \sin \delta_{km}) = 0,$$

$$k \in PQ. \quad (3.18)$$

В задачах моделирования установившегося режима чаще всего используется прямая форма уравнений установившегося режима электрической сети, имеющая вид:

$$\dot{Y}(\dot{U} - \dot{U}_0) = I, \quad (3.19)$$

где Y – квадратная матрица проводимостей порядка n , каждый диагональный элемент которой Y_{ij} равен сумме проводимостей ветвей, связанных с i -м узлом, а каждый внедиагональный элемент Y_{ij} равен взятой со знаком минус «-» проводимости ветви, соединяющей i -й и j -й узлы схемы; $U = (U_1, \dots, U_n)$ – вектор-столбец напряжений узлов; U_0 – вектор-столбец, все элементы которого равны напряжению балансирующего узла; $I = (I_1, \dots, I_n)$ – вектор-столбец токов узлов.

Наряду с этим нередко используется обращенная форма уравнений установившегося режима, имеющая вид:

$$\dot{U} = \dot{Z}I + \dot{U}_0, \quad (3.20)$$

где $Z = Y^{-1}$ – квадратная матрица узловых сопротивлений.

Уравнения (3.19) линейны и, если матрица Y (или Z) неособенная, всегда имеют единственное решение. При практических расчетах за независимые параметры принимаются и задаются не токи, а мощности, связанные с напряжениями и токами следующим выражением:

$$\dot{I}_i = \frac{\hat{S}_i}{\hat{U}_i}, \quad (3.21)$$

где $S_i = P_i + jQ_i$ – полная мощность i -го узла.

Если мощности S заданы во всех n узлах, то подстановка (3.21) в (3.19) и (3.20) дает (прямая форма):

$$\dot{Y}(\dot{U} - \dot{U}_0) = \hat{U}_D^{-1} \hat{S}, \quad (3.22)$$

или (обращенная форма):

$$\dot{U} = \dot{Z} \hat{U}_D^{-1} \hat{S} + \dot{U}_0, \quad (3.23)$$

где U_D – диагональная матрица, на пересечении i -й строки и i -го столбца которой находится напряжение i -го узла U_i .

В отличие от выражений (3.19) выражения (3.22) нелинейны и могут независимо от вида матриц Y или Z иметь при одном и том же заданном значении S множество решений (неоднозначность решения, а при некоторых значениях S вообще не иметь ни одного решения (режим, соответствующий этим значениям мощности, не существует). Вывод о нелинейности уравнений установившегося режима и неоднозначности их решений остается в силе и в случаях, когда реактивные мощности заданы только в части узлов, а в остальных (опорных) заданы напряжения.

Моделирование установившегося режима электрической сети сводится к решению системы нелинейных алгебраических уравнений, получающихся из (3.19) при подстановке в них (3.20). Эта система может быть решена только итерационными методами, которые можно подразделить на следующие основные группы:

а) методы, предусматривающие последовательное итеративное решение уравнений, относящихся к одному узлу, друг за другом (поузловые методы);

б) методы, предусматривающие на каждой итерации одновременное решение системы линейных уравнений типа (3.19) сразу для всех узлов; итерации при этом требуются для учета нелинейностей, вызванных главным образом заданием мощностей в узлах.

К числу поузловых методов относится метод Гаусса-Зейделя и методы поузлового решения линеаризованной по Ньютону системы уравнений установившегося режима. Расчет как установившегося, так и оптимального

режима производится путем последовательного решения методом Ньютона уравнений, определяющих установившийся или оптимальный режим для каждого узла.

К числу методов, основанных на одновременном решении систем линейных уравнений для всех узлов, относятся методы, использующие обращенную форму уравнений установившегося режима (3.23), а также предусматривающие решение системы уравнений (3.19) и (3.21) методом Гаусса с упорядоченным исключением неизвестных. К этому классу методов относится метод Ньютона, применяемый сразу для всей системы уравнений установившегося режима (3.19) с учетом (3.21).

3.5. Метод Зейделя (Гаусса-Зейделя)

Метод Зейделя благодаря хорошей сходимости является основой для многих промышленных программ. Особенно часто он использовался на ранней стадии применения вычислительной техники в энергетике, так как позволял получить с приемлемой скоростью решение задач большого объема при экономном использовании памяти ЭВМ [19, 20, 21].

Для получения рекуррентной формулы метода необходимо непосредственно (напрямую) выразить каждое напряжение, стоящее при собственной проводимости, через другие напряжения соответствующего уравнения системы (3.1), привести уравнения к виду, удобному для итераций (нормальному виду):

$$\dot{U}_i^{k+1} = \frac{1}{\underline{Y}_{ii}} \left(\begin{array}{c} * \\ S_i \\ * \end{array} \begin{array}{c} (k) \\ U_i \end{array} + \underline{Y}_{i\delta} U_\delta + \sum_{j=1}^{i-1} \underline{Y}_{ij} \dot{U}_j^{k+1} + \sum_{j=i+1}^n \underline{Y}_{ij} \dot{U}_j^{(k)} \right), \quad (3.24)$$

$$1 \leq i \leq n,$$

где

$$\underline{Y}_{ij} = g_{ij} + jb_{ij} \quad \dot{U}_i = U_i' + jU_i'' \quad \underline{S}_i = P_i + jQ_i. \quad (3.25)$$

Из формулы видно, что вместо простейшего итерационного процесса (метода Якоби), метод Зейделя использует для вычисления каждой последующей переменной самые последние (новые) значения предыдущих переменных, т.е. для вычисления текущей i -й переменной берутся значения всех предыдущих ($j < i$), полученных на данной ($k + 1$) итерации, а остальные переменные ($j > i$) – на предыдущей k -й итерации. Отметим, что такая процедура вычислений значительно эффективней по сходимости, чем простая итерация.

При переходе от комплексных уравнений к действительным, выполнив в (3.24) подстановку (3.25) и выделив действительные и мнимые части, получим следующие расчетные формулы метода:

$$\begin{aligned}
\dot{U}'_i^{(k+1)} &= R_{ii} \left[I_{a_i}^{(k)} + g_{i\delta} U_\delta + \sum_{j=1}^{i-1} g_{ij} \dot{U}'_j^{(k+1)} - b_{ij} \dot{U}''_j^{(k+1)} \right) + \\
&\quad + \sum_{j=i+1}^n g_{ij} \dot{U}'_j^{(k)} - b_{ij} \dot{U}''_j^{(k)} \left. \right] + \\
&\quad + X_{ii} \left[I_{r_i}^{(k)} + b_{i\delta} U_\delta + \sum_{j=1}^{i-1} g_{ij} \dot{U}''_j^{(k+1)} - b_{ij} \dot{U}'_j^{(k+1)} \right) + \sum_{j=i+1}^n g_{ij} \dot{U}'_j^{(k)} - b_{ij} \dot{U}''_j^{(k)} \left. \right] \\
\dot{U}''_i^{(k+1)} &= R_{ii} \left[I_{r_i}^{(k)} + b_{i\delta} U_\delta + \sum_{j=1}^{i-1} g_{ij} \dot{U}''_j^{(k+1)} - b_{ij} \dot{U}'_j^{(k+1)} \right) + \\
&\quad + \sum_{j=i+1}^n g_{ij} \dot{U}''_j^{(k)} - b_{ij} \dot{U}'_j^{(k)} \left. \right] + \\
&\quad + X_{ii} \left[I_{a_i}^{(k)} + g_{i\delta} U_\delta + \sum_{j=1}^{i-1} g_{ij} \dot{U}'_j^{(k+1)} - b_{ij} \dot{U}''_j^{(k+1)} \right) + \sum_{j=i+1}^n g_{ij} \dot{U}'_j^{(k)} - b_{ij} \dot{U}''_j^{(k)} \left. \right], \quad (3.26)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
R_{ii} &= \frac{g_{ii}}{g_{ii}^2 + b_{ii}^2}; \quad X_{ii} = \frac{b_{ii}}{g_{ii}^2 + b_{ii}^2}; \\
I_{a_i} &= \frac{P_i U_i^{(k)} + Q_i U_i''^{(k)}}{(U_i^{(k)})^2 + (U_i''^{(k)})^2}; \quad I_{r_i} = \frac{P_i U_i''^{(k)} + Q_i U_i^{(k)}}{(U_i^{(k)})^2 + (U_i''^{(k)})^2}.
\end{aligned}$$

Как правило, для решения уравнений узловых напряжений (УУН) применяется «ускоренный» метод Зейделя (метод релаксации). Ускорение сходимости достигается вводом в итерационную процедуру ускоряющего коэффициента (α_y).

Определив обычным способом (3.26) на каждой итерации новое

значение переменной U_i^{k+1} , вычисляется улучшенное значение U_{iy}^{k+1} переменной:

$$\dot{U}_i^{k+1} = \dot{U}_{iy}^{(k)} + \alpha_y (\dot{U}_i^{(k+1)} - \dot{U}_{iy}^{(k)}) = \dot{U}_{iy} + \alpha_y \Delta \dot{U}_i^{(k+1)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.27)$$

принимаемой в качестве исходного приближения в следующей итерации.

Итерационный процесс (3.27) реализуется отдельно для продольной и поперечных составляющих напряжения:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_{iy}{}^{(k+1)} &= \dot{U}'_{iy}{}^{(k)} + \alpha_y (\dot{U}'_i{}^{(k+1)} - \dot{U}'_{iy}{}^{(k)}); \\ \dot{U}''_{iy}{}^{(k+1)} &= \dot{U}''_{iy}{}^{(k)} + \alpha_y (\dot{U}''_i{}^{(k+1)} - \dot{U}''_{iy}{}^{(k)}). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Скорость сходимости зависит от выбранной величины α_y , принимаемой в интервале $0 < \alpha_y < 2$. Основная трудность состоит в подборе коэффициента α_y , определяемого пробными расчетами. Значение α_y , обеспечивающее минимальное число итераций, обычно составляет 1,2..... 1,4 [22, 1].

Огромный опыт применения программ, основанных на методе Зейделя, показывает, что для большинства схем и нормальных эксплуатационных режимов, обеспечивается получение решения за приемлемое время. Несмотря на значительное улучшение сходимости с помощью описанного приема, в ряде случаев (например, при расчете режимов сетей с повышенными нагрузками) метод Зейделя может сходиться очень медленно или даже расходиться. Поэтому до тех пор, пока недостаточная оперативная память и быстродействие ЭВМ сдерживали применение более эффективных методов, метод Зейделя был практически основным, реализованным в промышленных программах расчета установившихся режимов ЭС.

3.6. Метод Ньютона-Рафсона

Метод Ньютона весьма эффективен для решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений. Его основное достоинство состоит в том, что при сравнительно несложном алгоритме он обладает быстрой сходимостью. Метод Ньютона универсален и пригоден для решения обширного класса нелинейных уравнений [23].

Идея метода Ньютона состоит в последовательной замене на каждой

итерации нелинейной системы уравнений некоторой линейной, решение которой дает значения неизвестных, более близкие к решению нелинейных систем, чем исходное приближение.

Пусть имеем систему нелинейных уравнений

$$F(X) = 0, \quad (3.29)$$

где вектор-функция $F(X)$ и вектор искомых переменных $[X]$ соответственно равны:

$$F(X) = \begin{Bmatrix} f_1(X) \\ f_1(X) \\ \dots \\ f_1(X) \end{Bmatrix}; X = (x_1, x_2, x_n). \quad (3.30)$$

Пусть известно начальное приближение $[X^{(0)}]$ искомого вектора решений $[X^{(*)}]$:

$$[X]^{(0)} = [x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_n^{(0)}]. \quad (3.31)$$

Разлагаем нелинейную функцию $F(x)$ в ряд Тейлора в окрестности выбранного начального приближения $[X^{(0)}]$ по аналогии с нелинейной функцией $f(x) = 0$:

$$\begin{aligned} F(X)_{x=x^{(0)}} &= F(X^{(0)}) + \left[\frac{dF_i(X)}{dX_j} \right]_{x=x^{(0)}} \cdot [\Delta x^{(0)}] + \\ &+ \left[\frac{d^2 F_i(X)}{dX_j^2} \right]_{x=x^{(0)}} \cdot [\Delta x^{(0)}]^2 + \dots = 0. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Здесь также пренебрегли членами разложения второго порядка малости $\left[\frac{d^2 F_i(X)}{dX_j^2} \right]_{x=x^{(0)}} \cdot [\Delta x^{(0)}]^2$, поскольку $\Delta X^{(0)} - X^{(0)} = \Delta X^{(0)}$ мало по условию.

$F(x^{(0)})$ – значение вектор-функции небаланса правых частей уравнений, вычисленное в точке начального приближения.

$\left[\frac{dF_i(X)}{dX_j} \right] = J$ – матрица Якоби – представляет собой матрицу частных

производных от составляющих вектор-функции небаланса по искомым переменным $[x_1, x_2, \dots, x_n]$; вычислена в точке начального приближения:

$$\left[\frac{\partial F_i(X)}{\partial X_j} \right]_{x=x^{(0)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1(X)}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1(X)}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_1(X)}{\partial X_n} \\ \frac{\partial F_2(X)}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2(X)}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_2(X)}{\partial X_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_n(X)}{\partial X_1} & \dots & \dots & \frac{\partial F_n(X)}{\partial X_n} \end{bmatrix}_{x=x^{(0)}}. \quad (3.33)$$

Из (3.32) можно найти $\Delta x^{(0)}$ – поправку к вектору решения на нулевом приближении, используя обратную матрицу Якоби:

$$[\Delta X]^{(0)} = - \left[\frac{\partial F_i(X)}{\partial X_j} \right]_{x=x^0}^{-1} \cdot F(x^{(0)}),$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)}, \quad (3.34)$$

где $x^{(1)}$ – вектор-столбец неизвестных первого приближения. $F(x^{(0)})$ – вектор-столбец небалансов левых и правых частей уравнений при подстановке текущего приближения.

В действительности, в промышленных программах для нахождения очередной поправки к решению системы линеаризованных уравнений типа (3.34), они решаются без обращения матрицы Якоби, по методу исключения Гаусса с использованием оптимальной стратегии исключения.

На каждой итерации нужно вычислить и матрицу Якоби. Следовательно, каждая итерация громоздкая, но уже первое приближение дает хороший результат. Поэтому существует модификация метода Ньютона, называемая методом «секущих». По методу «секущих» матрица Якоби и обратная к ней J^{-1} сохраняются неизменными, а корректируется вектор-функция небалансов $F(x^{(k)})$.

Итерационный метод Ньютона сходится, и очередное k -ое приближение может быть найдено, если на всей траектории итерационного процесса от $x^{(0)}$ до $x^{(k)}$ определитель матрицы Якоби не обращается в нуль

(поскольку тогда матрица Якоби не может быть обращена). Поэтому понятие, что начальное приближение выбрано достаточно хорошо, означает, что оно лежит внутри криволинейной поверхности, ограниченной точками, где определитель матрицы Якоби $\det J \neq 0$. Если проводить аналогию для нелинейных уравнений с 1-м неизвестным, то это означает, что от начального приближения $x^{(0)}$ до решения x^* не должно попадаться такое $x^{(k)}$, при котором производная $f'(x^{(k)}) = 0$.

Для того, чтобы использовать метод Ньютона, уравнения узловых напряжений представляют в форме баланса мощностей:

$$\left. \begin{aligned} U_i^2 y_{ii} \sin \alpha_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (U_i U_\eta y_{i\eta} \sin(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta})) + P_i = \Delta P_i, \\ U_i^2 y_{ii} \cos \alpha_{ii} + \sum_{\eta=1, \eta \neq i}^N (U_i U_\eta y_{i\eta} \cos(\delta_i - \delta_\eta - \alpha_{i\eta})) + Q_i = \Delta Q_i, i = \overline{1, n}. \end{aligned} \right\} (3.35)$$

Система уравнений (3.35) решается с использованием рекуррентного выражения метода Ньютона в виде:

$$\begin{vmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{vmatrix} = -W^{-1} \times \begin{vmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{vmatrix}, \quad (3.36)$$

где $\Delta \delta$, ΔU – векторы приращений узловых напряжений и их фазовых углов; W^{-1} – матрица, обратная матрице Якоби W с элементами; ΔP , ΔQ – векторы небалансов узловых активных и реактивных мощностей, элементы которых рассчитываются по (3.35).

Значения переменных на каждом шаге расчета определяются по

$$\begin{vmatrix} \delta^{(k+1)} \\ U^{(k+1)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \delta^{(k)} \\ U^{(k)} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Delta \delta^{(k+1)} \\ \Delta U^{(k+1)} \end{vmatrix}. \quad (3.37)$$

Для увеличения скорости и надежности расчета установившегося режима применяются различные модификации метода Ньютона. Упрощенный расчет можно производить с постоянной матрицей Якоби, определяемой только при начальном приближении. Для повышения эффективности метода Ньютона используют «разделение» уравнений на вещественные и мнимые составляющие, а для более надежной сходимости учитывают старшие нелинейные члены в разложении Тейлора или используют методы «по параметру».

Если на графике итерационного процесса $x_i = \psi(k)$, где k – номер итерации, наблюдается монотонная сходимость дискретной функции, то эффективно ускорение сходимости по методу Зейделя с помощью ускоряющих коэффициентов или метод «по параметру». Если же функция сходится не монотонно, а резкими колебаниями относительно искомого значения функции, то применение этого метода нецелесообразно, так как это вызовет только увеличение размаха колебаний Δx_i и рост числа итераций.

Методы «по параметру» необходимо использовать в расчете установившегося режима в тех случаях, когда расходится метод Ньютона. Ряд модификаций метода по параметру определяется следующей итерационной формулой:

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} - \left[\frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_j} \right]^{-1} \cdot F(x^{(i)}), \quad (3.38)$$

где $\left[\frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_j} \right]^{-1}$ – обратная матрица Якоби при $x = x^{(i)}$, $F(x^{(i)})$ – вектор-функция небалансов токов в узлах при $x = x^{(i)}$, $x^{(i)}$, $x^{(i+1)}$ – векторы искомых переменных на i -м и $(i + 1)$ -м шагах итерационного процесса; t – параметр, причем $t \leq 1$.

При $t = 1$ итерационный процесс совпадает с методом Ньютона. Процесс соответствует умножению поправок Δx , определяемых при решении системы нелинейных уравнений в методе Ньютона, на параметр t . В этом смысле метод «по параметру» можно рассматривать как «ускоренный» метод Ньютона.

Метод «по параметру» – модификация метода Ньютона. В итерационный процесс расчета $x^{(k)} = x^{(k-1)} + \Delta x^{(k-1)}$ вводится линейный параметр π , на который умножается вектор поправки $\Delta x^{(k-1)}$, чтобы улучшить сходимость итерационного процесса. Величина этого параметра может быть принята как каноническая норма матрицы производных 2-го порядка ($\pi \approx 0,5$).

В современных программах расчета режима используется метод Ньютона (в форме метода по параметру) очень часто. Этот прием необходимо применять, когда итерационный процесс носит колебательный характер (т.е. когда режим лежит вблизи предела статической устойчивости, когда наблюдается «текучесть» режима: большие изменения зависимых переменных при малых изменениях независимых переменных или

коэффициентов системы уравнений, что соответствует нахождению точки режима на плоской вершине синусоиды).

К достоинствам метода Ньютона относятся:

- высокая надежность получения решения;
- небольшое число итераций для получения решения;
- увеличение скорости сходимости при приближении к решению, поскольку сходимость имеет квадратичный характер.

Недостатками данного метода являются:

- чувствительность к заданию начального приближения, т.е. неточное приближение не обеспечивает сходимости решения;
- плохо учитывается ограничение по реактивной мощности;
- необходимость решения на каждой итерации систем линейных уравнений большой размерности.

При наличии в схемах электрической схемы m базовых узлов, модуль напряжения которых является постоянной величиной, необходимо учитывать то обстоятельство, что для этих узлов нельзя записать уравнения баланса реактивных мощностей, ввести параметр ΔU_i , $i = 1, m$ и определить производные – элементы матрицы Якоби. Поэтому для решения системы (3.35) необходимо понизить размерность линейных уравнений (3.24), исключив соответствующие элементы ΔU_i , строку $\partial \Delta Q_i / \partial \delta$, $\partial \Delta Q_i / \partial U$ и столбец $\partial \Delta P / \partial U_i$, $\partial \Delta Q / \partial U_i$ из матрицы Якоби. После расчета параметров режима определяются значения реактивных мощностей базовых узлов.

3.7. Учет действия регуляторов возбуждения синхронных генераторов

Моделирование синхронных генераторов в расчетах установившихся режимов осуществляется с помощью PQ или PU узлов. Этой информации было бы вполне достаточно, если бы генераторы не изменяли свой тип в зависимости от условий работы. Однако это не всегда так, поскольку у синхронных генераторов есть пределы возможного изменения реактивной мощности, в которых они могут поддерживать заданный модуль напряжения, и выход из этого диапазона или, наоборот, заход в него влечет за собой смену типа узла и, следовательно, переформирование уравнений установившегося режима. Такая смена сильно сказывается на расчете, и в некоторых случаях из-за неудачной смены типа узла и других действий решение можно не получить или потребуются слишком большое число итераций. Поэтому вопрос учета PU узлов является важным аспектом реализации метода Ньютона, который существенно сказывается на быстродействии и надежности расчетов УР.

Генераторы с АРВ обычно моделируются кусочно-линейной характеристикой зависимости мощности генератора Q_G от модуля напряжения на его шинах U , как показано на рис. 3.2, *а*. В этом случае не учитываются астатизм генератора, а также зависимость предельных реактивных мощностей от напряжения генератора. Более точное моделирование, необходимое для расчетов предельных режимов, можно выполнить путем замены характеристики с рис. 3.2, *а* на характеристику, показанную на рис. 3.2, *б*, или аналитического задания характеристики $Q_G = f(U)$.

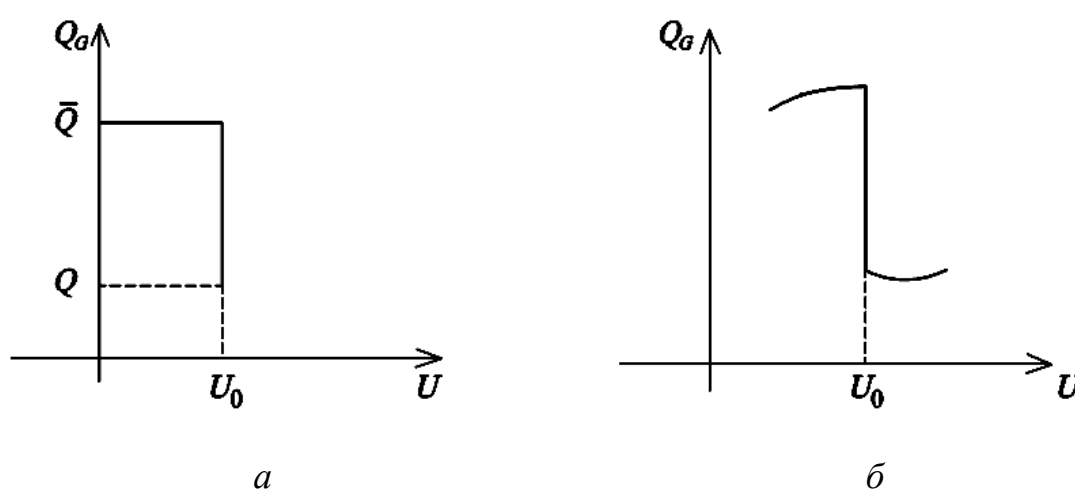


Рис. 3.2. Характеристика реактивной мощности генераторов с АРВ:
а – принимаемая при расчете режимов; *б* – реальная

Для определения параметров работы генератора необходимо иметь внешнюю характеристику реактивной мощности системы, показывающую изменение реактивной мощности в зависимости от напряжения на шинах генератора $Q_G = f_G(U)$. Для сложных энергосистем внешняя характеристика может быть построена посредством выполнения многократных расчетов установившихся режимов с различными значениями напряжения генератора. Однако в принципе такую характеристику строить не надо, поскольку она является одним из результатов решения уравнений узловых напряжений при расчете установившихся режимов. При расчетах установившегося режима важен лишь наклон внешней характеристики. Для большинства режимов $\partial Q_S / \partial U_G > 0$, и характеристика имеет вид, показанный на рис. 3.3. Решение находится на пересечении внешней характеристики с характеристикой АРВ генератора. На рис. 3.2, *а* решение будет при $Q = \bar{Q}$ и $U_G < U_0$, на рис. 3.3, *б* – при $U_G = U_0$ и $Q < Q_G < \bar{Q}$, а на рис. 3.3, *в* – при $Q_G = \bar{Q}$ и $U_G > U_0$.

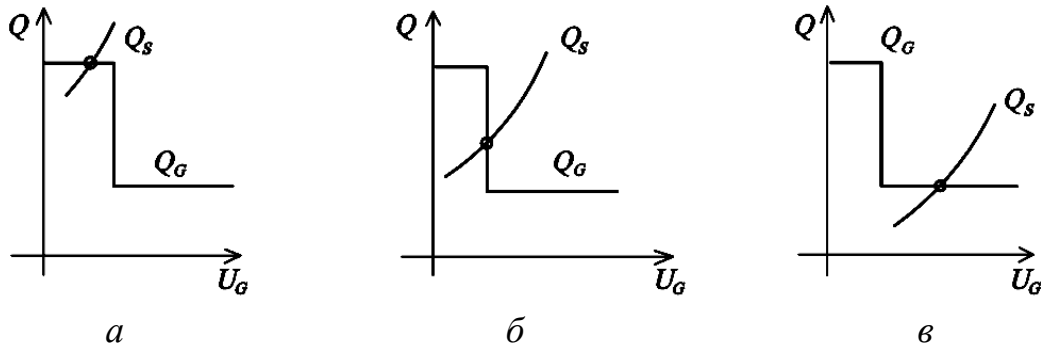


Рис. 3.3. Внешняя характеристика системы и генератора с АРВ

Существует несколько способов учета характеристик генераторов с АРВ при расчетах режимов методом Ньютона, которые можно разбить на две группы. Методы первой группы основаны на введении ряда ограничений и последовательной смене типов узлов при нарушении ограничений. Методы другой группы базируются на аппроксимации характеристик генератора с АРВ гладкой кривой, как показано на рис. 3.4.

Рассмотрим методы первой группы. В этом случае каждому генераторному узлу, оснащенному АРВ, ставятся в соответствие три различные характеристики $Q_G = f(U_G)$ (рис. 3.5).

В процессе расчета режима методом Ньютона по мере необходимости осуществляется переход от одной характеристики к другой. Характеристика 1 на рис. 3.5 соответствует узлу типа PU , характеристики 2 и 3 – узлам типа PQ с фиксированными мощностями, равными соответственно \bar{Q} и \underline{Q} . Для узлов типа PU в ходе расчета следует контролировать соблюдение неравенств

$$\underline{Q}_k \leq Q_{Gk} \leq \bar{Q}_k. \quad (3.39)$$

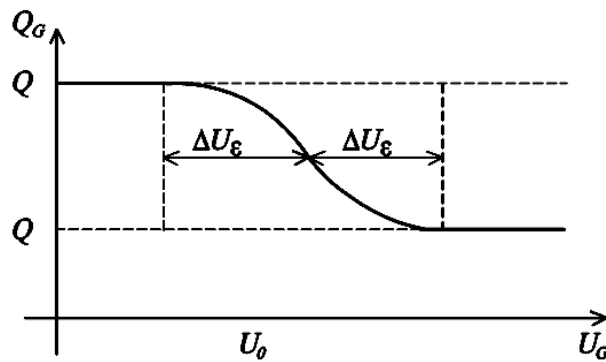


Рис. 3.4. Аппроксимация характеристики генератора с АРВ

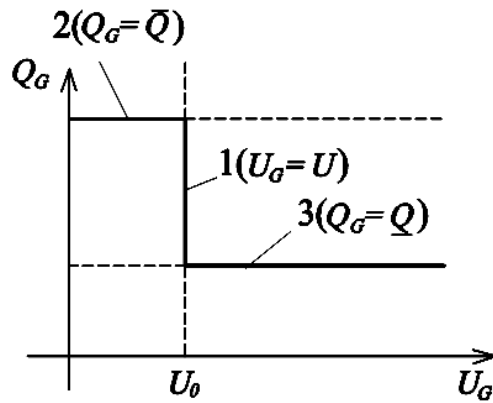


Рис. 3.5. Моделирование характеристики генератора с АРВ как совокупности стандартных характеристик PU и PQ узлов

При нарушении (3.39) необходимо перейти к характеристике 2 или 3, изменив тип узла PU на PQ . Для генераторных узлов, переведенных в тип PQ и вырабатывающих максимальную (минимальную) реактивную мощность, необходимо контролировать ограничение

$$V_{G_i} < V_{0_i} \text{ при } Q_{G_i} = \bar{Q}_i; (V_{G_i} > V_{0_i} \text{ при } Q_{G_i} = Q_i). \quad (3.40)$$

В случае нарушения этих ограничений следует перейти к характеристике 1 и изменить тип узла PQ на PU .

Процесс перехода от одной характеристики к другой показан на рис. 3.6 и сопровождается переформированием линеаризованных уравнений установившегося режима, так как PU и PQ узлам соответствуют разные уравнения. При смене характеристик в узлах возникает дополнительный небаланс реактивной мощности, имеющий дефицитный характер в случаях, показанных на рис. 3.6, *а*, *г*, и избыточный – на рис. 3.6, *б*, *в*. В дальнейшем этот небаланс перераспределяется между другими узлами с фиксированными модулями напряжения (так как они являются балансирующими по реактивной мощности), что приводит к изменению модулей напряжения в узлах с фиксированной реактивной мощностью (PQ узлы).

Одновременный (на одной итерации) учет ограничений, приводящих к избытку или дефициту реактивной мощности, проводить нецелесообразно. С одной стороны, это может ухудшить сходимости или появиться расходящийся итерационный процесс.

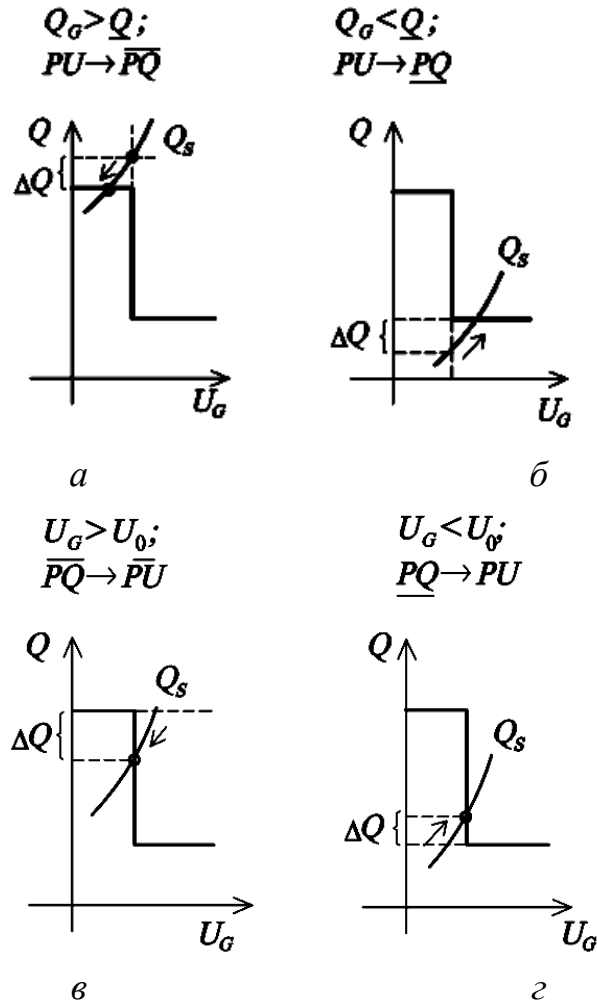


Рис. 3.6. Стратегия контроля ограничений

С другой стороны, если после выполнения очередной итерации в ЭС имеется несколько узлов с различными формами нарушенных ограничений (3.39), (3.40), то учет только ограничений, вызывающих дефицит реактивной мощности, на последующих итерациях приведет к увеличению генерации мощности в узлах типа PU (рис. 3.6, б) и к уменьшению модуля напряжения в узлах типа PQ (рис. 3.6, в), т.е. часть ограничений может быть удовлетворена без смены характеристик. В последнюю очередь необходимо учитывать нарушение ограничений по Q (рис. 3.6, б), поскольку их выполнение может привести к необоснованному заданию $Q_G = Q$ и, следовательно, искусственному ограничению располагаемой мощности генераторов и возможной расходимости итерационного процесса (при посадке генераторов на минимум выработки реактивной мощности решения уравнений установившегося режима может и не быть).

Оптимальный порядок учета нарушенных ограничений выглядит следующим образом: при наличии генераторов с нарушенными

ограничениями, удовлетворение которых приводит к дефициту реактивной мощности (ограничения первой группы), учесть только их, выполнив смену характеристик $PU \rightarrow P\bar{Q}_i$ или $P\bar{Q} \rightarrow PU$ в соответствии с рис. 3.6, а, г, и продолжить расчет. Ограничения, выполнение которых приводит к избытку реактивной мощности (ограничение второй группы), применять только при отсутствии нарушений ограничений первой группы.

При расчете режима методом Ньютона реактивная мощность в узлах PU типа изменяется спонтанно (немонотонно). На начальных итерациях Q_G может увеличиться, а затем уменьшиться или наоборот. Это связано с тем, что на первых итерациях истинные значения напряжений узлов неизвестны и выработка генераторами реактивной мощности определяется не действительным распределением реактивной мощности, а погрешностью начального приближения, небалансы от которого могут значительно превышать допустимые диапазоны изменения Q_G . Наиболее ярко немонотонность в вариациях реактивной мощности проявляется для сильно связанных генераторных узлов. Обычно напряжение в узлах нагрузки задается выше действительного, и поэтому большинство генераторов выдает минимальную реактивную мощность. По этой причине контроль ограничений по реактивной мощности на каждой итерации может привести к ухудшению сходимости или даже к расходящемуся итерационному процессу. Поэтому целесообразно контроль ограничений по Q_G осуществлять только при достижении определенной точности расчета. Ограничения же по модулю напряжения (3.40) необходимо учитывать на каждой итерации (особенно при существенном их нарушении), так как увеличение числа PU узлов благоприятно сказывается на сходимости метода Ньютона.

Для учета генераторов с АРВ возможен формальный математический подход, использующий приемы нелинейного программирования, который свободен от указанного недостатка. С его помощью можно учесть также ограничения, накладываемые на диапазон изменения модуля напряжения узлов за счет регулирования напряжения генераторов. Однако его реализация в сравнении с рассмотренными рекомендациями требует дополнительных вычислений.

Другими методами, позволяющими работать и с обратной характеристикой системы $\partial Q_S / \partial U_G < 0$, являются методы второй группы, основанные на аппроксимации характеристики генератора плавной кривой $Q_G = f(U_G)$ (рис. 3.4). Они дают возможность избежать процедуры контроля ограничений и связанного с ней переформирования системы линейных уравнений. Необходимую аппроксимацию можно реализовать, например, таким образом:

$$Q_G = \begin{cases} \bar{Q}, U < U_0 < \Delta U_\varepsilon, \\ \underline{Q} + \frac{\bar{Q} + \underline{Q}}{2} \left(1 + \sin \left(\frac{\pi}{2} \left(\frac{U - U_0}{\Delta U_\varepsilon} \right) \right) \right), |U - U_0| \leq \Delta U_\varepsilon, \\ \underline{Q}, U > U_0 + \Delta U_\varepsilon, \end{cases} \quad (3.41)$$

где ΔU_ε – погрешность задания модуля напряжения.

Такая характеристика не имеет скачков производных, значение ΔU_ε можно уменьшать по мере сходимости итерационного процесса, делая характеристику (3.41) более жесткой.

Задание характеристики генератора в виде гладкой кривой (3.41) позволяет рассматривать генератор как PQ узел с $P = P_G$ и реактивной мощностью, заданной статической характеристикой $Q_G = f(U_G)$ (3.41). Другими словами, характеристика генератора с АРВ учитывается непосредственно в решении систем линейных уравнений (СЛУ), поскольку она включается в элементы матрицы Якоби $\partial Q/\partial U$.

К недостаткам аппроксимационной модели следует отнести необходимость изменения шага Ньютона при значительном изменении на итерации мощности генераторов от минимальной до максимальной или наоборот. В этом случае шаг выбирается таким образом, чтобы реактивная мощность генератора, изменившаяся от одного предельного значения до другого, принимала среднее значение.

3.8. Расчет режимов распределительных электрических сетей

Распределительные электрические сети класса напряжения 0,22; 0,4; 6; 10; 35; 110 кВ выполняются радиальными и имеют ряд существенных особенностей, к которым не применимы рассмотренные выше методы расчета режима. В первую очередь это широкий диапазон длин линий, от сотен километров до нескольких метров, существенное превышение активных сопротивлений над реактивными, практическое отсутствие узлов с фиксируемым модулем напряжения, несимметрия нагрузок. Отсутствие PU узлов при большой протяженности распределительной сети делают сеть похожей на длинный прут – малейшие движения и возмущения (выполнение итерации) приводят к большим колебаниям. Все рассмотренные выше методы работают с проводимостями линий. Для коротких линий величины проводимостей довольно большие. Широкий диапазон длин линий дает существенные вариации их проводимостей (проводимость обратно пропорциональна длине линий) – от очень малых до очень больших – и существенно ухудшает обусловленность матрицы Якоби.

Рассмотрим простейшую трехузловую сеть (рис. 3.7). Допустим, длина линии 1–2 равна 1 м, линии 2–3 равна 1 км, удельное индуктивное сопротивление равно 0,4 Ом/км. Узел 3 будем считать базисным.

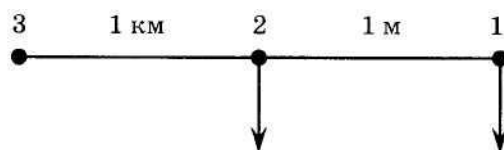


Рис. 3.7. Схема распределительной сети

Тогда матрица узловых проводимостей равна

$$\begin{bmatrix} -2500 & 2500 & 0 \\ 2500 & -2502,5 & 2,5 \\ 0 & 2,5 & -2,5 \end{bmatrix}.$$

Поскольку пример условный, предположим, что ЭВМ может хранить только три значащих цифры, тогда в ее памяти будет записано:

$$\begin{bmatrix} -2500 & 2500 & 0 \\ 2500 & -2500 & 2,5 \\ 0 & 2,5 & -2,5 \end{bmatrix}.$$

Исключение первого или второго узла дает нулевой ведущий элемент, и при исключении следующего узла получается деление на ноль или очень малое число, вследствие чего результат будет непредсказуемым. Все дело в том, что из-за резко отличающихся значений происходит потеря важной информации, связанная с ограничениями разрядной сетки ЭВМ. Этот пример искусственный – вычислительные машины обладают значительной точностью, но он в основном отражает трудности, возникающие при работе с распределительными сетями.

Выходом из положения является использование метода, работающего не с проводимостями, а с сопротивлениями линий. Чтобы выяснить, как это можно сделать, рассмотрим модификацию метода Z-матрицы, использующую связь прямого хода Гаусса с эквивалентированием радиальной сети.

Метод Z-матрицы является одним из первых быстродействующих методов расчета уравнений установившегося режима, реализованным на ЭВМ.

Стандартный метод Z-матрицы использует уравнения узловых напряжений в форме баланса токов в прямоугольной системе координат

$$[Y]U = I - Y_s U_s, \quad (3.42)$$

где $[Y]$ – квадратная матрица узловых проводимостей без строки и столбца, соответствующих балансирующему узлу; Y_s – вектор-столбец МУП балансирующего узла; U_s – комплекс напряжения балансирующего узла; I – вектор задающих токов узлов, k -й элемент которого равен \dot{S}_k / \dot{U}_k . Система уравнений (3.42) нелинейная, так как ток нелинейно зависит от напряжения, поэтому решение возможно только итерационными методами. Из опыта функционирования и эксплуатации ЭС известно, что в узлах отклонение напряжения от номинального значения обычно не превышает нескольких процентов. Поэтому систему (3.42) можно считать почти линейной и, решая ее, можно найти вектор комплекса напряжений. Поскольку система (3.42) все-таки является нелинейной, сразу точное решение не получается, хотя для практического применения (3.42) дает довольно точную оценку. Поэтому по итерационной процедуре (i – номер итерации) определяют

$$[Y]U^{i+1} = I^i - Y_s U_s, \quad (3.43)$$

где компоненты вектора тока I^i находятся из выражения $I_k^i = \dot{S}_k / \dot{U}_k^i$. Обычно в программах расчета установившихся режимов вместо (3.43) используют эквивалентную ей запись

$$U^{i+1} = U^i + \Delta U^{i+1}, \quad (3.44)$$

где ΔU^{i+1} находится из решения СЛУ

$$[Y]U^{i+1} = \Delta I^i, \quad (3.45)$$

причем $\Delta I^i = I^i - I^{i-1}$ – это небаланс тока на i -й итерации, что нетрудно показать по (3.43) для представления тока $I^{i-1} = [Y]U^i + Y_s U_s$ и получить $\Delta I^i = I^i - I^{i-1} = I^i - [Y]U^i - Y_s U_s$. Заметим, что итерационную процедуру (3.44), (3.45) можно вывести из линеаризованных уравнений установившегося режима в форме баланса токов в прямоугольных системах координат,

если принять, что добавки к диагональным элементам матрицы Якоби \dot{S}_k / \dot{U}_k малы по сравнению с собственными проводимостями узлов.

Метод Z -матрицы чем-то напоминает метод Зейделя, однако, в отличие от него, здесь напряжения всех узлов находятся одновременно. В итерационной процедуре метода Z -матрицы на всех итерациях решается система линейных уравнений с одной и той же матрицей. Этот метод был разработан тогда, когда не была известна техника работы с разреженными матрицами, т.е. матрицы рассматривались как полностью заполненные. Несмотря на симметрию матрицы узловых проводимостей, это сильно уменьшало возможный объем решаемых задач. С одной стороны, для хранения только матрицы $[Y]$ и ее сомножителей требовалось $(n^2 + n)/2$ ячеек памяти, а с другой – объем вычислений рос пропорционально $n^3/3$. Поэтому с помощью метода Z -матрицы рассчитывались небольшие схемы. Один из способов повышения эффективности метода Z -матрицы учитывал тот факт, что на каждой итерации определяется одна и та же матрица, а расчетные схемы чаще всего отличаются друг от друга небольшими изменениями в топологии. Поэтому обычно для базового режима рассчитывалась в явном виде матрица $[Z]$, обратная $[Y]$ ($[Z] = [Y]^{-1}$), и итерационный процесс записывался в виде

$$U^{i+1} = U^i + \Delta U^{i+1}, \quad (3.46)$$

где $\Delta U^{i+1} = [Z]\Delta I^i$.

В случае изменения топологии по отношению к базовой схеме матрица $[Z]$ не определялась заново, а корректировалась на основе известных в линейной алгебре простых соотношений корректировки обратных матриц. В принципе, именно за использование в расчетах в явном виде матрицы $[Z]$, являющейся обратной матрице узловых проводимостей, данный метод и получил название Z -матрицы.

Применение метода Z -матрицы позволило увеличить быстродействие расчетов, поскольку здесь самой трудоемкой операцией является умножение матрицы на вектор, а триангуляция, время выполнения которой для заполненных матриц соответствует выполнению примерно 50 таких операций, исключена вообще. Это дало возможность применить метод Z -матрицы для оперативных расчетов установившихся режимов. Однако трудность учета PU узлов (для них заранее неизвестны значения реактивной мощности для вычисления задающего тока в узле) ограничила область его применения.

Другой недостаток – большой объем памяти для хранения полностью заполненной матрицы – проявляется с ростом объема расчетных схем. Поэтому нередко для оперативных целей находилась другая обратная матрица $[B]^{-1}$, которая формируется из мнимой составляющей матрицы $[Y]$. Однако это не до конца устранило проблемы с памятью ЭВМ. Они до известной степени были решены благодаря технике работы с разреженными матрицами, где метод Z -матрицы преобразуется в Y -матрицы. Такое название не является общепризнанным. В зарубежной литературе метод носит название Z -матрицы, при этом подразумевается, что реализуется техника работы с разреженными матрицами и на каждой итерации для нахождения приращения неизвестных решается система линейных уравнений $Y\Delta U^{i+1} = \Delta I^i$ без использования обратной матрицы. В отечественной практике этот метод имеет несколько названий, наиболее удачным из которых является метод Y -матрицы.

В распределительных сетях при отсутствии PU узлов учет радиальной топологии сети организует эффективный итерационный процесс метода Z -матрицы, аналогичный инженерному методу расчета по данным начала. Чтобы показать этот метод, используем свойства матрицы узловых проводимостей ($[Y] |1| = -Y^{sh} - Y_s$, где $|1|$ – единичный вектор, Y^{sh} – вектор-столбец, составленный из проводимостей шунтов в узлах) и представим систему линейных уравнений (3.42) в виде

$$U = U_s |1| + \Delta U, \quad (3.47)$$

где ΔU находится решением системы линейных уравнений

$$[Y]U = I + Y^{sh}U_s. \quad (3.48)$$

Рассмотрим простейшую радиальную схему на рис. 3.8, а. Если при решении системы линейных уравнений (3.48) в прямом ходе Гаусса неизвестные исключать в порядке представленной нумерации, то это соответствует первому этапу метода расчета по данным начала. Действительно, исключение переменной в прямом ходе Гаусса адекватно эквивалентированию узла в схеме замещения [24, 25, 26]. Если узел соединен только с одним узлом, то это соответствует исключению узла и питающей его линии из схемы замещения с переносом тока исключенного узла в виде добавки к узлу, от которого он был запитан. Так, в результате исключения первого узла схема преобразуется к виду, показанному на рис. 3.8, б.

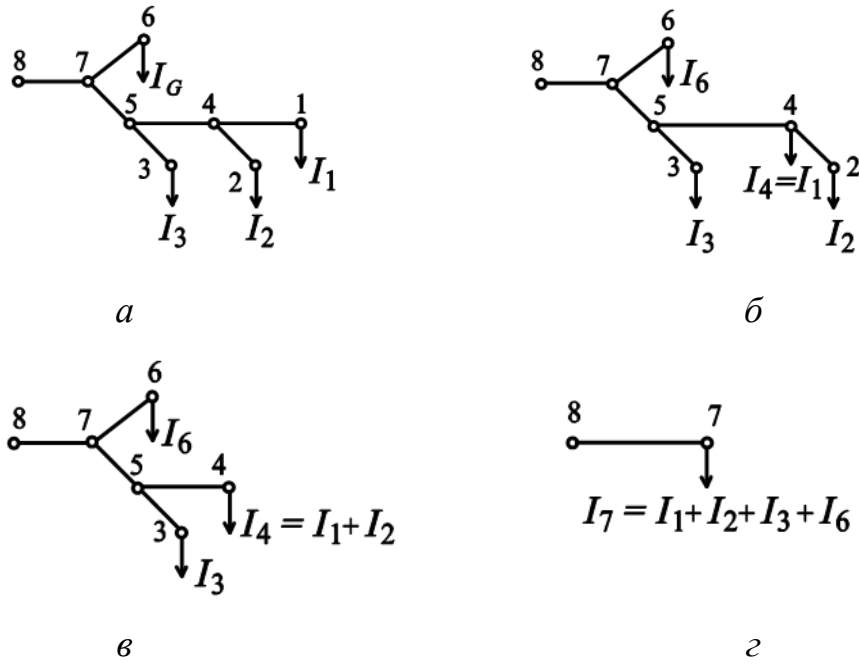


Рис. 3.8. Схема простейшей ЭС и этапы, ее преобразования

После исключения второго узла ток в узле 4 будет равен сумме токов узлов, получающих от него питание, т.е. узлов 1 и 2 (рис. 3.8, в).

После исключения всех узлов, кроме запитанного непосредственно от балансирующего, получается схема, представленная на рис. 3.8, г.

Обратная подстановка соответствует второму этапу расчета по данным начала. Зная ток, протекающий по линии, находят падение напряжения в линии, а затем напряжение узла 7. Процедура повторяется для всех других узлов в порядке, обратном исключению узлов.

Метод Z -матрицы, как свертки токов и развертки напряжений, позволяет организовать эффективную процедуру расчета режима распределительных радиальных сетей, особенно низких напряжений. Широкий диапазон длин линий не приводит к существенным изменениям сопротивлений линий и к большим численным возмущениям решения на итерациях. Образно говоря, это укорачивает длинный прут, так как умножение на малые сопротивления дает малые величины.

Существуют разные модификации метода свертки и развертки. В одних расчет ведется в мощностях с расчетом потерь мощности, как это делается в инженерном методе по данным начала. В других при прямом ходе, кроме токов, определяются напряжения вышестоящих узлов, от которых запитаны линии. В ряде методов используют другие переменные, например составляющие потоков мощности по линиям [27], но здесь опять работают с проводимостями, что дает отрицательный эффект. Имеются модификации метода, работающие с генераторными узлами, способные рассчитывать слабо закольцованные распределительные сети [28].

Обычно это выполняется разрезанием контуров и введением компенсационных токов в узлы разреза, вычисляемые с помощью матрицы взаимных сопротивлений для радиальной сети с элементами, равными сумме сопротивлений ветвей, по которым узел получает питание от балансирующего узла. Подобным образом ведется обработка генераторных узлов.

Идеология свертки и развертки позволяет эффективно применить суперразделенные методы, особенно *ВХ*-модификацию. В алгоритме необходимо брать две сети постоянного тока: одну для получения вектора приращения фазовых углов, другую для расчета изменения модулей напряжения. В первой сети сопротивления ветвей равны обратным значениям индуктивных проводимостей линий, во второй – индуктивным сопротивлениям линий. Расчет ведется сверткой и разверткой на основе только этих сопротивлений. Суперразделенный метод легко учитывает генераторные узлы, способен рассчитывать замкнутые сети. Возможна модификация метода, в котором исключение узлов в замкнутом контуре производится на основе сложения сопротивлений (исключение узла, имеющего только два смежных) или преобразования звезды в треугольник.

3.9. Пример моделирования режима работы электроэнергетической системы

Алгоритм моделирования режима электроэнергетической системы не ограничивается только решением уравнений режима. В целом моделирование режима включает следующие этапы:

1. Определение параметров схемы замещения электрической сети.
2. Решение уравнений режима (вычисление напряжений в узлах сети).
3. Расчет мощностей и потерь мощности.

На этапе определения параметров схемы замещения вычисляются:

- сопротивления продольных ветвей R_{ij} , X_{ij} (i, j – номера узлов в начале и конце ветви);
- проводимости поперечных ветвей G_i , B_i (i – номер узла, от которого отходит данная поперечная ветвь).

После расчета параметров схемы замещения сеть приводится к одному классу напряжения. Обычно сеть приводится к наиболее высокому уровню напряжения. Операция приведения сети к одному классу напряжения заключается в пересчете проводимостей ветвей. Приведенная проводимость получается путем деления исходной проводимости на произведение квадратов коэффициентов трансформации, отделяющих участок сети, к которому осуществляется приведение, от участка сети, которому принадлежит данная проводимость [29].

После определения всех параметров уравнений режима осуществляется решение этих уравнений. Данный шаг представляет собой «ядро» алгоритма расчета режима электрической сети, к которому относится основное количество вычислительных операций. В результате определяются напряжения в узлах сети, приведенные к одному классу напряжения.

На заключительном этапе расчета режима осуществляется:

- вычисление мощностей, передаваемых через элементы сети;
- расчет генерируемых мощностей и мощностей потребителей (за исключением тех, которые являются постоянными);
- определение суммарных потерь мощности;
- обратное приведение параметров режима к фактическим классам напряжения. Параллельно осуществляется обратное приведение параметров режима к фактическим классам напряжения.

Рассмотрим моделирование установившегося режима электроэнергетической системы, показанной на рис. 3.9.

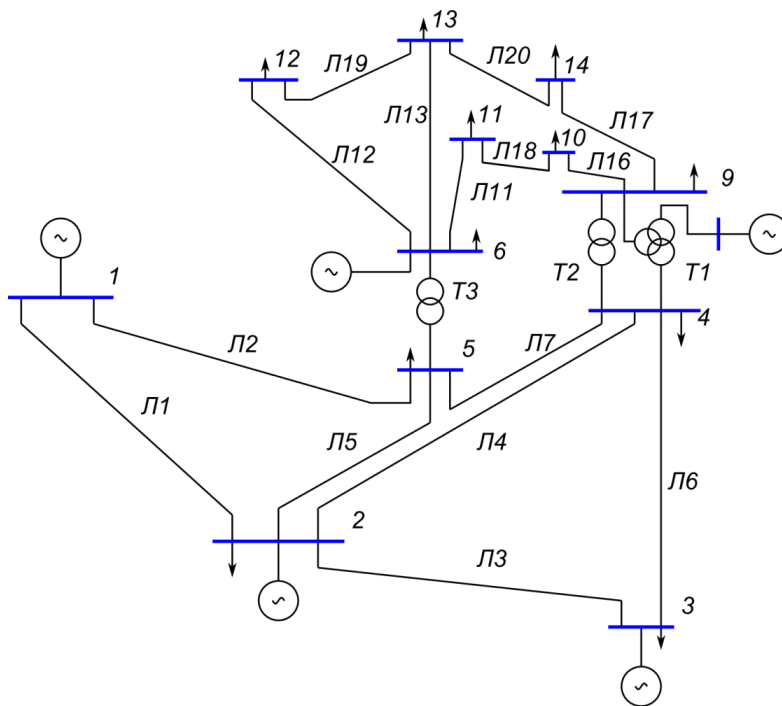


Рис. 3.9. Модель электроэнергетической системы

В табл. 3.1–3.3 приведены исходные данные моделируемой электроэнергетической системы, представленной на рис. 3.9.

Таблица 3.1

Параметры узлов электроэнергетической системы

№ узла	$U_{\text{НОМ}}$, кВ	Генерирующие узлы		Нагрузочные узлы	
		$P_{\text{Г}}$, МВт	$U_{\text{Г}}$, кВ	$P_{\text{Н}}$, МВт	$Q_{\text{Н}}$, МВАр
1	110		1,06	0	0
2	110	42,4	1,045	21,7	12,7
3	110	0	1,01	94,2	19
4	110			47,8	-3,9
5	110			7,6	1,6
6	35	0	1,07	11,2	7,5
8	10.5	0	1,09		
9	35			29,5	16,6
10	35			9	5,8
11	35			3,5	1,8
12	35			6,1	1,6
13	35			13,5	5,8
14	35			14,9	5

Таблица 3.2

Параметры линий электропередач электроэнергетической системы

Линия	Л1	Л2	Л3	Л4	Л5	Л6	Л7	
Длина, км	17,7	66,6	59,1	52,7	51,9	51,1	12,6	
Марка провода	АС-240/32							
Линия	Л11	Л12	Л13	Л16	Л17	Л18	Л19	Л20
Длина, км	5,9	7,6	3,9	2,5	8	5,7	5,9	10,3
Марка провода	АС-120/19							

Таблица 3.3

Параметры трансформаторов электроэнергетической системы

Трансформатор		
T_1	T_2	T_3
ТДТН-40000/110	ТДН-40000/110	2xТДН-40000/110

Используя формулы, описанные в главе 2, определим параметры моделей электроэнергетической системы. Результаты расчетов параметров модели представлены в табл. 3.4–3.5.

Таблица 3.4

Параметры моделей линий электропередач

Ветвь	$R_{л}, \text{ Ом}$	$X_{л}, \text{ Ом}$	$B_{л}, \text{ см}$
Л1	2,088	7,168	$4,97 \cdot 10^{-5}$
Л2	7,858	26,973	$1,87 \cdot 10^{-4}$
Л3	6,973	23,935	$1,66 \cdot 10^{-4}$
Л4	6,218	21,343	$1,48 \cdot 10^{-4}$
Л5	6,124	21,019	$1,46 \cdot 10^{-4}$
Л6	6,029	20,695	$1,43 \cdot 10^{-4}$
Л7	1,486	5,103	$3,54 \cdot 10^{-5}$
Л11	1,439	2,442	
Л12	1,854	3,146	
Л13	0,951	1,614	
Л16	0,61	1,035	
Л17	1,952	3,312	
Л18	1,390	2,359	
Л19	1,439	2,442	
Л20	2,513	4,264	

Таблица 3.5

Параметры моделей трансформаторов

T_1						T_2		T_3	
$R_{вн},$ Ом	$R_{сн},$ Ом	$R_{нн},$ Ом	$X_{вн},$ Ом	$X_{сн},$ Ом	$X_{нн},$ Ом	$R_T,$ Ом	$X_T,$ Ом	$R_T,$ Ом	$X_T,$ Ом
0,8	0,8	0,8	35,5	22,3	22,3	1,46	38,4	0,73	19,2

По данным параметров моделей элементов электрической сети формируется матрица узловых проводимостей \dot{Y} .

$$\begin{aligned}
\dot{Y}_{11} &= 6 - j19,5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{21} = \dot{Y}_{12} &= -5 + j15 \text{ см} \\
\dot{Y}_{51} &= -1 + j4 \text{ см} \\
\dot{Y}_{22} &= 10 - j30 \text{ см} \\
\dot{Y}_{32} = \dot{Y}_{23} &= -1 + j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{42} &= -2 + j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{52} &= -2 + j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{33} &= 3 - j10 \text{ см} \\
\dot{Y}_{43} = \dot{Y}_{34} &= -2 + j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{24} &= -2 + j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{44} &= 10 - j39 \text{ см} \\
\dot{Y}_{54} = \dot{Y}_{45} &= -7 + j22 \text{ см} \\
\dot{Y}_{74} &= j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{94} &= j2 \text{ см} \\
\dot{Y}_{15} &= -1 + j4 \text{ см} \\
\dot{Y}_{25} &= -2 + j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{55} &= 10 - j36 \text{ см} \\
\dot{Y}_{65} = \dot{Y}_{56} &= j4 \text{ см} \\
\dot{Y}_{66} &= 7 - j17 \text{ см} \\
\dot{Y}_{116} &= -1 + j4 \text{ см} \\
\dot{Y}_{126} &= -2 + j3 \text{ см} \\
\dot{Y}_{136} &= -3 + j6 \text{ см} \\
\dot{Y}_{47} &= j5 \text{ см} \\
\dot{Y}_{77} &= -j20 \text{ см} \\
\dot{Y}_{87} = \dot{Y}_{78} &= j6 \text{ см} \\
\dot{Y}_{97} &= j9 \text{ см} \\
\dot{Y}_{88} &= -j6 \text{ см} \\
\dot{Y}_{49} &= j2 \text{ см} \\
\dot{Y}_{99} &= 5 - j24 \text{ см} \\
\dot{Y}_{109} = \dot{Y}_{910} &= -4 + j10 \text{ см} \\
\dot{Y}_{149} &= -1 + j3 \text{ см} \\
\dot{Y}_{1010} &= 6 - j15 \text{ см} \\
\dot{Y}_{1110} = \dot{Y}_{1011} &= -2 + j4 \text{ см}
\end{aligned}$$

$$\dot{Y}_{611} = -2 + j4 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{1111} = 4 - j8 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{612} = -2 + j3 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{1212} = 4 - j5 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{1312} = \dot{Y}_{1213} = -2 + j2 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{613} = -3 + j6 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{1313} = 7 - j10 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{1413} = \dot{Y}_{1314} = -1 + j2 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{914} = -1 + j3 \text{ см}$$

$$\dot{Y}_{1414} = 3 - j5 \text{ см}$$

Вектор-столбец задающих мощностей:

$$\dot{S} = \begin{array}{|c} 0 \\ 18 - j13 \\ -92 - j19 \\ -48 + j4 \\ -8 - j2 \\ -11 - j8 \\ 0 \\ 0 \\ -30 - j17 \\ -9 - j6 \\ -4 - j2 \\ -6 - j2 \\ -14 - j6 \\ -15 - j5 \end{array}$$

Принимая начальные значения напряжений в узлах равными номинальному напряжению, полученная система нелинейных алгебраических уравнений решается с использованием выражения (3.24).

Найденные напряжения в узлах и перетоки мощности по ветвям электрической системы представлены в табл. 3.6–3.8.

Таблица 3.6

Напряжение и мощности в узлах моделируемой
электроэнергетической системы

№ узла	U , кВ	Генерация	
		P , МВт	Q , МВАр
1	116,6	232,39	-16,55
2	114,95	40	43,56
3	111,1	0	25,08
4	111,98	–	–
5	112,2	–	–
6	37,45	0	12,73
8	11,44	0	17,62
9	36,96	–	–
10	36,785	–	–
11	36,99	–	–
12	36,92	–	–
13	36,75	–	–
14	36,26	–	–

Таблица 3.7

Перетоки активной и реактивной мощности по ветвям
моделируемой электроэнергетической системы

Ветвь	P , МВт	Q , МВАр
Л1	156,88	-20,4
Л2	75,51	3,85
Л3	73,24	3,56
Л4	56,13	-1,55
Л5	41,52	1,17
Л6	-23,29	4,47
Л7	-61,16	15,82
обмотка ВН Т ₁	28,07	-9,68
Т ₂	16,08	-0,43
Т ₃	44,09	12,47
Л11	7,35	3,56
Л12	7,79	2,5
Л13	17,75	7,22

Таблица 3.7 (окончание)

Ветвь	P , МВт	Q , МВАр
обмотка НН T_1	0	-17,16
обмотка СН T_1	28,07	5,78
Л16	5,23	4,22
Л17	9,43	3,61
Л18	-3,79	-1,62
Л19	1,61	0,75
Л20	5,64	1,75

Таблица 3.8

Величина генерации и потерь мощности

	P , МВт	Q , МВАр
Суммарная генерация	272,39	82,44
Суммарные потери	13,39	54,54

Вопросы для самоконтроля

1. В чем сходство и различие методов простой и ускоренной итерации?
2. Объясните принцип решения системы нелинейных уравнений узловых напряжений методом простой итерации.
3. Объясните принцип решения системы нелинейных уравнений узловых напряжений методом ускоренной итерации.
4. Объясните принцип решения системы нелинейных уравнений узловых напряжений методом Ньютона.
5. В чем отличие метода касательных от метода секущих при решении системы уравнений методом Ньютона?
6. Какой из рассмотренных в работе методов обеспечивает большую скорость сходимости итерационного процесса?
7. Что влияет на сходимость итерационного процесса?
8. Перечислите способы учета характеристик генераторов с АРВ при расчетах режимов методом Ньютона.
9. Назовите формы записи уравнений установившегося режима.
10. Какие способы учета характеристик у генератора АРВ существуют?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Веников, В.А. Электрические системы. Математические задачи энергетики: учебник для студентов вузов / В.А. Веников. – М.: Высшая школа, 1981. – 288 с.
2. Гамм, А.З. Методы расчета нормальных режимов электроэнергетических систем на ЭВМ / А.З. Гамм. – Иркутск: ИПИ-СЭИ, 1972. – 186 с.
3. Идельчик, И.В. Расчеты установившихся режимов электрических систем / В.И. Идельчик. – М.: Энергия, 1977. – 192 с.
4. Сенди, К. Современные методы анализа электрических систем / К. Сенди. – М.: Энергия, 1971. – 360 с.
5. Герасименко, А.А. Математические методы решения инженерных задач электроэнергетики / А.А. Герасименко. – Красноярск: КГТУ, 1995. – 160 с.
6. Введение в математическое моделирование: учебное пособие / В.Н. Ашихмин [и др.]; под ред. П.В. Трусова. – М.: Интермет Инжиниринг, 2000. – 336 с.
7. Лыкин, А.В. Электрические системы и сети: учебное пособие / А.В. Лыкин. – М.: Университетская книга; Логос, 2006. – 254 с.
8. Муромцев, Д.Ю. Математическое обеспечение САПР / Д.Ю. Муромцев, И.В. Тюрин. – СПб: ЭБС Лань, 2014. – 464 с.
9. Веников, В.А. Теория подобия и моделирование / В.А. Веников, Г.В. Веников. – М.: Высш. шк., 1984. – 243 с.
10. Неуймин, Я.Г. Модели в науке и технике. История, теория, практика / Я.Г. Неуймин. – Л.: Наука, 1984. – 190 с.
11. Артемов, М.А. Математическое моделирование и компьютерный эксперимент / М.А. Артемов, Е.Н. Коржов. – Воронеж: ВГУ, 2001. – 64 с.
12. Бурулько, Л.К. Математическое моделирование в электротехнике: учебное пособие / Л.К. Бурулько, Е.В. Овчаренко. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2003. – 100 с.
13. Справочник по проектированию электрических сетей / Под ред. Д.Л. Файбисовича. – М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2005. – 320 с.
14. Электрические системы. Режимы работы электрических систем и сетей / Под ред. В.А. Веникова. – М.: Высшая школа, 1975. – 344 с.
15. Тарасик, В.П. Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов / В.П. Тарасик. – Мн.: ДизайнПРО, 1997. – 640 с.
16. Руководящие указания по устойчивости энергосистем. Департамент науки и техники РАО «РАО России», 1994.

17. Потребич, А.А. Моделирование нагрузок для расчета потерь энергии в электрических сетях энергосистем / А.А. Потребич // *Электричество*. – 1997. – № 3. – С. 7–12.
18. Жуков, Л.А. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем: методы расчетов / Л.А. Жуков, И.П. Стратан. – М.: Энергия, 1979. – 416 с.
19. Бердин, А.С. Формирование параметров модели ЭЭС для управления электрическими режимами / А.С. Бердин, П.А. Крючков. – Екатеринбург: – УГТУ, 2000. – 108 с.
20. Любченко, В.Я. Физико-математические основы электроэнергетики: учебное пособие; В 2-ч., часть 1 / В.Я. Любченко, В.З. Манусов. – Новосибирск: Новосиб. гос. техн. унт, 1994. – 58 с.
21. Липес, А.В. Расчеты установившихся режимов электрических систем на ЦВМ / А.В. Липес, С.К. Окуловский. – Свердловск: УПИ, 1986. – 86 с.
22. Гуревич, Ю.Е. Расчеты устойчивости и противоаварийной автоматики в энергосистемах / Ю.Е. Гуревич, Л.Е. Либова, А.А. Окин. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 390.
23. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. – М.: Наука, 1967. – 368 с.
24. Брамелер, А. Слабозаполненные матрицы / А. Брамелер. – М.: Энергия, 1979. – 191 с.
25. Numerical testing of power system load flow equivalents / S. Deckman, A. Pizzolante, A. Monticelli, A. Stott, O. Alsac // *IEE Trans. PAS*. – 1980. – Vol. 99. – No. 6. – P. 2292–2300.
26. Stott, B. Decoupled Newton load flow / B. Stott // *IEEE Trans. PAS*. – 1972. – Vol. 91. – No. 3. – P. 3754–3761.
27. Exposito, A.G. Reliable load flow technique for radial distribution networks / A.G. Exposito, E.R. Ramos // *IEEE Transactions on Power System*. – 1999. – Vol. 14. – No. 3. – P. 1063–1068.
28. Cheng, C.S. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis / C.S. Cheng, D. Shirmohammadi // *IEEE Transactions on Power Systems*. – Vol. 10. – No. 2. – P. 671–679.
29. Герасименко, А.А. Передача и распределение электрической энергии: учебное пособие / А.А. Герасименко, В.Т. Федин. – Ростов / Д.: Красноярск: Издательские проекты, 2006. – 720 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ	5
1.1. Электроэнергетическая система и режимы ее работы	5
1.2. Понятие модели и моделирования	6
1.3. Классификация моделей	8
1.4. Переменные в математических моделях	11
1.5. Адекватность и эффективность математических моделей	15
1.6. Классификация математических моделей по свойствам обобщенного объекта моделирования	18
1.7. Математические модели на микроуровне, макроуровне и метауровне .	20
Вопросы для самоконтроля	21
2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИ- ЧЕСКИХ СИСТЕМ	22
2.1. Моделирование элементов сети энергосистемы и общие допущения при расчетах установившихся режимов	22
2.2. Моделирование линии электропередачи	23
2.3. Моделирование трансформатора	24
2.4. Токоограничивающие реакторы	30
2.5. Направления токов в элементах схемы	31
2.6. Моделирование нагрузки	33
2.7. Моделирование генераторов	41
Вопросы для самоконтроля	51
3. МЕТОДЫ РАСЧЕТА УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ	52
3.1. Постановка задачи	52
3.2. Уравнения установившихся режимов в форме баланса токов	55
3.3. Уравнения установившихся режимов в форме баланса мощностей в прямоугольной системе координат	58
3.4. Уравнения установившихся режимов в форме баланса мощностей и токов в полярной системе координат	60
3.5. Метод Зейделя (Гаусса-Зейделя)	64
3.6. Метод Ньютона-Рафсона	67
3.7. Учет действия регуляторов возбуждения синхронных генераторов	72
3.8. Расчет режимов распределительных электрических сетей	77
3.9. Пример моделирования режима работы электроэнергетической системы .	83
Вопросы для самоконтроля	90
Библиографический список	91

Учебное издание

**Муратаев Ибрагим Амирович
Муратаева Галия Амировна
Ярославский Данил Александрович
Хузяшев Рустэм Газизович
Горячев Михаил Петрович**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Учебное пособие

Кафедра электроэнергетических систем и сетей КГЭУ

Редактор *И.В. Соколова*
Компьютерная верстка *Т.И. Лунченкова*

Подписано в печать 17.05.2019.

Формат 60 × 84/16. Бумага «Business». Гарнитура «Times». Вид печати РОМ.
Усл. печ. л. 5,46. Уч.-изд. л. 3,53. Заказ № 241/эл.

Редакционно-издательский отдел КГЭУ,
420066, Казань, Красносельская, 51