

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

**Методические указания
к выполнению типового расчета
по дисциплине
«Теоретические основы электротехники»**

Казань 2014

УДК 621.3.01
ББК 31.2
П27

П 27 Переходные процессы в линейных электрических цепях.
Метод. указания/ Сост.: Л.А. Сурай, Н.А. Гарифуллина. - Казань:
Казан. гос. энерг. ун-т, 2014. - 36 с.

В методических указаниях приведены типовые расчетные задания по дисциплине «Теоретические основы электротехники» и общие рекомендации по выполнению и оформлению расчетной работы. Даны необходимые теоретические сведения и примеры выполнения заданий. Методические указания нацелены обратить внимание на последовательность расчета и возможные ошибки, а также показать, каким образом необходимо оформлять графики и расчеты.

Предназначены для самостоятельной работы студентов второго курса очной формы обучения направлений подготовки 140200 «Электроэнергетика»; 140600 «Электротехника, электромеханика и электротехнологии»; 140400 «Электроэнергетика и электротехника»; 200100 «Приборостроение»; 210100 «Электроника и нанoeлектроника» квалификации - бакалавр.

УДК 621.3.01
ББК 31.2

Задание на типовой расчет

ЭДС источников напряжения и токи источников тока изменяются гармонически с угловой частотой $\omega=1000$ рад/с, начальной фазой α , имея амплитуды соответственно $E_m=100$ В и $I_m=10$ А.

В начальный момент времени $t=0$ происходит коммутация – включение или отключение участка схемы, указанного на схеме стрелкой. До коммутации режим цепей установившийся.

Для возникшего переходного процесса требуется:

- 1) определить классическим методом ток в одной из параллельных ветвей схемы, не содержащей индуктивностей и источника энергии;
- 2) определить тот же ток, что и в пункте 1, проводя расчет его свободной составляющей операторным методом;
- 3) построить кривую найденной зависимости $i(t)$, причем масштаб времени следует выбрать так, чтобы изменение свободной составляющей тока было видно на протяжении достаточно большого отрезка оси абсцисс.

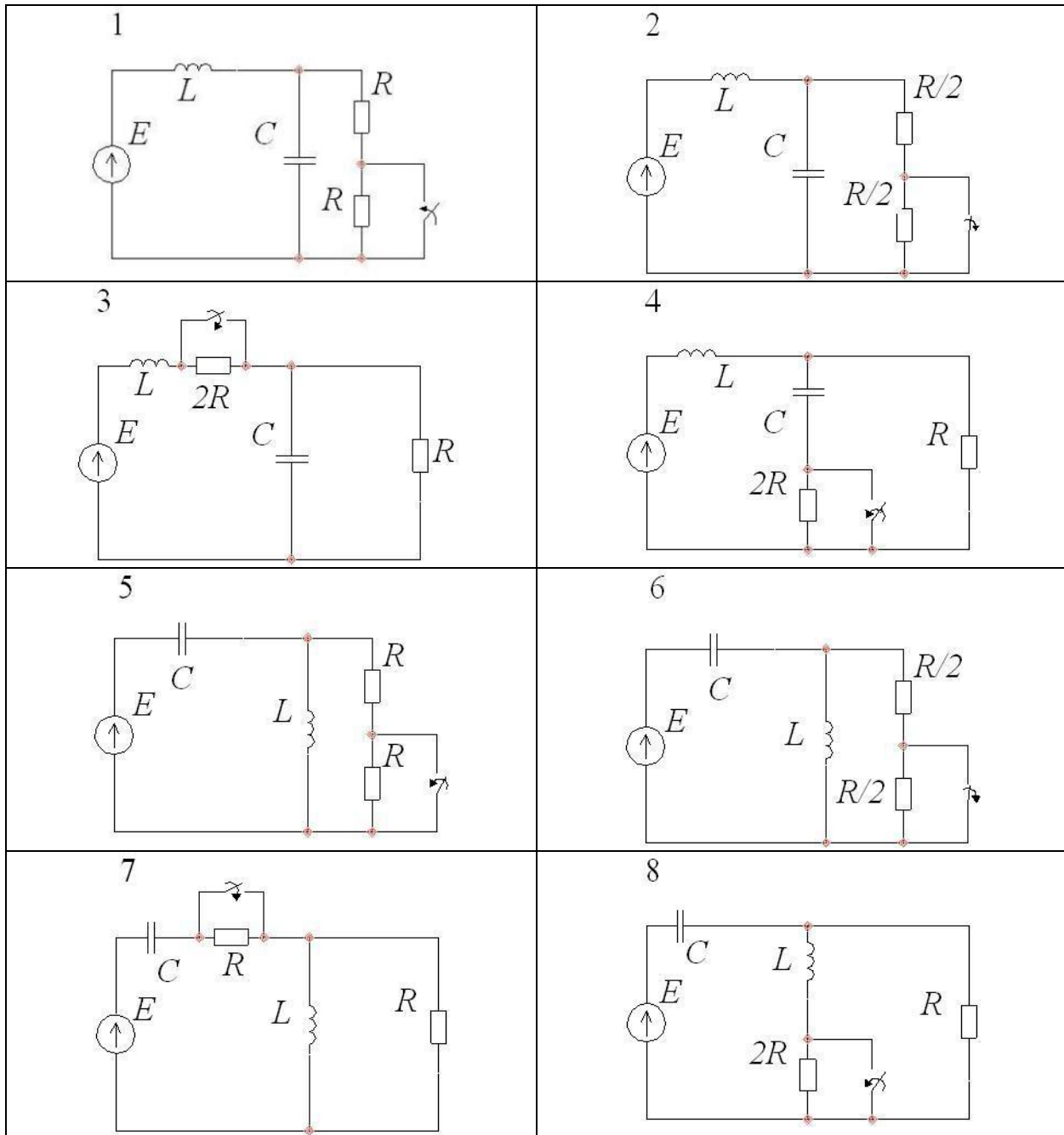
Числовые значения параметров схемы указываются преподавателем для каждой группы отдельно.

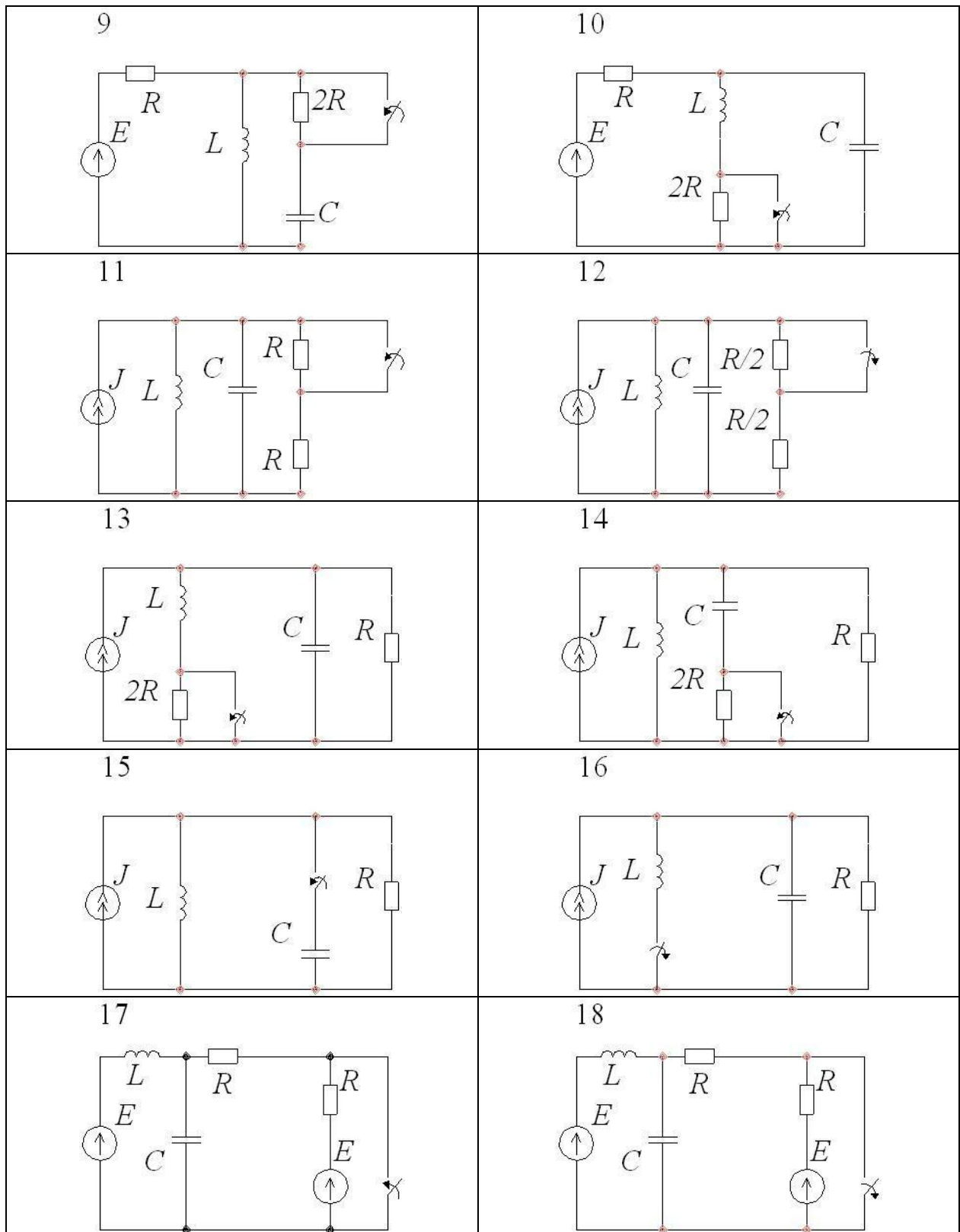
ЧИСЛОВЫЕ ДАННЫЕ ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ

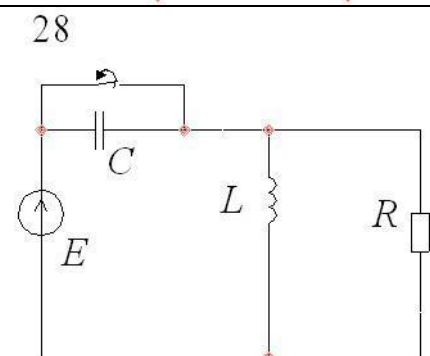
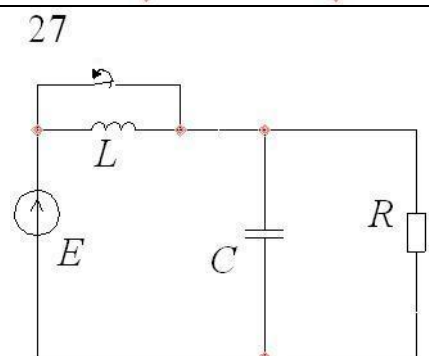
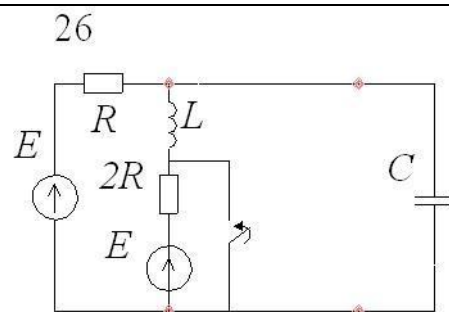
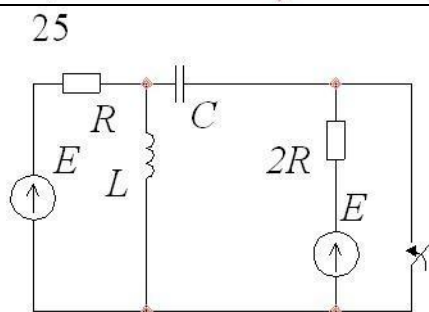
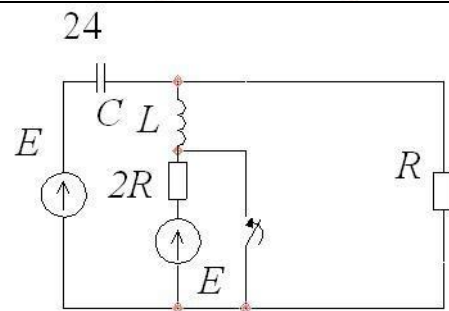
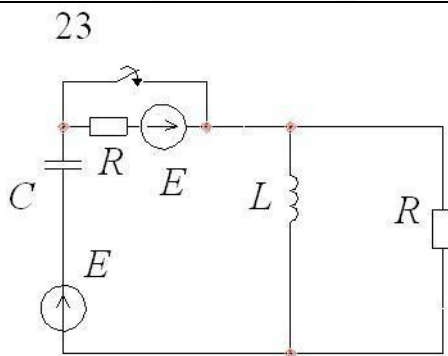
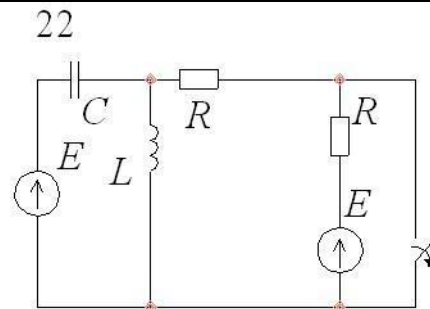
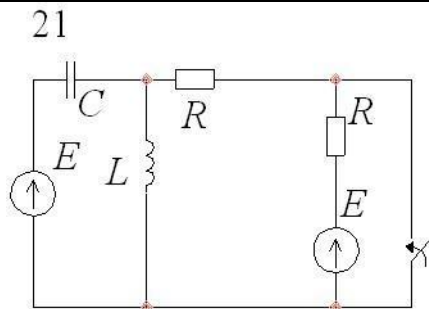
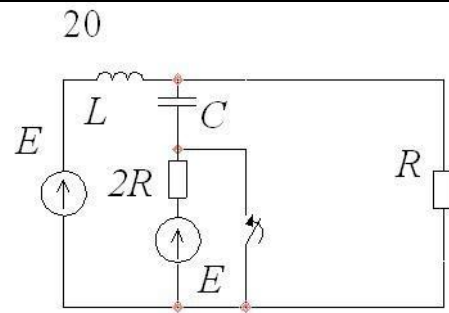
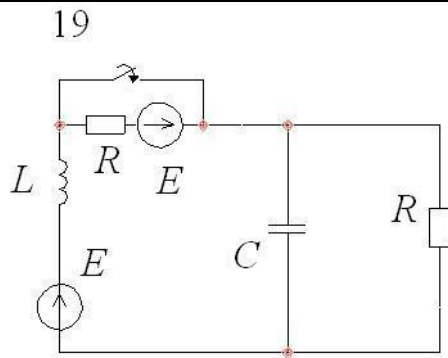
№ Гр.	R, Ом	L, мГн	C, 10^{-3} Ф	$\alpha, ^\circ$	№ Гр.	R, Ом	L, мГн	C, 10^{-3} Ф	$\alpha, ^\circ$
1	5	5	1/36	30	16	10	20	1/36	45
2	5	5	1/20	60	17	10	40	1/10	120
3	5	5	1/10	45	18	10	40	1/5	135
4	5	10	1/10	-30	19	10	30	1/24	150
5	5	10	1/10	-135	20	20	20	1/80	-60
6	5	10	1/5	-150	21	20	20	1/40	-45
7	5	15	1/12	150	22	10	40	1/18	-150
8	5	20	1/5	-30	23	20	40	1/80	-30
9	10	5	1/40	120	24	20	40	1/20	-120
10	5	20	1/9	-45	25	20	40	1/72	60
11	10	10	1/40	-60	26	20	80	1/20	-135
12	10	10	1/20	135	27	20	80	1/10	30
13	10	10	1/72	-120	28	25	50	1/90	45
14	10	20	1/20	30	29	25	50	1/50	120
15	10	20	1/10	60	30	25	50	1/25	150

Номер схемы соответствует порядковому номеру, под которым фамилия студента записана в групповом журнале.

ВАРИАНТЫ СХЕМ







Общие сведения

Переходный процесс возникает в электрической цепи, если скачком изменяются приложенное к ней напряжение или ее параметры при условии, что вследствие этого изменяется запас электрической или магнитной энергии. Отсюда следует, что переходный процесс невозможен в цепях, содержащих лишь активные сопротивления. В таких цепях токи и напряжения мгновенно принимают новые установившиеся значения. Теоретически переходный процесс продолжается от момента его возникновения до бесконечности, а практически, при принятой точности измерения, в течение конечного промежутка времени, величина которого зависит от параметров цепи.

При определении значений токов и напряжений переходного процесса составляют уравнения Кирхгофа для рассматриваемой цепи, связывающие мгновенные значения электрических величин. Эти уравнения – дифференциальные или интегро-дифференциальные. Эта система уравнений сводится к дифференциальному уравнению относительно искомой величины.

Общее решение такого уравнения можно представить в виде суммы частного решения неоднородного дифференциального уравнения и общего решения однородного дифференциального уравнения. Принужденной (установившейся) составляющей переходной величины называется частное решение неоднородного дифференциального уравнения, которое описывает установившийся режим работы цепи после коммутации, зависящий от вида внешних источников энергии (принужденный режим). Принужденную (установившуюся) составляющую переходной величины определяют из расчета схемы после коммутации в установившемся режиме после завершения переходного процесса. Свободной составляющей переходной величины называется общее решение однородного дифференциального уравнения. Свободная составляющая определяется параметрами цепи и начальными условиями, то есть запасами электрической и магнитной энергии в момент возникновения переходного процесса.

Ниже используются следующие индексы:

св – для свободных составляющих;

пр – для принужденных (установившихся) составляющих.

Переходный ток в k -й ветви схемы записывается в виде:

$$i_k(t) = i_{k\text{пр}}(t) + i_{k\text{св}}(t).$$

При расчете переходных процессов используются законы коммутации. Первый закон коммутации: в момент коммутации ток в ветви с катушкой индуктивности не меняется скачком. Второй закон коммутации: в момент

коммутации напряжение на конденсаторе не меняется скачком. Математически законы коммутации записываются в виде:

$$i_L(0-) = i_L(0+), \quad u_C(0-) = u_C(0+),$$

где моменты времени $t = 0-$ и $t = 0+$ соответственно, моменты времени непосредственно перед коммутацией и сразу после коммутации. Отсюда следует, что токи во всех индуктивностях и напряжения на всех конденсаторах сразу после коммутации не изменяются скачком, сохраняя те же значения, которые они имели непосредственно перед коммутацией. Поэтому начальные значения этих величин сразу после коммутации называются независимыми начальными условиями. Все остальные токи и напряжения при коммутации могут измениться скачком. Их начальные значения сразу после коммутации называются зависимыми начальными условиями.

Классический метод нахождения значений переходных величин основан на разложении их на свободные и принужденные составляющие.

Этапы расчета переходных процессов классическим методом:

1) расчет цепи до коммутации в установившемся режиме для определения независимых начальных условий, то есть токов всех индуктивностей $i_L(0-)$ и напряжений на всех конденсаторах схемы $u_C(0-)$ в момент $t = 0-$;

2) расчет цепи после коммутации в установившемся режиме для определения принужденной составляющей искомого тока $i_{пр}(t)$;

3) составление системы дифференциальных уравнений по I и II законам Кирхгофа относительно мгновенных значений токов цепи. При этом используются равенства:

$$u_R = i_R R, \quad u_L = L \frac{di_L}{dt}, \quad u_C = \frac{1}{C} \int i_C dt.$$

4) составление характеристического уравнения для системы однородных дифференциальных уравнений методом входного сопротивления;

5) решение характеристического уравнения и запись свободной составляющей искомого тока в соответствии с видом корней уравнения (для цепи с двумя реактивными сопротивлениями):

– если корни p_1 и p_2 – вещественные и различные, то:

$$i_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t};$$

– если корни $p_1 = p_2 = p$ – вещественные и кратные, то:

$$i_{\text{св}}(t) = (A_1 t + A_2 t) e^{pt},$$

где A_1, A_2 – постоянные интегрирования;

– если корни $p_{1,2} = \alpha \pm j\omega$ – комплексно-сопряженные, то:

$$i_{\text{св}}(t) = A e^{\alpha t} \sin(\omega t + \theta),$$

где A, θ – постоянные интегрирования;

6) определение зависимых начальных условий с помощью независимых, то есть переход от значений $i_L(0), u_C(0)$ к значениям $i(+0), di(+0)/dt$;

7) составление системы уравнений для нахождения постоянных интегрирования и определение из нее постоянных интегрирования, после чего искомый ток записывается в виде:

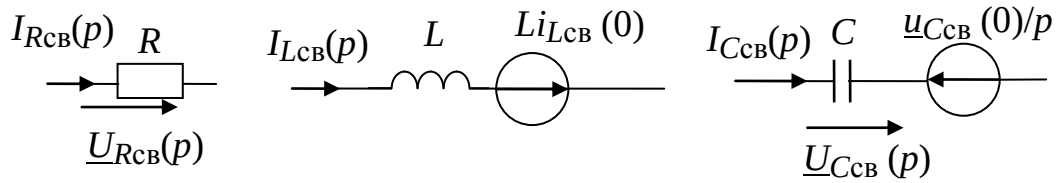
$$i(t) = i_{\text{пр}}(t) + i_{\text{св}}(t).$$

Операторный метод расчета основан на использовании преобразования Лапласа, которое заменяет по определенному закону действительные функции времени $f(t)$ (то есть переходные токи и напряжения цепи, называемые в дальнейшем оригиналами), их операторными изображениями. Решая систему операторных уравнений, находят изображение неизвестной функции, по ней, применяя методы обратного преобразования, находят оригинал, то есть неизвестную функцию времени.

В случае, если принужденный режим цепи представляет собой режим цепи синусоидального тока, то для расчета переходного процесса целесообразно использовать метод наложения. В этом методе неизвестный ток (напряжение) после коммутации определяют как сумму двух составляющих – тока (напряжения) принужденного режима и тока (напряжения) свободного режима. Свободную составляющую определяют операторным методом.

Этапы расчета свободной составляющей переходной величины операторным методом:

1) составление операторной схемы замещения для свободных составляющих с учетом принятых положительных направлений токов и напряжений, где элементам R, L и C соответствуют приведенные ниже схемы:



Операторная схема для свободных составляющих содержит только дополнительные источники ЭДС $Li_{LCB}(0)$ и $\frac{u_{CCB}(0)}{p}$, направленные соответственно по току $i_{LCB}(t)$ и навстречу направлению $u_{CCB}(t)$. Вместо основных источников энергии в схеме остаются только их внутренние сопротивления. Величины $i_{LCB}(0)$ и $u_{CCB}(0)$ определяются по формулам:

$$u_{CCB}(0) = u_C(0) - u_{Cпр}(0);$$

$$i_{LCB}(0) = i_L(0) - i_{Lпр}(0).$$

2) расчет операторной схемы замещения с целью определения изображения свободной составляющей искомой величины;

3) определение оригинала свободной составляющей искомой величины по ее изображению с помощью таблицы обратного преобразования Лапласа или по теореме разложения.

Изображение искомой величины имеет вид:

$$F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + a_{m-2} p^{m-2} + \dots + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + b_{n-2} p^{n-2} + \dots + b_0}$$

при $n \geq m$.

Переходим от изображения к оригиналу, используя теорему разложения. Приравняв знаменатель $F_2(p)$ к нулю, находим p_k – корни характеристического уравнения.

Оригинал $f(t)$ записывается по формуле:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}.$$

Теоремой разложения в таком виде удобно пользоваться, если корни характеристического уравнения $F_2(p)$ вещественные разные или комплексно-сопряженные. Для случая, если уравнение $F_2(p)=0$ имеет один нулевой

корень, то есть $F_2(p) = pF_3(p)$, теорема разложения записывается в иной форме:

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_3(0)} + \sum_{k=2}^n \frac{F_1(p_k)}{p_k F_3'(p_k)} e^{p_k t}.$$

В случае, если корни характеристического уравнения кратные, теорема разложения имеет более сложный вид [1] и лучше всего свести изображение к табличному.

Вопросы для самопроверки

1. Объясните, почему возникают переходные процессы в цепях с катушками индуктивности и конденсаторами.
2. Дайте энергетическое обоснование первого и второго законов коммутации.
3. Дайте определение принужденной и свободной составляющих тока при переходном процессе.
4. Объясните разницу между независимыми и зависимыми условиями.
5. Перечислите этапы классического метода расчета переходных процессов в линейных цепях.
6. Объясните построение операторной схемы цепи для свободных составляющих по электрической схеме с учетом начальных условий.
7. Сформулируйте теорему разложения и перечислите условия ее применения.
8. Перечислите этапы операторного метода расчета переходных процессов в линейных цепях.

Методические указания по оформлению и выполнению расчетного задания

1. Расчетная работа оформляется в рукописном варианте на листах А4, за исключением титульного листа, который может быть оформлен с использованием компьютера.
2. Все страницы нумеруются.
3. Решение задачи должно начинаться с перечерчивания заданной электрической схемы. Должны быть указаны все численные величины задания по требуемому варианту с указанием номера варианта. При вычерчивании элементов схем следует придерживаться стандартных изображений элементов электрической цепи.

4. Все величины: сопротивления, индуктивности, емкости, напряжения, токи, ЭДС и т.п., буквенные обозначения которых применяются в ходе решения – должны быть показаны на схемах, сопровождающих решения, и не должны меняться в ходе решения.

5. Начиная решение, следует указывать, какие физические законы, расчетные методы предполагается использовать при решении, привести математическую запись этих законов и методов.

6. После записи соотношений в общем виде следует подставить в эти соотношения конкретные числа, при этом решение задач не следует перегружать приведением всех промежуточных алгебраических преобразований и арифметических расчетов. В окончательных формулах и в окончательных цифровых результатах обязательно следует указать единицы измерения, в которых получен ответ.

7. Вычисления должны быть сделаны с точностью до третьей значащей цифры.

8. Графики выполняются на миллиметровой бумаге с соблюдением масштаба. Рекомендуется при построении кривых выбирать такой масштаб, чтобы на 1 см оси координат приходилось $1 \cdot 10^{\pm n}$ или $2 \cdot 10^{\pm n}$ единиц измерения физической величины. Масштабы указываются численными метками, отложенными вдоль осей. Градуировку осей выполнять, начиная с нуля, равномерно, через один или два сантиметра. Должны быть обязательно обозначены величины, отложенные вдоль каждой оси с указанием единицы измерения, например i , мА или t , с. Весь график в целом и отдельные кривые на нем должны иметь названия.

При выполнении задания по расчету переходных процессов следует четко разделять его этапы. На каждом этапе нужно продумать, в каком режиме рассматривается электрическая цепь, какой метод применяется для выполнения этапа и в какой форме должны быть представлены его результаты.

При расчете цепи до коммутации в установившемся режиме используется комплексный метод расчета. При расчете цепи после коммутации в установившемся режиме целесообразно нарисовать эту цепь и обратить внимание на то, что результатом расчета является принужденная составляющая в виде синусоидальной функции времени.

При расчете переходных процессов операторным методом рекомендуется сравнить знаменатель изображения свободной составляющей искомого тока с характеристическим многочленом.

Примеры выполнения расчета

Задача 1.

Рассмотрим пример расчета переходного процесса в цепи, схема которой приведена на рис. 1. Расчет проводится классическим методом и операторным методом для свободной составляющей.

Дано:

$$\alpha = 45^\circ; R = 5 \text{ Ом}; L = 10 \text{ мГн}; C = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}; E_m = 100 \text{ В}.$$

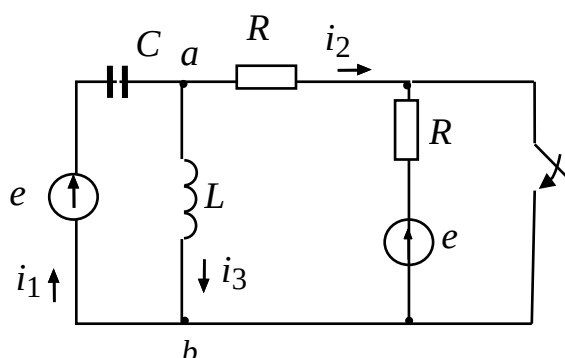


Рис. 1

Найти $i_2(t)$ и построить кривую изменения тока $i_2(t)$.

Решение. По исходным данным запишем мгновенное значение ЭДС:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \alpha).$$

Отсюда следует:

$$e(t) = 100 \sin(1000t + 45^\circ).$$

а) Расчет переходного процесса классическим методом

1. Произвольно зададимся положительными направлениями токов во всех ветвях и напряжения на конденсаторе (см. рис.1).

2. Рассчитаем цепь до коммутации в установившемся режиме. Методом двух узлов найдем напряжение между узлами a и b :

$$\begin{aligned} U_{abm} &= \frac{\underline{E}_m(j\omega C) + \underline{E}_m \frac{1}{2R}}{j\omega C + \frac{1}{2R} + \frac{1}{j\omega L}} = \frac{100e^{j45^\circ}(0,1 + j0,2)}{j0,2 + 0,1 - j0,1} = \\ &= 35,35 + j274,45 = 250e^{j82,8^\circ} \text{ В}; \end{aligned}$$

Найдем ток $\underline{I}_{3m}$ и напряжение $\underline{U}_{Cm}$, а также начальные значения $i_3(0-)$ и $u_C(0-)$:

$$\underline{I}_{3m} = \frac{\underline{U}_{abm}}{j\omega L} = \frac{250e^{j82,8^\circ}}{j10} = 25e^{-j7,2^\circ} \text{ A};$$

$$\begin{aligned}\underline{U}_{Cm} &= \underline{E}_m - \underline{U}_{abm} = 70,71 + j70,71 - 35,35 - j274,45 = 35,36 - j176,74 = \\ &= 180,24e^{-j79,5^\circ} \text{ В};\end{aligned}$$

$$i_3(t) = 25\sin(10^3 t - 7,2^\circ); \quad i_3(0-) = -3,5 \text{ A}; \quad (1)$$

$$u_C(t) = 180,24\sin(10^3 t - 79,5^\circ) \text{ В}; \quad u_C(0-) = -171,228 \text{ В}. \quad (2)$$

3. Рассчитаем цепь в установившемся режиме после коммутации. Напряжение $\underline{U}_{abm}$ и принужденная составляющая тока $\underline{I}_{2m}$ имеют вид

$$\underline{U}_{abm} = \frac{\underline{E}_m j\omega C}{j\omega C + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R}} = \frac{100e^{j45^\circ} j0,2}{j0,2 + 0,1 - j0,1} = -28,3 + j84,85, \text{ В}; \quad (3)$$

$$\underline{I}_{2m} = \frac{\underline{U}_{abm}}{R} = -5,66 + j16,97 = 17,889e^{j107,6^\circ}, \text{ А}.$$

Следовательно:

$$i_{2\text{пр}}(t) = 17,889\sin(10^3 t + 107,6^\circ), \text{ А}. \quad (4)$$

4. Составим характеристическое уравнение методом операторного сопротивления. Для этого в пассивной цепи после коммутации (с закороченными источниками ЭДС) разрываем одну из ветвей, например, емкостью и записываем операторное сопротивление между точками разрыва, которое приравняем нулю:

$$z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{pLR}{pL + R} = 0.$$

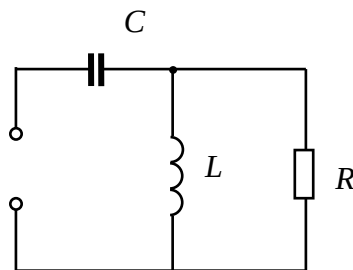


Рис. 2

Приведя полученное уравнение к общему знаменателю и приравняв нулю числитель, получим характеристическое уравнение:

$$RLCp^2 + Lp + R = 0; \quad p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0.$$

5. Решим характеристическое уравнение и запишем свободную составляющую искомого тока. Подставив значения параметров цепи, получим уравнение:

$$p^2 + 1000p + 5 \cdot 10^5 = 0,$$

имеющее корни:

$$p_{1,2} = \alpha \pm j\beta = -500 \pm j500.$$

Этим корням соответствует свободная составляющая тока:

$$i_{2\text{св}}(t) = Ae^{\alpha t} \sin(\beta t + \psi) = Ae^{-500t} \sin(500t + \psi).$$

6. Записываем искомый ток как сумму свободной и принужденной составляющих:

$$i_2(t) = 17,889 \sin(10^3 t + 107,6^\circ) + Ae^{-500t} \sin(500t + \psi).$$

Дифференцируя полученное выражение, находим:

$$\begin{aligned} \frac{di_2}{dt} = & 17,889 \cdot 10^3 \cos(10^3 t + 107,6^\circ) - 500Ae^{-500t} \sin(500t + \psi) + \\ & + 500Ae^{-500t} \cos(500t + \psi), \end{aligned}$$

где A , ψ – постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий.

7. Определяем зависимые начальные условия для тока $i_2(0+)$ и его производной $\frac{di_2}{dt}(0+)$ с помощью независимых начальных условий и уравнений Кирхгофа, записанных для момента коммутации. При этом любое уравнение Кирхгофа при необходимости можно продифференцировать:

$$u_C(0+) + Ri_2(0+) = e(0+); \quad (5)$$

$$\frac{i_1(0+)}{C} + R \frac{di_2}{dt}(0+) = \frac{de}{dt}(0+); \quad (6)$$

$$i_1(0+) = i_3(0+) + i_2(0+). \quad (7)$$

Независимые начальные условия $i_3(0+)$ и $u_C(0+)$ известны из схемы до коммутации, так как подчиняются законам коммутации:

$$i_3(0+) = i_3(0-) = -3,5 \text{ А}; \quad u_C(0+) = u_C(0-) = -171,228 \text{ В}.$$

$$\text{Начальное условие } i_2(0+) = \frac{e(0+) - u_C(0+)}{R} = \frac{70,71 + 171,228}{5} = 48,388 \text{ А}$$

определяется из уравнения (5).

Начальное условие:

$$\frac{di_2}{dt}(0+) = \frac{1}{R} \left(\frac{de}{dt}(0+) - \frac{i_1(0+)}{C} \right) = \frac{1}{R} \left(\frac{de}{dt}(0+) - \frac{i_3(0+)}{C} - \frac{i_2(0+)}{C} \right) = -30,74 \cdot 10^3 \text{ А/с}$$

определяется из уравнений (6) и (7).

8. Подставив $t = 0$ в выражения для тока $i_2(t)$ и его производной $\frac{di_2}{dt}$ и приравняв полученные соотношения найденным начальным условиям, получим уравнения:

$$17,17 + A \sin \psi = 48,388;$$

$$-5366,7 - 500A \sin \psi + 500A \cos \psi = -30746.$$

Решая эту систему, получим:

$$A \sin \psi = 31,218; \quad A \cos \psi = -18,47;$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{31,218}{-18,47} = -1,69;$$

$$\psi = 120^\circ;$$

$$A = \frac{31,218}{\sin 120^\circ} = 36,13.$$

Тогда:

$$i_2(t) = 17,889 \sin(10^3 t + 107,6^\circ) + 36,13 e^{-500t} \sin(500t + 120^\circ).$$

б) Расчет операторным методом для свободной составляющей

1. Расчет цепи до коммутации проводится аналогично расчету по классическому методу. В результате получаем начальные условия из (1) и (2):

$$i_3(0) = i_3(0-) = -3,5 \text{ А}; \quad u_C(0) = u_C(0-) = -171,228 \text{ В};$$

2. Рассчитываем цепь в установившемся режиме после коммутации. Расчет принужденной составляющей проводится аналогично расчету классическим методом. Согласно формулам (3) и (4),

$$i_{2\text{пр}}(t) = 17,889 \sin(10^3 t + 107,6^\circ) \text{ A};$$

$$\underline{U}_{abm} = -28,3 + j84,85 \text{ В};$$

$$\underline{I}_{3m} = \frac{\underline{U}_{abm}}{j\omega L} = \frac{-28,3 + j84,85}{j10} = 8,485 + j2,83 = 8,945 e^{j17,6^\circ}, \text{ A};$$

$$\underline{U}_{Cm} = \underline{E}_m - \underline{U}_{abm} = 70,71 + j70,71 + 28,3 - j84,85 = 99,01 - j14,14 = 100,01 e^{j8^\circ}, \text{ В}.$$

В результате получаем:

$$i_{3\text{пр}}(t) = 8,945 \sin(10^3 t + 17,6^\circ) \text{ A};$$

$$i_{3\text{пр}}(0) = 8,945 \sin 17,6^\circ = 2,684 \text{ A};$$

$$u_{C\text{пр}}(t) = 100,01 \sin(10^3 t - 8^\circ) \text{ В};$$

$$u_{C\text{пр}}(0) = 100,01 \sin(-8^\circ) = -13,92 \text{ В}.$$

3. Составляем операторную схему замещения для свободной составляющей, где:

$$u_{C\text{св}}(0) = u_C(0) - u_{C\text{пр}}(0) = -171,228 + 13,92 = -157,308 \text{ В};$$

$$i_{3\text{св}}(0) = i_3(0) - i_{3\text{пр}}(0) = -3,5 - 2,684 = -6,184 \text{ А}.$$

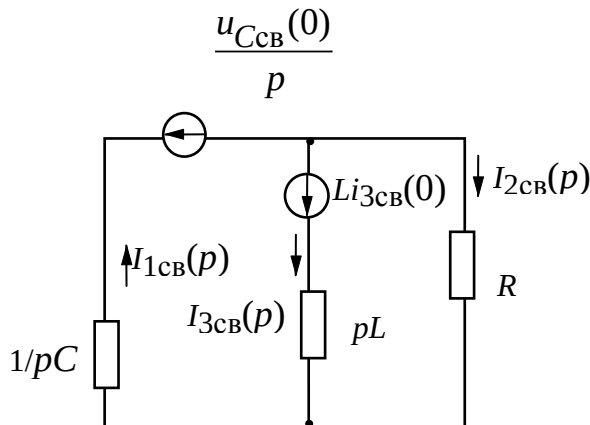


Рис. 3

4. Рассчитываем операторную схему. Методом двух узлов для изображения $I_{2\text{св}}(p)$ получаем выражение:

$$I_{2\text{св}}(p) = \frac{-Li_{3\text{св}}(0)\frac{1}{pL} - \frac{u_{\text{Cсв}}(0)}{p} pC}{Cp + \frac{1}{Lp} + \frac{1}{R}} = \frac{\frac{6,184}{p} + 157,308 \cdot 0,0002}{0,0002p + \frac{1}{0,01p} + \frac{1}{5}} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{0,0314p + 6,184}{0,0002p^2 + 100 + 0,2p} \cdot \frac{1}{5} = \frac{31,4p + 6184}{p^2 + 1000p + 500 \cdot 10^3} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.$$

5. Переходим от изображения $I_{2\text{св}}(p)$ к оригиналу $i_{2\text{св}}(t)$, используя теорему разложения. Приравняв знаменатель $F_2(p)$ к нулю, находим корни характеристического уравнения:

$$p^2 + 1000p + 500 \cdot 10^3 = 0.$$

Отсюда

$$p_{1,2} = -500 \pm j500.$$

Берем производную по p от $F_2(p)$ и определяем ее значения при p_1 и p_2 :

$$F'_2(p) = 2p + 1000;$$

$$F'_2(p_1) = -1000 + 2j500 + 1000 = 2j500;$$

$$F'_2(p_2) = -1000 - 2j500 + 1000 = -2j500.$$

Записываем выражение для определения оригинала свободной составляющей тока при помощи теоремы разложения:

$$i_{2\text{св}}(t) = \frac{F_1(p_1)}{F'_2(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F'_2(p_2)} e^{p_2 t} = \frac{31,4 \cdot (-500 + j500) + 6184}{2j500} \times$$

$$\times e^{(-500 + j500)t} + \frac{31,4(-500 - j500) + 6184}{-2j500} e^{(-500 - j500)t} =$$

$$= \frac{e^{-500t}}{500} \left(\frac{18083,67 e^{j120^\circ}}{2j} e^{j500t} - \frac{18083,67 e^{-j120^\circ}}{2j} e^{-j500t} \right) =$$

$$= \frac{18083,67}{500} e^{-500t} \left(\frac{e^{j(500t+120^\circ)} - e^{-j(500t+120^\circ)}}{2j} \right) =$$

$$= 36,167 e^{-500t} \sin(500t + 120^\circ).$$

6. Окончательно выражение для тока $i_2(t)$ примет вид:

$$i_2(t) = i_{2\text{пр}}(t) + i_{2\text{св}}(t) = 17,889 \sin(10^3 t + 107,6^\circ) + 36,167 e^{-500t} \sin(500t + 120^\circ), \text{ A.}$$

Данный результат близок к результату, полученному классическим методом.

7. Построение кривой мгновенного значения тока:

$$i_2(t) = 17,889 \sin(10^3 t + 107,6^\circ) + 36,167 e^{-500t} \sin(500t + 120^\circ).$$

Для построения этой зависимости на графике определяем масштабы времени и тока. Постоянная времени $\tau = \frac{1}{500} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. Тогда время завершения переходного процесса $6\tau = 12 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. Выбираем масштаб по оси абсцисс $m_t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с/см}$.

Максимальное значение тока:

$$i_{2\text{max}} = 17,889 \sin 107,6^\circ + 36,167 \sin 120^\circ = 48,373 \text{ A.}$$

Выбираем масштаб по оси ординат $m_i = 5 \text{ A/см}$. Графики переходного тока $i_2(t)$ и его составляющих $i_{2\text{пр}}(t)$ и $i_{2\text{св}}(t)$ приведены на рис. 4.

Рис. 4

Задача 2.

Рассмотрим пример расчета переходного процесса в цепи, схема которой приведена на рис. 5. Расчет проводится классическим методом и операторным методом для свободной составляющей.

Дано:

$$\alpha = 30^\circ; R = 5 \text{ Ом}; L = 10 \text{ мГн}; C = 100 \text{ мкФ}; E_m = 100 \text{ В.}$$

Найти $i_2(t)$.

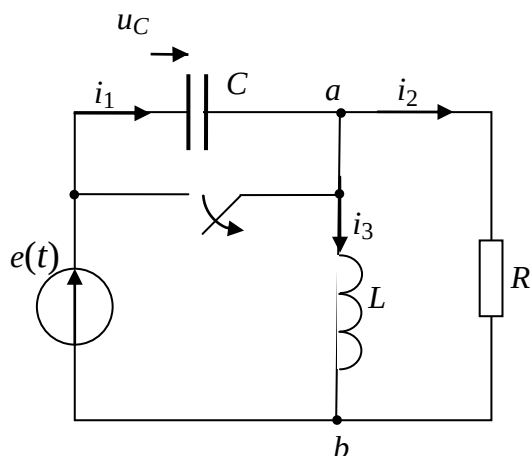


Рис. 5

Решение. По исходным данным запишем мгновенное значение ЭДС:

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \alpha).$$

Отсюда следует:

$$e(t) = 100 \sin(500t + 30^\circ) \text{ В.}$$

а) Расчет переходного процесса классическим методом

1. Произвольно зададимся положительными направлениями токов во всех ветвях и напряжения на конденсаторе (см. рис.5).

2. Рассчитаем цепь до коммутации в установившемся режиме. Найдем комплексные сопротивления и проводимости:

$$\underline{Z}_L = j\omega L = j500 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j5 \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_L = -j0,2 \text{ См};$$

$$\underline{Z}_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{500 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = -j20 \text{ Ом};$$

$$\underline{Y}_C = j0,05 \text{ См}; \quad \underline{Y}_R = 0,2 \text{ См.}$$

Комплексная амплитуда ЭДС:

$$\underline{E}_m = 100e^{j30^\circ} \text{ В.}$$

Считаем, что емкость была разряжена, тогда по закону коммутации

$$u_C(0-) = 0.$$

Теперь найдем ток $\underline{I}_{3m}$, а также начальное значение $i_3(0-)$.

$$\underline{I}_{3m} = \underline{E}_m \underline{Y}_L = 20e^{-j60^\circ} \text{ A}; \quad i_3(t) = 20\sin(500t - 60^\circ)$$

$$i_3(0-) = 20\sin(500 \cdot 0 - 60^\circ) = -17,3 \text{ A};$$

3. Рассчитаем цепь в установившемся режиме после коммутации. Напряжение $\underline{U}_{abm}$ и принужденная составляющая тока $\underline{I}_{2mпр}$ имеют вид:

$$\underline{U}_{abm} = \frac{\underline{E}_m \underline{Y}_C}{\underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C} = \frac{100e^{j30^\circ} 0,05e^{j90^\circ}}{0,2 - j0,2 + j0,05} = 20e^{j157^\circ} \text{ В.} \quad (8)$$

$$I_{2mпр} = U_{abm} Y_R = 4e^{j157^\circ}; \quad i_{2пр} t = 4\sin 500t + 157^\circ \text{ А.} \quad (9)$$

4. Составим характеристическое уравнение методом операторного сопротивления. Для этого в пассивной цепи после коммутации (с замкнутым источником ЭДС) разрываем одну из ветвей, например, с емкостью и записываем операторное сопротивление между точками разрыва, которое приравняем нулю:

$$z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{pLR}{pL + R} = 0.$$

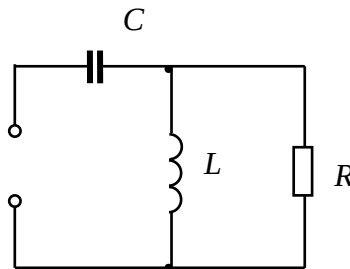


Рис. 6

Приведя полученное уравнение к общему знаменателю и приравняв нулю числитель, получим характеристическое уравнение:

$$RLCp^2 + Lp + R = 0;$$

$$p^2 + \frac{1}{RC}p + \frac{1}{LC} = 0.$$

5. Решим характеристическое уравнение и запишем свободную составляющую искомого тока. Подставив значения параметров цепи, получим уравнение:

$$5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 10^{-3} p + 5 = 0$$

$$5 \cdot 10^{-6} p + 10^{-2} p + 5 = 0.$$

Уравнение имеет два равных корня, так как выполняется условие:

$$D = 0 \text{ или } R = 2\sqrt{L/C};$$

$$p_{1,2} = -1000 \text{ с}^{-1}.$$

Этим корням соответствует свободная составляющая тока:

$$i_{2\text{св}}(t) = e^{-pt}(tA_1 + A_2) = e^{-1000t}(tA_1 + A_2),$$

где A_1 и A_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий.

6. Записываем искомый ток как сумму свободной и принужденной составляющих:

$$i_2(t) = 4\sin(500t + 157^\circ) + e^{-1000t}(A_1 t + A_2). \quad (10)$$

Дифференцируя полученное выражение, находим:

$$\frac{di_2}{dt} = 4 \cdot 500 \cos(500t + 157^\circ) + A_1 e^{-1000t} - 1000 e^{-1000t}(A_1 t + A_2). \quad (11)$$

7. Определяем зависимые начальные условия для тока $i_2(0+)$ и его производной $\frac{di_2}{dt}(0+)$ с помощью независимых начальных условий и уравнений Кирхгофа, записанных для момента коммутации. При этом любое уравнение Кирхгофа при необходимости можно продифференцировать.

Для схемы после коммутации из уравнения по II закону Кирхгофа для внешнего контура:

$$u_C(t) + Ri_2(t) = e(t),$$

получаем:

$$i_2(t) = \frac{e(t) - u_C(t)}{R}. \quad (12)$$

Дифференцируем приведенное уравнение, с учетом того, что

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_1 dt, \quad \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{i_1(t)}{C},$$

получим:

$$\frac{di_2(t)}{dt} = \frac{de(t)/dt - i_1(t)/C}{R}.$$

По I закону Кирхгофа $i_1(t) = i_2(t) + i_3(t)$, тогда:

$$\frac{di_2(t)}{dt} = \frac{de(t)/dt - (i_2(t) + i_3(t))/C}{R}. \quad (13)$$

Из соотношений (12), (13), записанных в нулевой момент времени, получим:

$$i_2(0+) = \frac{e(0+) - u_C(0+)}{R}, \quad (14)$$

$$\frac{di_2(0+)}{dt} = \frac{de(0+)/dt - (i_2(0+) + i_3(0+))/C}{R}. \quad (15)$$

Независимые начальные условия $i_3(0+)$ и $u_C(0+)$ известны из схемы до коммутации, так как подчиняются законам коммутации:

$$i_3(0+) = i_3(0-) = -17,3 \text{ A}; \quad u_C(0+) = u_C(0-) = 0 \text{ В}.$$

Начальное условие $i_2(0+) = \frac{e(0+) - u_C(0+)}{R} = \frac{50}{5} = 10 \text{ A}$ определяется из уравнения (14).

Начальное условие:

$$\frac{di_2}{dt}(0+) = \frac{1}{R} \left(\frac{de}{dt}(0+) - \frac{i_1(0+)}{C} \right) = \frac{1}{R} \left(\frac{de}{dt}(0+) - \frac{i_3(0+)}{C} - \frac{i_2(0+)}{C} \right) = 23301 \text{ A/c}$$

определяется из уравнения (15), с учетом того, что $\frac{de(0+)}{dt} = 43301 \text{ В/с}$

8. Подставив $t = 0$ в выражения для тока $i_2(t)$ и его производной $\frac{di_2}{dt}$ и приравняв полученные соотношения найденным зависимым начальным условиям, получим уравнения:

$$4 \cdot \sin 157^\circ + A_2 = 10;$$

$$4 \cdot 500 \cos 157^\circ + A_1 - 1000 A_2 = 23301.$$

Решая эту систему линейных алгебраических уравнений, находим значения постоянных интегрирования:

$$A_1 = 33582 \text{ A}, \quad A_2 = 8,44 \text{ A}.$$

Теперь можно записать выражение для тока i_2 :

$$i_2(t) = 4\sin(500t + 157^\circ) + e^{-1000t}(33582t + 8,44) \text{ A.}$$

б) Расчет операторным методом для свободной составляющей

1. Расчет цепи до коммутации проводится аналогично расчету по классическому методу. В результате получаем следующие начальные условия:

$$u_C(0) = u_C(0-) = 0 \text{ В}, \quad i_3(0) = i_3(0-) = -17,3 \text{ А.}$$

2. Рассчитываем цепь в установившемся режиме после коммутации. Расчет принужденной составляющей проводится аналогично расчету классическим методом. Согласно формулам (8) и (9),

$$\underline{U}_{abmnp} = 20e^{j157^\circ} \text{ В.}$$

$$i_{2np}(t) = 4\sin(500t + 157^\circ) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{3mnp} = \underline{U}_{abmnp} \underline{Y}_L = 4e^{j67^\circ};$$

$$\underline{U}_{Cmnp} = \underline{E}_m - \underline{U}_{abmnp} = 86,6 + j50 + 18,4 - j7,8 =$$

$$= 104,77 + j42,33 = 113e^{j22^\circ} \text{ В;}$$

В результате получаем:

$$i_{3np}(t) = 4\sin(500t + 67^\circ);$$

$$i_{3np}(0+) = 4\sin 67^\circ = 3,68 \text{ А;}$$

$$u_{Cnp}(t) = 113\sin(500t + 22^\circ);$$

$$u_{Cnp}(0+) = 113\sin(22^\circ) = 42,43 \text{ В.}$$

3. Составляем операторную схему замещения для свободной составляющей (рис. 7), где

$$u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cnp}(0) = 0 - 42,43 \text{ В.} = -42,33 \text{ В;}$$

$$i_{3св}(0) = i_3(0) - i_{3np}(0) = -17,3 - 3,68 = -20,982 \text{ А.}$$

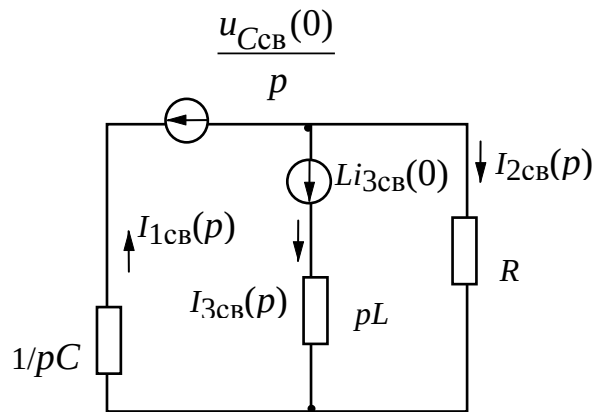


Рис. 7

4. Рассчитываем операторную схему. Методом двух узлов для изображения $I_{2CB}(p)$ получаем выражение:

$$I_{2CB}(p) = \frac{-Li_{3CB}(0) \frac{1}{pL} - \frac{u_{C CB}(0)}{p} pC}{Cp + \frac{1}{Lp} + \frac{1}{R}} \cdot \frac{1}{R} = \frac{20,982 + 42,33 \cdot 0,0001}{0,0001p + \frac{1}{0,01p} + \frac{1}{5}} \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{0,004233p + 20,982}{0,0001p^2 + 100 + 0,2p} \cdot \frac{1}{5} = \frac{41964 + (8,466p + 8,466 \cdot 1000) - 8,466 \cdot 1000}{p^2 + 2000p + 1000^2} =$$

$$= \frac{33498 + 8,466(p + 1000)}{(p + 1000)^2} = \frac{33498}{(p + 1000)^2} + \frac{8,466}{(p + 1000)}.$$

5. Переходим от изображения $I_{2CB}(p)$ к оригиналу $i_{2CB}(t)$, используя таблицу для перехода от изображения к оригиналу:

$$i_{2CB}(t) = e^{-1000t} (33498t + 8,466) \text{ А.}$$

6. Окончательно выражение для тока $i_2(t)$ имеет вид

$$i_2(t) = i_{2пр} + i_{2CB} = 4\sin(500t + 157^\circ) + e^{-1000t} (33498t + 8,466), \text{ А.}$$

Данный результат близок к результату, полученному классическим методом.

Задача 3.

Рассмотрим пример расчета переходного процесса в цепи, схема которой приведена на рис. 8. Расчет проводится классическим методом и операторным методом для свободной составляющей.

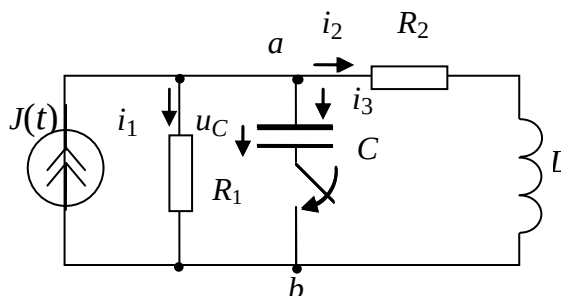


Рис. 8

Дано: $J(t) = 0,5\sin(\omega t + 90^\circ)$ А; $R_1 = 200$ Ом; $R_2 = 150$ Ом; $L = 0,7$ мГн; $C = 220$ мкФ; $f = 10$ Гц.

Найти: $i_1(t)$.

а) Расчет переходного процесса классическим методом

1. Произвольно зададимся положительными направлениями токов во всех ветвях и напряжением на конденсаторе (см. рис. 8).

2. Рассчитаем цепь до коммутации в установившемся режиме. Считаем, что емкость была разряжена, тогда по закону коммутации $u_C(0-) = 0$.

Теперь найдем ток $\underline{I}_{2m}$, а также начальные значения $i_2(0-)$:

$$\underline{I}_{2m} = \frac{\underline{J}_m}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + j\omega L}} \frac{1}{R_2 + j\omega L} = \frac{\underline{J}_m R_1}{R_1 + R_2 + j\omega L} = \frac{0,5e^{j90^\circ} 200}{350 + j44} = 0,284e^{j82,8^\circ} \text{ А.}$$

$$i_2(t) = 0,284\sin(\omega t + 82,8^\circ), \quad i_2(0-) = 0,282 \text{ А.}$$

3. Рассчитаем цепь в установившемся режиме после коммутации. Напряжение $\underline{U}_{abm}$ и принужденная составляющая тока $\underline{I}_{1mпр}$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{abm} &= \frac{\underline{J}_m}{j\omega C + \frac{1}{R_2 + j\omega L} + \frac{1}{R_1}} = \frac{0,5e^{j90^\circ}}{j0,014 + 0,005 + 0,006 - j0,002} = \\ &= \frac{0,5e^{j90^\circ}}{0,016e^{j47,5^\circ}} = 31,25e^{j42,5^\circ} \text{ В;} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\underline{I}_{1mпр} = -\frac{\underline{U}_{abm}}{R_1} = 0,156e^{-j137,5^\circ} \text{ А.}$$

Следовательно:

$$i_{1пр}(t) = 0,156\sin(\omega t - 137,5^\circ) \text{ А.} \quad (17)$$

4. Составим характеристическое уравнение методом операторного сопротивления. Для этого в пассивной цепи после коммутации (с замкнутыми источниками ЭДС) разрываем одну из ветвей, например, с емкостью и записываем операторное сопротивление между точками разрыва, которое приравниваем нулю: $z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{(R_2 + pL)R_1}{pL + R_2 + R_1} = 0$ (рис. 9)

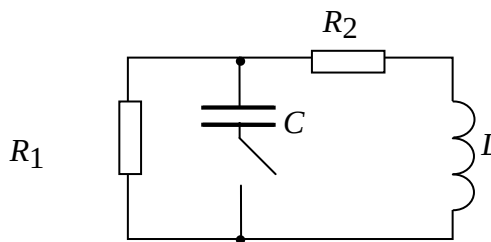


Рис. 9

Приведя полученное уравнение к общему знаменателю и приравняв нулю числитель, получим характеристическое уравнение:

$$R_1 L C p^2 + (L + R_1 R_2 C) p + R_1 + R_2 = 0; \quad p^2 + \frac{L + R_1 R_2 C}{R_1 L C} p + \frac{R_1 + R_2}{R_1 L C} = 0.$$

5. Решим характеристическое уравнение и запишем свободную составляющую искомого тока. Подставив значения параметров цепи, получим уравнение: $p^2 + 237p + 11364 = 0$.

Уравнение имеет два разных корня $p_1 = -67 \text{ с}^{-1}$ и $p_2 = -170 \text{ с}^{-1}$. Этим корням соответствует свободная составляющая тока:

$$i_{\text{св}}(t) = A_1 e^{-67t} + A_2 e^{-170t},$$

где A_1 и A_2 – постоянные интегрирования, которые определяются из начальных условий.

6. Записываем искомый ток как сумму свободной и принужденной составляющих:

$$i_1(t) = 0,156 \sin(62,8t - 137,5^\circ) + A_1 e^{-67t} + A_2 e^{-170t}. \quad (18)$$

Дифференцируя полученное выражение, находим:

$$\frac{di_1}{dt} = 0,156 \cdot 62,8 \cos(62,8t - 137,5^\circ) - 67A_1 e^{-67t} - 170A_2 e^{-170t}, \quad (19)$$

7. Определяем зависимые начальные условия для тока $i_1(0+)$ и его производной $\frac{di_1}{dt}(0+)$ с помощью независимых начальных условий и уравнений Кирхгофа, записанных для момента коммутации. При этом любое уравнение Кирхгофа при необходимости можно продифференцировать:

$$u_C(0+) + R_1 i_1(0+) = 0; \quad (20)$$

$$\frac{i_3(0+)}{C} + R_1 \frac{di_1}{dt}(0+) = 0; \quad (21)$$

$$i_3(0+) = i_1(0+) - i_2(0+) + J(0+). \quad (22)$$

Независимые начальные условия $i_2(0+)$ и $u_C(0+)$ известны из схемы до коммутации, так как подчиняются законам коммутации:

$$i_2(0+) = i_2(0-) = 0,28 \text{ A};$$

$$u_C(0+) = u_C(0-) = 0 \text{ В.}$$

Начальное условие $i_1(0+) = -\frac{u_C(0+)}{R_1} = 0 \text{ A}$ определяется из уравнения (20).

Начальное условие:

$$\frac{di_1}{dt}(0+) = -\frac{i_3(0+)}{R_1 C} = -\frac{i_1(0+) - i_2(0+) + J(0+)}{R_1 C} = -4,954 \text{ A/c}$$

определяется из уравнений (21) и (22), с учетом того, что по условиям задачи $J(0+) = 0,5 \text{ A}$.

8. Подставив $t = 0$ в выражения для тока $i_1(t)$ (18) и его производной $\frac{di_1}{dt}(t)$ (19) и приравняв полученные соотношения найденным начальным условиям, получим уравнения:

$$0,156 \cdot \sin(-137,5^\circ) + A_1 + A_2 = 0,$$

$$0,156 \cdot 62,8 \cos(-137,5^\circ) - 67A_1 - 170A_2 = -4,954.$$

Решая эту систему линейных алгебраических уравнений, находим значения постоянных интегрирования:

$$A_1 = 0,196 \text{ A}, \quad A_2 = -0,091 \text{ A}.$$

Теперь можно записать выражение для тока i_1 :

$$i_1(t) = 0,156 \sin(62,8t - 137,5^\circ) + 0,196 e^{-67t} - 0,091 e^{-170t} \text{ A}.$$

б) Расчет операторным методом для свободной составляющей

1. Расчет цепи до коммутации проводится аналогично расчету по классическому методу. В результате получаем следующие начальные условия:

$$u_C(0) = u_C(0-) = 0 \text{ В},$$

$$i_2(0) = i_2(0-) = 0,282 \text{ A}.$$

2. Рассчитываем цепь в установившемся режиме после коммутации. Расчет принужденной составляющей проводится аналогично расчету классическим методом. Согласно формулам (16) и (17),

$$\underline{U}_{abmnp} = 31,25e^{j42,5^\circ} \text{ В};$$

$$i_{1np} = 0,156 \sin(\omega t - 137,5^\circ) \text{ А.}$$

$$\underline{I}_{2mnp} = \frac{\underline{U}_{abmnp}}{R_2 + j\omega L} = \frac{31,25e^{j42,5^\circ}}{150 + j44} = 0,2e^{j26,1^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{Cmnp} = \underline{U}_{abmnp} = 31,25e^{j42,5^\circ} \text{ В.}$$

В результате получаем:

$$i_{2np}(t) = 0,2 \sin(62,8t + 26,1^\circ);$$

$$i_{2np}(0+) = 0,12 \sin 26,1^\circ = 0,088 \text{ А.}$$

$$u_{Cnp}(t) = 31,25 \sin(62,8t + 42,5^\circ);$$

$$u_{Cnp}(0+) = 31,25 \sin(42,5^\circ) = 21,112 \text{ В.}$$

3. Составляем операторную схему замещения для свободной составляющей (рис. 10), где:

$$u_{Cсв}(0) = u_C(0) - u_{Cnp}(0) = 0 - 21,112 \text{ В.} = -21,112 \text{ В};$$

$$i_{2св}(0) = i_2(0) - i_{2np}(0) = 0,282 - 0,088 = 0,194 \text{ А.}$$

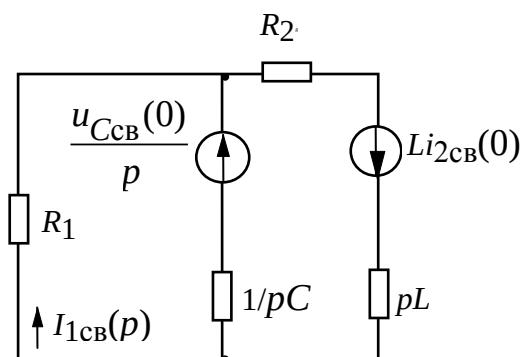


Рис. 10

4. Рассчитываем операторную схему. Методом двух узлов для изображения $I_{1\text{CB}}(p)$ получаем выражение:

$$\begin{aligned}
 I_{1\text{CB}}(p) &= \frac{Li_{2\text{CB}}(0) \frac{1}{R_2 + pL} - \frac{u_{\text{CCB}}(0)}{p} pC}{Cp + \frac{1}{R_2 + Lp} + \frac{1}{R_1}} \cdot \frac{1}{R_1} = \frac{Li_{2\text{CB}}(0) - u_{\text{CCB}}(0) \cdot (R_2 + pL) \cdot C}{\frac{R_2 + Lp}{R_1} + (R_2 + Lp)pC + 1} \cdot \frac{1}{R_1} = \\
 &= \frac{Li_{2\text{CB}}(0) - u_{\text{CCB}}(0) \cdot (R_2 + pL) \cdot C}{\frac{R_2}{R_1} + 1 + (\frac{L}{R_1} + R_2C)p + LCp^2} \cdot \frac{1}{R_1} = \frac{\frac{i_{2\text{CB}}(0)}{C} - \frac{u_{\text{CCB}}(0)R_2}{L} - u_{\text{CCB}}(0)p}{p^2 + (\frac{1}{CR_1} + \frac{R_2}{L})p + \frac{R_2}{LC} + 1} \cdot \frac{1}{R_1} = \\
 &= \frac{0,106p + 27,029}{p^2 + 237,013p + 11362,64} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}.
 \end{aligned}$$

5. Переходим от изображения $I_{1\text{CB}}(p)$ к оригиналу $i_{1\text{CB}}(t)$, используя теорему разложения. Приравняв знаменатель $F_2(p)$ к нулю, находим корни характеристического уравнения:

$$p^2 + 237,013p + 11362,64 = 0.$$

Отсюда:

$$p_1 = -67, \quad p_2 = -170.$$

Берем производную по p от $F_2(p)$ и определяем:

$$F'_2(p) = 2p + 237,013;$$

$$F'_2(p_1) = 103,013; \quad F'_2(p_2) = -102,987.$$

Записываем:

$$\begin{aligned}
 i_{1\text{CB}}(t) &= \frac{F_1(p_1)}{F'_2(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{F_1(p_2)}{F'_2(p_2)} e^{p_2 t} = \\
 &= \frac{0,106 \cdot (-67) + 27,029}{103,013} e^{-67t} + \frac{0,106 \cdot (-170) + 27,029}{-102,987} e^{-170t}. \\
 i_{1\text{CB}}(t) &= 0,193e^{-67t} - 0,088e^{-170t}.
 \end{aligned}$$

6. Окончательно выражение для тока $i_1(t)$

$$i_1(t) = i_{1\text{пр}} + i_{1\text{CB}} = 0,156 \sin(\omega t - 137,5^\circ) + 0,193e^{-67t} - 0,088e^{-170t}, \text{ А.}$$

Данный результат близок к результату, полученному классическим методом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л.А. Бессонов. – 11-е изд., перераб. и доп. – М.: Гардарики, 2007.
2. Основы теории электрических цепей: учебник для вузов / Ю.А. Бычков, В.М. Золотницкий, Э.П. Чернышев. – 3-е изд. – СПб: Лань, 2004.
4. Сборник задач по теоретическим основам электротехники: учеб. пособие / под ред. Л.А. Бессонова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 2003.

Образец титульного листа пояснительной записки

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Казанский государственный энергетический университет

Кафедра теоретических основ электротехники

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

Расчетное задание

по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

Выполнил

Студент гр. _____

_____ И.О.Фамилия

«__» _____ 20__ г.

Руководитель

к.т.н., доцент

_____ И.О.Фамилия

«__» _____ 20__ г.

Казань 20__

СОДЕРЖАНИЕ

Задание на типовой расчет.	4
Общие сведения.	8
Методические указания по оформлению и выполнению расчетного задания.	12
Примеры выполнения расчета.	14
Библиографический список	33
Приложение.	34

Учебное издание

**ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ
В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ**

Методические указания к выполнению типового расчета
по дисциплине
«Теоретические основы электротехники»

Составители: **Сурай Людмила Анатольевна,
Гарифуллина Надежда Александровна**

Кафедра теоретических основ электротехники КГЭУ

Редактор редакционно-издательского отдела *Н.И. Оморова*
Компьютерная верстка *Н.И. Оморова*

Подписано в печать 22.01.2015.

Формат 60×84/16. Гарнитура «Times». Вид печати РОМ.
Усл. печ. л. 2,1. Уч.-изд. л. 2,3. Тираж 500 экз. Заказ № 4877.

Редакционно-издательский отдел КГЭУ,
420066, Казань, Красносельская, 51

