

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

В.А. УЛАНОВ

ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРОМЫШЛЕННЫЕ УСТРОЙСТВА

Учебное пособие

Казань 2015

УДК 621.38
ББК 32.859
У47

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, старший научный
сотрудник Казанского физико-технического института
Казанского научного центра РАН

Е.Р. Житейцев;

кандидат технических наук, заведующий кафедрой СМЭ КГЭУ
М.Ф. Садыков

Уланов В.А.

У47 Электронные промышленные устройства: учебное пособие /
В.А. Уланов. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2015. – 148 с.

В пособии рассмотрены основные принципы описания и переработки детерминированных и недетерминированных электрических сигналов в электронных устройствах, а также представлены функциональные схемы и принципы работы основных базовых узлов преобразователей сигналов (аналоговых функциональных преобразователей, модуляторов и демодуляторов, частотных фильтров, аналого-цифровых и цифро-аналоговых преобразователей).

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника».

УДК 621.38
ББК 32.859

Учебное издание

Уланов Владимир Андреевич

ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРОМЫШЛЕННЫЕ УСТРОЙСТВА

Учебное пособие по дисциплине «Электронные промышленные устройства»

Кафедра промышленной электроники КГЭУ

Редактор издательского отдела *Г.Р. Хамзина*
Компьютерная верстка *Ю.Ф. Мухаметшина*

Подписано в печать 20.02.15.

Формат 60×84/16. Бумага «Business». Гарнитура «Times». Вид печати ROM.
Усл. печ. л. 8,60. Уч.-изд. л. 9,54. Тираж 500 экз. Заказ № 4899.

Издательство КГЭУ, 420066, Казань, Красносельская, 51
Типография КГЭУ, 420066, Казань, Красносельская, 51

© Казанский государственный энергетический университет, 2015

Введение

Электронными промышленными устройствами называются функционально и конструктивно законченные средства получения, обработки и использования информационных сигналов для управления объектами и процессами.

На начальной стадии развития электронные промышленные устройства выполняли только функции измерения и регистрации результатов измерения, но по мере совершенствования элементной базы и повышения ее надежности область применения электронных промышленных устройств резко расширилась. Были созданы автоматизированные (с участием человека) и полностью автоматические управляющие системы, созданные для управления различными производственными процессами.

За последние годы способы управления, аппаратура и подходы конструкторов к созданию автоматических управляющих систем существенно изменились, что связано с цифровым представлением информации и программной реализацией алгоритмов. Одновременно с этим усложнилась и схемотехника электронных промышленных устройств. Очевидно, что в такой ситуации совершенно невозможно охватить все многообразие применяемых в настоящее время электронных промышленных устройств в рамках одного ограниченного во времени курса. Но поскольку все созданные в последнее время электронные промышленные устройства построены из ограниченного набора элементарных узлов, автор настоящего пособия считает, что студенты, прежде всего, нуждаются в информации о схемотехнике этих базовых узлов. Параллельно с этим студентам необходимы знания о способах описания информационных сигналов, поскольку любое электронное устройство конструируется с учетом параметров поступающих на его входы сигналов. Получив такую информацию, студенты смогут разобраться в устройстве и принципах работы любого современного электронного оборудования.

Таким образом, целью данного учебного пособия является представление студентам знаний о принципах спектрального анализа, дискретизации и кодирования информационных сигналов и привитие им навыков построения функциональных преобразователей аналоговых сигналов, пассивных и активных частотных фильтров, цифро-аналоговых и аналого-цифровых преобразователей.

Изучение материала, представленного в данном пособии, будет способствовать приобретению студентами компетенций, необходимых в их будущей профессиональной деятельности.

1. Сигналы и сообщения: способы их представления, основные параметры

С помощью электронных промышленных устройств обычно решаются задачи сбора, обработки информации и выработки регулирующего или управляющего сигнала. Информация об управляемом процессе обычно получается с помощью первичных датчиков. В их сигналах содержится необходимая информация о параметрах управляемого процесса. В реальности эти сигналы оказываются искаженными помехами и ошибками измерения. Поэтому основными задачами первичной обработки сигналов являются: а) предварительное усиление или ослабление сигналов (нормализация) до уровней, необходимых для дальнейшего их преобразования; б) предварительная аналоговая фильтрация сигналов с целью выделения из них полезной составляющей, используемой на последующих этапах обработки; в) функциональные преобразования сигналов, необходимые при выработке оптимального регулирующего сигнала; г) спектральный анализ сигналов, что бывает необходимо для правильного выбора режимов квантования или модуляции аналоговых сигналов; д) модуляция или квантование аналоговых сигналов по времени и уровню (например, используется в аналого-цифровых преобразователях); е) цифровая фильтрация; ж) цифроаналоговое и аналого-цифровое преобразования сигналов.

К числу наиболее типичных задач, стоящих перед электронными устройствами контроля и управления можно отнести следующее: 1) определение текущих параметров измеряемых процессов (например, скоростей и ускорений их протекания); 2) прогнозирование хода управляемых процессов; 3) выработка адекватного управляющего воздействия. Поэтому работа таких электронных устройств оказывается тесно связанной с функциональными преобразованиями сигналов и математической обработкой содержащейся в них информации. Предполагается, что имеется некоторый источник информации, обладающий способностью изменять во времени или пространстве свое состояние. Такими источниками информации могут быть термopара, сигнальная лампочка, тахогенератор и пр. В этих случаях информацию будут представлять ЭДС термopары, горение сигнальной лампы или частота вырабатываемого тахогенератором напряжения. Именно они определяют состояние источника информации.

Сведения о состояниях источника называются сообщениями. Для их передачи используются сигналы, которые по имеющимся каналам

поступают к приемнику сообщения. Таким образом, физический процесс, однозначно отображающий передаваемое сообщение с заданной точностью и пригодный для его обработки и передачи на расстояние, называется сигналом.

Одно и то же сообщение может быть передано разными сигналами (например, жест регулировщика или цвет светофора). Сигнал может быть электрическим, акустическим, оптическим – в зависимости от свойств источника, приемника и среды, в которой передается сообщение. Хотя в данном курсе основное внимание будет уделяться электрическим сигналам, следует иметь в виду, что нередко сообщения передаются с промежуточными преобразованиями электрических сигналов в сигналы иной природы (например, в оптроне электрический сигнал на входе превращается в световое излучение, которое затем подвергается обратному преобразованию). Главным здесь является то, что при всех преобразованиях сигнала должна сохраняться содержащаяся в нем информация. Хотя в действительности некоторые потери информации при преобразованиях сигнала возможны (например, искажения временных и спектральных параметров, появление шумов и других видов помех).

Следует подчеркнуть, что информация всегда бывает связанной с изменениями состояния источника этой информации. Поэтому сигнал должен характеризоваться параметрами, значения которых подвергаются временному изменению или модуляции. В зависимости от того, какая исходная информация о свойствах источника содержится в сигнале и в какой форме она там представлена, принято разделять сигналы на детерминированные и случайные.

Детерминированными считаются сигналы, поведение которых можно предсказать заранее с приемлемой точностью. В качестве примера детерминированного сигнала можно взять напряжение генератора, вырабатывающего синусоидальное напряжение с амплитудой U_0 , частотой ω_0 и начальной фазой φ_0 . Действительно, мгновенное значение напряжения на выходе такого генератора может быть указано для любого момента времени, поскольку его временная зависимость определяется функцией

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Таким образом, детерминированный сигнал может быть задан своей математической моделью – описанием в виде некоторой, вполне определенной функции времени, что облегчает анализ различных свойств сигнала и способов его преобразования.

Случайными называют сигналы, которые, в отличие от детерминированных, нельзя предсказать заранее, так как состояние источника информации в данном случае зависит от большого числа факторов. Поэтому каждая серия измерений какого либо параметра сигнала описывается своей функцией времени (реализацией процесса). Классическим примером случайных сигналов являются помехи - наводки по цепям электропитания, шумы усилителей, сбои в работе цифровой аппаратуры. В более широком смысле любой сигнал, точный закон изменения которого неизвестен, рассматривается как случайный.

Для описания случайных сигналов используются вероятностные (стохастические) законы, характеризующие распределение вероятностей отдельных значений сигнала для каждого момента времени.

Следует отметить, что представление сигнала во временной области достаточно легко позволяет определить такие его параметры, как энергию, мощность и длительность. Однако существуют другие формы математического описания сигналов, которые лучше отображают другие их параметры. В частности, нередко приходится уделять большое внимание изучению частотных свойств сигнала. Например, информация о частотных характеристиках сигналов бывает очень важной при конструировании электронных устройств, предназначенных для усиления этих сигналов без искажения их формы. В таких случаях очень полезным оказывается представление сигнала в частотной области в виде спектра, получаемого на основе математического аппарата преобразования Фурье. Знание частотных свойств сигналов позволяет решать задачи идентификации их характеристик (определения набора наиболее информативных параметров), фильтрации (выделения полезного сигнала на фоне помех), выбора частоты дискретизации непрерывного сигнала. Одним из важнейших параметров сигнала является ширина его частотного спектра, так как именно этот параметр оказывается определяющим при согласовании сигнала с системами обработки и передачи информации.

Сигналы могут быть сгруппированы и по другим признакам. В частности, они могут быть аналоговыми и цифровыми.

Аналоговый сигнал – это сигнал, который может принимать любые значения в определенных пределах (например, напряжение на выходе какого либо аналогового датчика может плавно изменяться в пределах от нуля до десяти вольт). Устройства, работающие только с аналоговыми сигналами, называются аналоговыми устройствами. Название "аналоговый" подразумевает, что сигнал изменяется аналогично физической величине, то есть непрерывно.

Цифровой сигнал – это сигнал, который может принимать только два (иногда – три) значения, причем разрешены некоторые отклонения от этих значений. Например, напряжение может принимать два значения: от 0 до 0,5 В (уровень нуля) или от 2,5 до 5 В (уровень единицы). Устройства, работающие исключительно с цифровыми сигналами, называются цифровыми устройствами.

Конечно, в природе почти все сигналы – аналоговые, то есть они изменяются непрерывно в каких-то пределах. Именно поэтому первые электронные устройства были аналоговыми. Они преобразовывали физические величины в пропорциональные им напряжение или ток, производили над ними какие-то операции и затем выполняли обратные преобразования в физические величины. Однако аналоговые сигналы и работающая с ними аналоговая электроника имеют большие недостатки, связанные именно с природой аналоговых сигналов. Дело в том, что аналоговые сигналы чувствительны к действию всевозможных паразитных сигналов – шумов, наводок, помех. Шум – это внутренние хаотические слабые сигналы любого электронного устройства (микрофона, транзистора, резистора и т.д.). Наводки и помехи – это сигналы, наведенные в электронной системе внешними процессами и искажающие полезный сигнал (например, электромагнитные излучения от радиопередатчиков или от трансформаторов). Кроме того, при обработке сигналов (например, при усилении или фильтрации) еще и искажается их форма – из-за несовершенства (неидеальности) электронных устройств. При передаче на большие расстояния и при хранении сигналы к тому же ослабляются.

В случае аналоговых сигналов все это существенно ухудшает полезный сигнал, так как все его значения разрешены. Поэтому каждое преобразование, каждое промежуточное хранение, каждая передача по кабелю или эфиру ухудшает аналоговый сигнал, иногда вплоть до его полного уничтожения. Надо еще учесть, что все шумы, помехи и наводки принципиально не поддаются точному расчету, поэтому точно описать поведение любых аналоговых устройств абсолютно невозможно. К тому же со временем параметры всех аналоговых устройств изменяются из-за старения элементов, поэтому характеристики этих устройств не остаются постоянными.

Эффективная борьба с помехами в аналоговых электронных устройствах предполагает глубокое знание характеристик сигналов, среди которых спектральные характеристики представляют собой наиболее важную группу. Для выявления спектральных характеристик сигналов

используют спектральный анализ. Он является одним из основных методов обработки сигналов, который позволяет охарактеризовать частотный состав измеряемого сигнала. Математической основой обработки сигналов выступает преобразование Фурье. Оно связывает временной или пространственный сигнал с его представлением в частотной области. При этом методы статистики играют важную роль в спектральном анализе, поскольку информационные сигналы всегда имеют случайный характер. Если бы основные статистические характеристики сигнала были известны точно или же их можно было бы без ошибки определить на конечном интервале этого сигнала, то спектральный анализ представлял бы собой отрасль точной науки. Однако в действительности по одному-единственному отрезку сигнала можно получить только некоторую оценку его спектра.

При обработке аналоговых сигналов обычно приходится решать задачи двух типов – задачу обнаружения и задачу оценивания. При обнаружении нужно дать ответ на вопрос, присутствует ли в данное время на входе некоторый сигнал с априорно известными параметрами. Оценивание – это задача измерения значений параметров, описывающих сигнал.

В отличие от аналоговых, цифровые сигналы имеют всего два разрешенных значения. Они защищены от действия шумов, наводок и помех гораздо лучше. Небольшие отклонения от разрешенных значений никак не искажают цифровой сигнал, так как всегда существуют зоны допустимых отклонений. Именно поэтому цифровые сигналы допускают гораздо более сложную и многоступенчатую обработку, гораздо более длительное хранение без потерь и гораздо более качественную передачу, чем аналоговые. К тому же поведение цифровых устройств всегда можно абсолютно точно рассчитать и предсказать. Цифровые устройства гораздо меньше подвержены старению, так как небольшое изменение их параметров никак не отражается на их функционировании. Кроме того, цифровые устройства проще проектировать и отлаживать. Понятно, что все эти преимущества обеспечивают бурное развитие цифровой электроники.

Вопросы для самопроверки к разделу 1

1. Укажите основные этапы развития электроники.
2. Какова роль электронных устройств и систем в организации производственной деятельности современного человека?
3. Каковы перспективы развития электронной техники?

4. Из каких основных узлов и звеньев состоят современные автоматизированные системы управления производственными процессами?
5. Приведите несколько примеров устройств сбора и обработки информации, используемых в системах управления производственными процессами?
6. По каким признакам осуществляется классификация электронных информационных устройств?
7. Укажите место и роль аналоговых и цифровых устройств в современных системах управления производственными процессами.
8. Перечислите основные виды электрических сигналов.
9. Какие электрические сигналы называются детерминированными?
10. Перечислите основные параметры детерминированных электрических сигналов.
11. Каким образом могут быть представлены детерминированные электрические сигналы при анализе работы электронных устройств?
12. Какие сигналы являются случайными или недетерминированными и чем они отличаются от детерминированных сигналов?
13. Укажите наиболее простые виды распределений случайных сигналов и перечислите их основные характеристики.
14. К какому виду сигналов следует отнести информационные сигналы?
15. В каких случаях используются временное и частотное представления сигнала?

2. Гармонический анализ детерминированных сигналов

2.1. Спектральный анализ периодических сигналов

Полагая, что сигнал описывается известной функцией времени, т. е. является детерминированным, рассмотрим особенности получения и анализа частотных спектров.

Пусть сигнал, подаваемый на вход разрабатываемого фильтра, описывается периодической функцией времени $x(t)$, которая удовлетворяет условиям Дирихле, т.е. является кусочно-непрерывной и кусочно-монотонной в пределах периода ее изменения T , а в точках разрыва принимает ограниченные значения. Тогда функцию $x(t)$ можно представить в виде ряда Фурье:

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos(k\omega_1 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_1 t), \quad (2.1)$$

коэффициенты которого определяются по формулам

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \\
 a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega_1 t) dt, \\
 b_k &= \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega_1 t) dt,
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Физически такое представление сигнала соответствует выделению постоянной составляющей a_0 , первой гармоники с частотой $\omega_1 = 2\pi/T$ и высших гармоник с частотой $2\omega_1, 3\omega_1$ и т. д. Значения коэффициентов a_k и b_k ($k=1,2,3,\dots$) ряда Фурье (2.1) образуют при этом амплитудно-частотный спектр сигнала.

Распространена и другая форма записи ряда Фурье:

$$x(t) = d_0 + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \cos(k\omega_1 t + \theta_k), \tag{2.3}$$

где постоянную составляющую d_0 , амплитуду d_k и фазу θ_k для k -й гармоники сигнала находят как

$$d_0 = a_0, \quad d_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \theta_k = \arctg(-b_k / a_k) \tag{2.4}$$

Совокупность значений d_k и θ_k ($k = 1,2,3,\dots$) обычно называют амплитудным и фазовым частотными спектрами сигнала (спектром амплитуд и спектром фаз), а последовательность операций, в результате выполнения которых находят указанные значения d_k и θ_k для каждой гармоники сигнала, —гармоническим анализом.

Используя известные равенства

$$\cos(k\omega_1 t) = (e^{jk\omega_1 t} + e^{-jk\omega_1 t}) / 2$$

и

$$\sin(k\omega_1 t) = (e^{jk\omega_1 t} - e^{-jk\omega_1 t}) / 2j,$$

нетрудно получить еще одну формулу для разложения $x(t)$ в ряд Фурье:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\omega_1 t}, \quad (2.5)$$

где комплексные коэффициенты c_k определяются соотношениями

$$c_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\omega_1 t} dt, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (2.6)$$

Строго говоря, описание сигнала с помощью ряда (2.1) представляет собой разложение функции $x(t)$ по системе тригонометрических базисных функций $\{1, \sin(\omega_1 t), \cos(\omega_1 t), \sin(2\omega_1 t), \cos(2\omega_1 t), \dots\}$, удовлетворяющих на интервале $[0, T]$ условию ортогональности. Это условие означает, что для любых двух функций $\varphi_k(t)$ и $\varphi_l(t)$, принадлежащих указанной системе, имеет место равенство

$$\int_0^T \varphi_k(t) \varphi_l(t) dt = 0, \quad (k \neq l). \quad (2.7)$$

Данная система базисных функций одновременно является и полной, т.е. к ней нельзя добавить ни одной новой функции, которая была бы ортогональна ко всем другим функциям этой системы.

Важное свойство ряда Фурье, вытекающее из условия ортогональности базисных функций: если при разложении $x(t)$ в ряд по формулам (2.1)–(2.2) ограничиться лишь первыми N гармониками, то полученный таким образом тригонометрический полином

$$S_N(t) = a_0 + \sum_{k=1}^N a_k \cos(k\omega_1 t) + \sum_{k=1}^N b_k \sin(k\omega_1 t)$$

обеспечивает наилучшее среднеквадратическое приближение к функции $x(t)$. Сказанное относится и к разложению функции $x(t)$ в ряд (2.5) по системе комплексных экспоненциальных функций $\{e^{jk\omega_1 t}\}$.

Для вычисления средней мощности периодического сигнала при единичном сопротивлении нагрузки, $P_{\text{ср}}$, можно воспользоваться соотношением

$$P_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = d_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} d_k^2. \quad (2.8)$$

Обратим внимание, что средняя мощность сигнала определяется только его спектром амплитуд и не зависит от спектра фаз.

Рассмотрим частотный спектр периодического импульсного сигнала (рис. 2.1), для которого справедливы следующие соотношения:

$$x(t) = \begin{cases} E & \text{при } -\tau/2 \leq t \leq \tau/2; \\ 0 & \text{при } \tau/2 < t < T - \tau/2. \end{cases}$$

Коэффициенты разложения этой функции в ряд Фурье, вычисленные согласно (2.2), принимают значения:

$$a_0 = E \frac{\tau}{T}, \quad a_k = \frac{2E}{k\pi} \sin \frac{k\pi\tau}{T}, \quad b_k = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

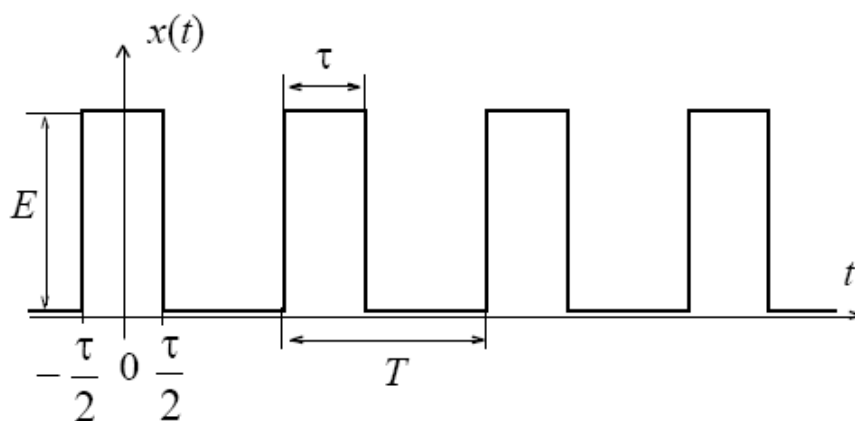


Рис. 2.1. Временное представление периодического импульсного сигнала

Отсюда получаем выражение для амплитудного частотного спектра

$$d_k = |a_k| = \frac{2E}{k\pi} \left| \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right|, \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

который удобно представить графически в виде отрезков длины d_k , проведенных перпендикулярно оси, на которой наносятся значения частот $k\omega_1$.

На рис. 2.2 приведен график амплитудного частотного спектра исследуемого сигнала для $\tau/T = 1/2$ (по оси ординат отложены относительные значения амплитуд гармоник d_k/E).

Как видно из графика на рис. 2.2, в спектре сигнала преобладают низкочастотные составляющие. Воспользовавшись формулой (2.8), нетрудно убедиться, что распределение средней мощности сигнала по его гармоникам является следующим: 50 % – постоянная составляющая, 40 % – первая гармоника, 5 % – третья гармоника, 1 % – пятая гармоника и т. д. Таким образом, в диапазоне частот $(0...2\omega_1)$ содержится 90 % средней мощности импульсного сигнала, в полосе частот $(0 - 4\omega_1)$ – 95 % мощности сигнала.

Изменение соотношения между длительностью τ и периодом T следования импульсов приводит к перераспределению указанной мощности сигнала по отдельным участкам спектра – уменьшается удельный вес его низкочастотных составляющих, возрастает удельный вес высших гармоник.

На рис. 2.3 показан график амплитудного частотного спектра для $\tau/T = 1/5$. Вычисления показывают, что 90 % средней мощности сигнала содержится в диапазоне частот $(0 - 5\omega_1)$, а 95 % – в полосе $(0 - 10\omega_1)$.

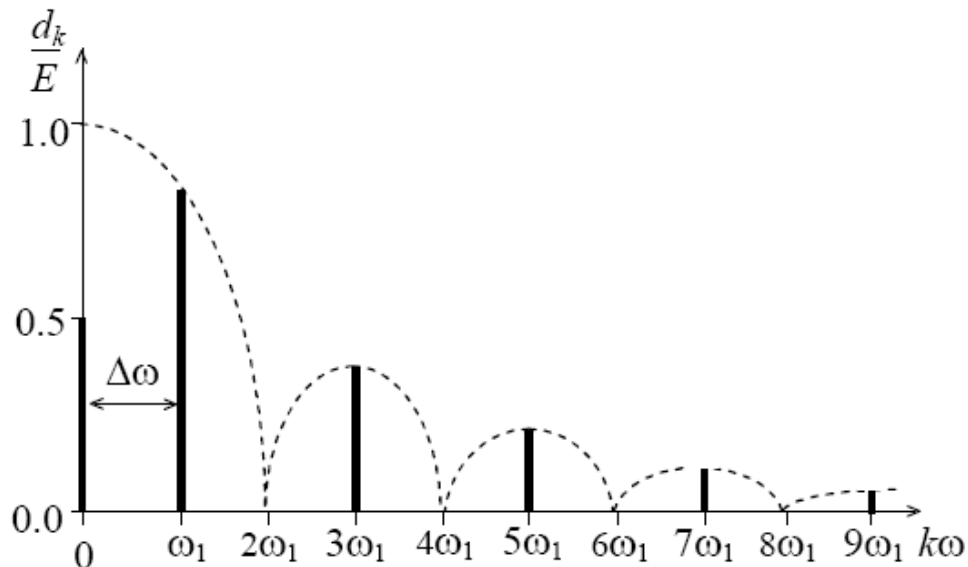


Рис. 2.2. Спектр периодического импульсного сигнала
($\tau/T = 1/2$)

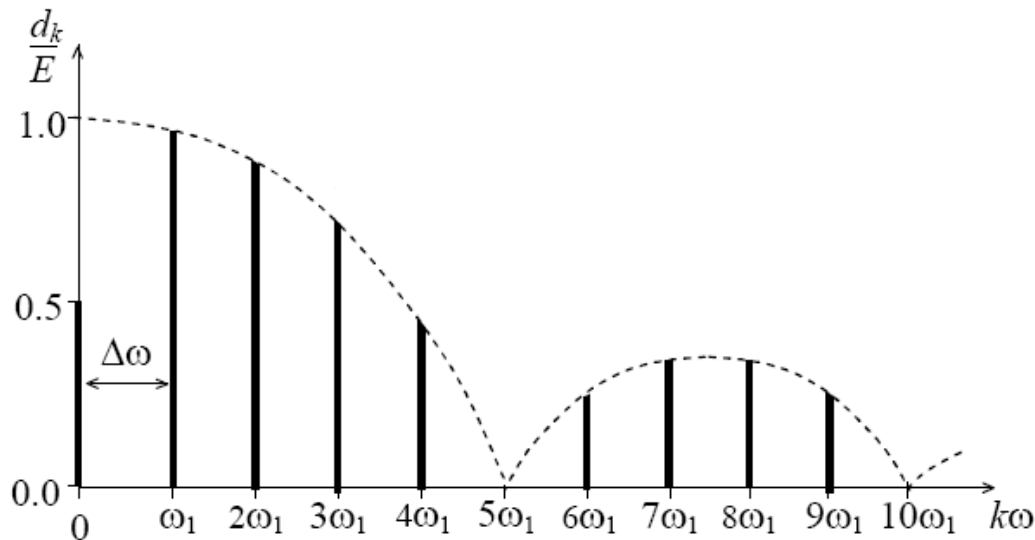


Рис. 2.3. Спектр периодического импульсного сигнала
($\tau/T = 1/5$)

Оценивая практическую (эффективную) ширину частотного спектра $\Delta\omega$ по 90 %-ному содержанию мощности, можно воспользоваться следующей формулой (см. рис. 2.2 и рис. 2.3):

$$\Delta\omega = \frac{T}{\tau} \omega_1 = \frac{2\pi}{\tau},$$

откуда видно, что $\Delta\omega$ определяется главным образом длительностью прямоугольного импульса τ .

2.2. Спектральный анализ непериодических детерминированных сигналов

Частотный спектр непериодического сигнала формально можно получить из спектра соответствующего периодического сигнала, принимая $T \rightarrow \infty$ в формулах (2.2) и (2.6). В этом случае разность частот между двумя соседними гармониками $\omega_1 = 2\pi/T$ стремится к нулю, т. е. частотный спектр из дискретного (линейчатого) становится непрерывным (сплошным). Если функция $x(t)$, описывающая исследуемый сигнал, на любом конечном интервале удовлетворяет условиям Дирихле и, кроме того, является абсолютно интегрируемой на бесконечном промежутке $(-\infty, +\infty)$, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)| dt < \infty,$$

то частотный спектр этой функции определяется интегралом Фурье:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (2.9)$$

Для выяснения физического смысла преобразования (2.9) приведем формулу обратного преобразования Фурье, осуществляющего обратный переход от изображения $X(j\omega)$ к оригиналу – временной функции $x(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)e^{j\omega t} d\omega = \lim_{d\omega \rightarrow 0} \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} X(j\omega)d\omega \right] e^{j\omega t}. \quad (2.10)$$

Отсюда видно, что интеграл Фурье позволяет представить непериодическую функцию $x(t)$ в виде суммы бесконечного числа гармоник с бесконечно малыми амплитудами

$$\Delta A(j\omega) = \frac{1}{2\pi} X(j\omega)\Delta\omega$$

и с частотами, занимающими диапазон от $-\infty$ до $+\infty$. Таким образом, изображение $X(j\omega)$ характеризует плотность распределения амплитуд гармонических составляющих по отдельным участкам спектра и поэтому нередко называется спектральной плотностью сигнала. Полученное изображение может быть представлено в виде произведения

$$X(j\omega) = X(\omega)e^{j\theta(\omega)}, \quad (2.11)$$

где $X(\omega) = |X(j\omega)|$ – амплитудно-частотный спектр, а $\theta(\omega) = \arg X(j\omega)$ – фазо-частотный спектр сигнала.

При определении энергии сигнала $x(t)$ можно воспользоваться равенством Парсеваля

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X^2(\omega)d\omega. \quad (2.12)$$

В левой части равенства (2.12) записано выражение для полной энергии сигнала W во временной области, в правой – та же энергия, но подсчитанная в частотной области, с учетом характера распределения амплитудного частотного спектра.

В качестве примера найдем частотный спектр одиночного прямоугольного импульса, принимающего значение E на временном интервале $[-\tau/2, \tau/2]$.

Согласно (2.9)

$$X(j\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E e^{-j\omega t} dt = \frac{2E}{\omega} \sin \frac{\tau\omega}{2}, \quad (2.13)$$

откуда

$$X(\omega) = \frac{2E}{\omega} \left| \sin \frac{\tau\omega}{2} \right|. \quad (2.14)$$

Как видно из рис. 2.4, энергия исследуемого сигнала также в основном сосредоточена в области низких частот (90 % полной энергии сигнала содержится в диапазоне частот от 0 до $\omega = 2\pi/\tau$; 95 % – в диапазоне частот, не превышающих $\omega = 4\pi/\tau$). Таким образом, как и в случае периодического импульсного сигнала (см. рис. 2.1), здесь можно говорить о практической ширине частотного спектра $\Delta\omega$, которая влияет на поведение (форму) сигнала.

Если принять, что полоса частот $\Delta\omega$ содержит 90 % энергии сигнала, то получаем $\Delta f = \Delta\omega/2\pi = 1/\tau$. Иногда последнее выражение записывают как $\tau\Delta f = 1$ и называют его соотношением неопределенностей.

Из рис. 2.4 и выражения (2.14) следует, что чем короче импульс (меньше τ), тем более широкий спектр должен быть сохранен при передаче сигнала, например, по линии связи. Удлинение импульса позволяет обойтись узкополосной линией связи для передачи значительной части энергии сигнала. Для рассмотренного ранее периодического импульсного сигнала полоса частот $\Delta\omega$, подсчитываемая по 90 %-ному содержанию мощности, также принимает значение, равное $2\pi/\tau$.

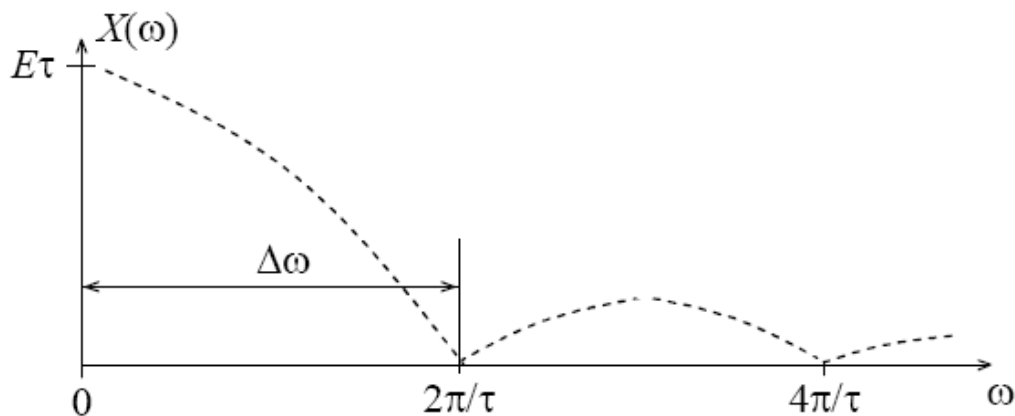


Рис. 2.4. Спектр одиночного прямоугольного импульса

На практике периодический сигнал в электрической цепи можно получить, если генератор напряжения (тока) работает достаточно долго. Так как время его работы всегда конечно, возникает вопрос: какой сигнал можно считать периодическим? Для ответа на этот вопрос вводится понятие текущего (мгновенного) спектра сигнала:

$$X_t(j\omega) = \int_{t_0}^t x(t)e^{-j\omega t} dt, \quad (2.15)$$

где t_0 – момент начала развития процесса $x(t)$; t – текущее время наблюдения. В отличие от определения (2.9), которое отражает процесс $x(t)$ на всей временной оси $(-\infty, +\infty)$, текущий спектр сигнала $X_t(j\omega)$ учитывает реальную историю процесса и позволяет проследить изменение во времени амплитуд и фаз его отдельных гармонических составляющих.

Вернемся к примеру с одиночным прямоугольным импульсом. Полагая, что прямоугольный импульс выдается генератором, который по истечении паузы, равной длительности импульса τ , выдает второй аналогичный импульс, затем через время τ – третий и т. д. Как показывают результаты спектрального анализа, выполненного на основе формул, представленных выше, с ростом числа импульсов (n) на выходе генератора текущий частотный спектр сигнала постепенно превращается из непрерывного в дискретный. Этот спектр представлен на рис. 2.5. Здесь по оси ординат отложены относительные значения амплитуд спектральных составляющих $X(\omega)$ для $n = 5$, пунктиром отмечен график амплитудного спектра одиночного импульса. Видно, что в частотном спектре сигнала наибольший удельный вес имеют гармоники, группирующиеся вокруг частот $\omega = 0, \pi/\tau, 3\pi/\tau, 5\pi/\tau$, т. е. кратных значению $\omega_1 = \pi/\tau = 2\pi/T$.

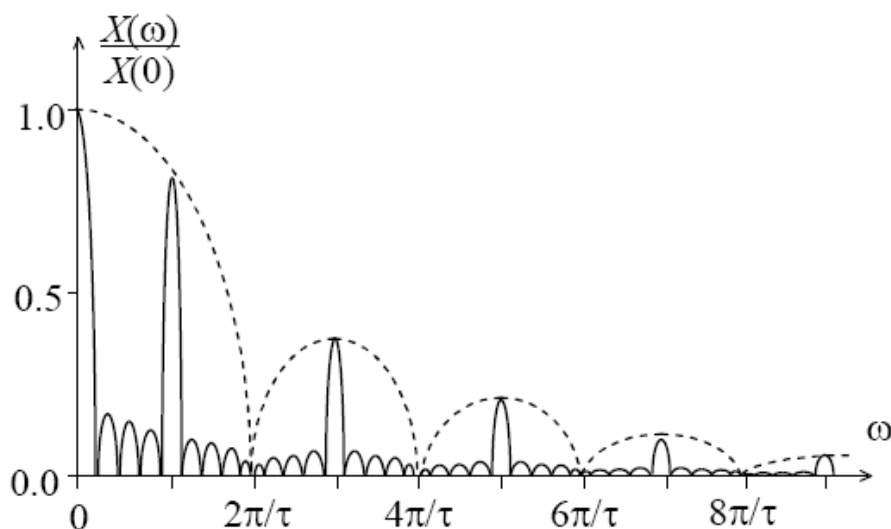


Рис. 2.5. Спектр конечной последовательности импульсов ($n = 5$, скважность импульсов равна 2)

Таким образом, периодический процесс – это предел, к которому может стремиться с течением времени реальный повторяющийся процесс (на практике достаточно повторения $20 \div 30$ импульсов, для того чтобы частотный спектр сигнала считать линейчатым).

Вопросы для самопроверки к разделу 2

1. Какие сигналы имеют дискретный спектр, а какие – непрерывный?
2. Нарисуйте амплитудно-частотный спектр гармонического сигнала, представленного своими амплитудой, частотой и начальной фазой.
3. Как выглядит амплитудно-частотный спектр сигнала, временная зависимость которого определяется функцией $x(t) = A \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t)$?
4. Какой вид имеет амплитудно-частотный спектр сигнала, представляющего собой периодическую последовательность прямоугольных сигналов со скважностью, равной 3?
5. Как выглядит амплитудно-частотный спектр сигнала, временная зависимость которого определяется функцией $x(t) = 3A \cdot \sin(\omega t) + 4A \sin^3(\omega t)$?
6. Чему равна частота первой гармоники на выходе двухполупериодного выпрямителя напряжения промышленной сети с частотой 50 Гц?
7. Какими могут быть фазо-частотные и амплитудно-частотные спектры периодических сигналов, заданных в виде временной функции?
8. Расшифруйте термин «текущий спектр сигнала».
9. Как изменится амплитудно-частотный спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов постоянной амплитуды при увеличении периода импульсов в 2 раза?
10. Что произойдет со спектром одиночного прямоугольного импульса при увеличении длительности до бесконечности?
11. Как изменится амплитудно-частотный спектр двух прямоугольных импульсов с одинаковыми длительностями при увеличении их амплитуды в два раза?
12. Опишите изменения, возникающие в спектре сигнала (состоящего из конечного числа прямоугольных импульсов с равными амплитудами, длительностями и интервалами между импульсами) при увеличении числа импульсов?
13. Какие изменения произойдут в частотном представлении одиночного прямоугольного импульса, если во временном представлении этого же импульса произвести перенос начала координат вдоль временной оси на $+\Delta t$?
14. Как выглядит амплитудно-частотный спектр дельта-функции?

3. Корреляционный анализ случайных сигналов

Некоторые процессы в электронных промышленных устройствах выступают как случайные, меняющиеся по неизвестному закону. Для стабилизатора напряжения такими процессами будут колебания питающей сети, для генератора, к которому подключено множество различных индивидуально управляемых потребителей, – ток нагрузки, а для электронных систем управления – различные помехи и наводки. Учет случайного характера этих процессов позволяет существенно повысить эффективность проектируемых устройств и систем. Детерминированные методы расчета, например, преобразовательных устройств по паспортным значениям комплектующих элементов дают только условно номинальную характеристику данного режима из-за технологического разброса параметров элементов. Отклонение фактической выходной характеристики устройства от расчетной может не только изменить режим работы (что отражается на энергетических показателях), но иногда и привести к нарушению нормального функционирования и отказу устройства.

В отличие от рассмотренных выше детерминированных процессов, течение случайного процесса нельзя описать регулярной функцией времени. В каждый момент времени случайный процесс, например, изменение напряжения питающей сети, с некоторой вероятностью может принять то или иное количественное значение из множества возможных. Таким образом, представить случайный процесс одной кривой (функцией времени) невозможно, но на практике часто пользуются графиком, на котором показано несколько реализаций процесса из числа возможных. Конкретный ход процесса, установленный в результате любого отдельного опыта, называют реализацией случайного процесса. Представление случайного сигнала в виде совокупности реализаций помогает показать те или иные особенности изучаемого случайного процесса, лучше выявить смысл его вероятностных (статистических) характеристик. Такое представление позволяет рассматривать детерминированный процесс как частный случай вырожденного случайного процесса, характеризуемого единственной реализацией, имеющей вероятность - единица.

Предположим, что зарегистрирована совокупность реализаций случайного процесса – изменения напряжения питающей сети. Возможными значениями рассматриваемого случайного процесса $X(t)$ (его реализациями) являются определенные функции времени $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$.

Рассмотрим случайный процесс $X(t)$ в фиксированный произвольно выбранный момент времени $t = t_1$. Для момента времени t_1 случайный

процесс представляет собой случайную величину $X(t_1)$, называемую сечением случайного процесса в момент времени t_1 . Как всякое случайное значение, сечение $X(t_1)$ подчиняется тому или иному закону распределения вероятностей. Пусть $F_1(x, t_1)$ – функция распределения выбранного сечения – $X(t_1)$. Функция распределения $F_1(x, t_1)$ – это вероятность (P) того, что случайный процесс в момент времени t_1 примет значение, меньшее x ,

$$F_1(x, t_1) = P[X(t_1) < x]. \quad (3.1)$$

Сечению $X(t_2)$, взятому в другой момент времени t_2 , соответствует функция распределения

$$F_1(x, t_2) = P[X(t_2) < x]. \quad (3.2)$$

Функцию распределения $F_1(x, t)$ называют одномерной функцией распределения случайного процесса $X(t)$. Она является функцией двух аргументов: координаты x и времени t . Если функция $F_1(x, t)$ имеет частную производную по x ,

$$f_1(x, t) = \frac{\partial F_1(x, t)}{\partial x}, \quad (3.3)$$

то функцию $f_1(x, t)$ называют функцией одномерной плотности вероятностей случайного процесса $X(t)$.

Для рассматриваемого случайного процесса – изменения напряжения питающей сети – функции распределения различных сечений $X(t_i)$ оказываются одинаковыми, поэтому $F_1(x)$ и $f_1(x)$ являются функциями одного аргумента и соответствует нормальному (гауссову) закону распределения (рис. 3.1).

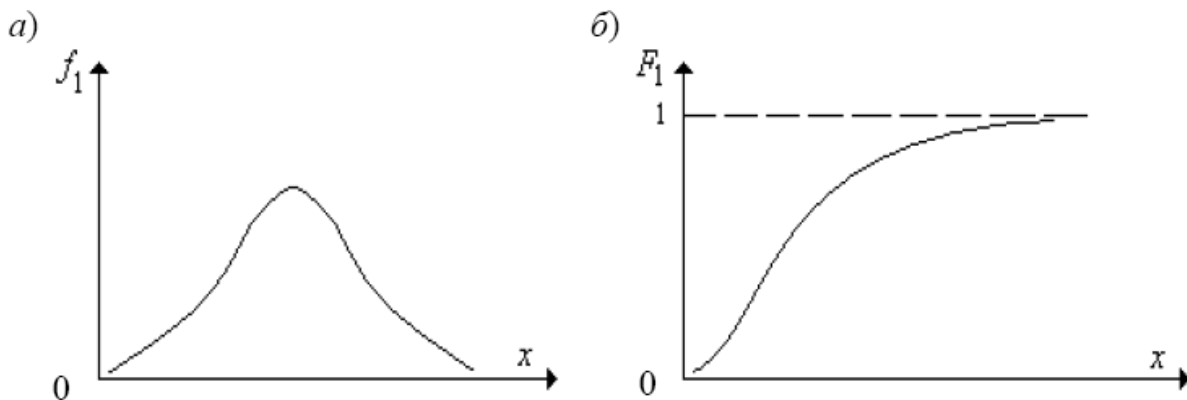


Рис. 3.1. Нормальный закон распределения:
а – плотность вероятности; б – функция распределения

Существуют и другие типовые законы распределения, например равномерный закон распределения, распределение Пуассона (для дискретных случайных величин) и т.д. При статистическом описании реальных случайных процессов их стараются свести к одному из типовых законов распределения, представляющих математическую модель случайного процесса. На практике широко распространен нормальный закон распределения. Это вытекает из центральной предельной теоремы, в соответствии с которой любая непрерывная случайная величина, представляющая собой результат действия достаточно большого числа независимых случайных факторов, имеет нормальное распределение.

Функции $F_1(x,t)$ и $f_1(x,t)$ являются простейшими формами законов распределения случайного процесса. Они характеризуют случайный процесс в отдельных сечениях (моментах времени) и не учитывают связи между сечениями случайного процесса.

Для того, чтобы охарактеризовать не только изолированные отдельные сечения случайного процесса, но и попарную связь между ними в произвольно взятые моменты времени t_1 и t_2 , нужно рассмотреть совместно распределение случайных величин $X(t_1)$ и $X(t_2)$, характеризуемое функцией распределения

$$F_2(x_1, x_2, t_1, t_2) = P[X(t_1) < x_1; X(t_2) < x_2]. \quad (3.4)$$

Функция $F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$, называемая двумерной функцией распределения случайного процесса $X(t)$. Она определяет вероятность того, что при $t = t_1$ значение случайного процесса меньше x_1 , а при $t = t_2$ меньше x_2 .

Если функция $F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$ имеет частные производные по x_1 и x_2

$$f_2(x_1, x_2, t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F_2(x_1, x_2, t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad (3.5)$$

то функцию $f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$ называют двумерной плотностью вероятности случайного процесса $X(t)$.

Аналогично можно ввести понятие n -мерной функции распределения и n -мерной плотности вероятности случайного процесса $X(t)$.

Неслучайную функцию времени $m_x(t)$, значение которой в каждый момент времени t равно среднему значению соответствующего сечения случайного процесса, называют математическим ожиданием случайного процесса $X(t)$. По одномерной плотности вероятности математическое ожидание определяют формулой

$$m_x(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x, t) dx. \quad (3.6)$$

Неслучайную функцию времени $D_x(t)$, значение которой в каждый момент времени t равно дисперсии соответствующего сечения случайного процесса, называют дисперсией случайного процесса $X(t)$.

Зная одномерную плотность вероятности, можно найти дисперсию $D_x(t)$ по формуле

$$D_x(t) = M\{[X(t) - m_x(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) - m_x(t)]^2 f_1(x, t) dx. \quad (3.7)$$

Дисперсия является мерой отклонения случайного процесса $X(t)$ от его среднего значения. Чем больше флуктуации случайного процесса относительно среднего значения, тем больше дисперсия.

Часто вместо дисперсии в качестве меры отклонения случайного процесса относительно его среднего значения используют среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}.$$

Заметим, что ни математическое ожидание, ни дисперсия случайного процесса не характеризуют степень статистической зависимости между сечениями случайного процесса в различные моменты времени.

Действительно, нетрудно представить себе случайные процессы с одинаковыми $m_x(t)$ и $D_x(t)$, но с различной внутренней структурой. Например, один процесс от одного сечения к другому протекает сравнительно плавно, а другой – обладает сильной изменчивостью. В первом случае статистическая связь между сечениями намного больше, чем во втором.

Степень статистической зависимости между двумя произвольно выбранными сечениями случайного процесса характеризуется корреляционной функцией.

Неслучайную функцию двух аргументов, которая для каждой пары произвольно выбранных аргументов равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайного процесса, называют корреляционной (автокорреляционной) функцией случайного процесса $X(t)$:

$$K_x(t_1, t_2) = M\{[X(t_1) - m_x(t_1)][X(t_2) - m_x(t_2)]\} = M\left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2)\right], \quad (3.8)$$

где $\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - m_X(t)$ – центрированный случайный процесс (процесс с нулевым математическим ожиданием).

Зная двумерную плотность вероятности случайного процесса, можно найти его корреляционную функцию

$$K_X(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x_1 - m_X(t_1)][x_2 - m_X(t_2)] f_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2. \quad (3.9)$$

Корреляционная функция симметрична относительно своих аргументов. Так как

$$K_X(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) \right] = M \left[\overset{\circ}{X}(t_2) \overset{\circ}{X}(t_1) \right],$$

то

$$K_X(t_1, t_2) = K_X(t_2, t_1).$$

Корреляционная функция при $t_1 = t_2 = t$ обращается в дисперсию случайного процесса

$$K_X(t, t) = M \left[\left(\overset{\circ}{X}(t) \right)^2 \right] = D_X(t). \quad (3.10)$$

Следовательно, корреляционная функция является более общей характеристикой, чем дисперсия случайного процесса.

Часто рассматривают совместно несколько случайных процессов, например, случайный полезный сигнал $X(t)$ и случайную помеху $Y(t)$, статистическая связь между которыми в общем случае выражается плотностью совместного распределения $f_2(x, y)$. Статистические свойства связи двух случайных процессов можно характеризовать взаимной корреляционной функцией случайных процессов.

Неслучайную функцию двух аргументов, которая для каждой пары произвольно выбранных значений аргументов равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайных процессов, называют взаимной корреляционной функцией случайных процессов

$$K_{xy}(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{Y}(t_2) \right]. \quad (3.11)$$

Взаимная корреляционная функция не является симметричной относительно своих аргументов, однако справедливо равенство

$$K_{xy}(t_1, t_2) = K_{yx}(t_2, t_1).$$

Отметим, что корреляционная функция характеризует не любую, а только линейную статистическую связь. Ее сущность заключается в том, что при возрастании одной случайной величины другая имеет тенденцию возрастать (или убывать) по линейному закону. Среди всего множества случайных процессов целесообразно выделить отдельные классы, различающиеся по ряду классификационных признаков, и установить особенности их математического описания. Так, в зависимости от изменчивости вероятностных свойств во времени (аргумент t) случайные процессы делятся на стационарные и нестационарные.

Случайный процесс $X(t)$ называется стационарным в узком смысле (строго стационарным), если его n -мерная функция распределения при любом значении n не зависит от начала отсчета времени $F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 - t_0, t_2 - t_0, \dots, t_n - t_0)$; (t_0 выбирают произвольно).

Во многих вопросах теории и практики многомерные функции распределения нестационарных процессов используются крайне редко. Поэтому кроме строго стационарных процессов выделяют класс случайных процессов, стационарных в широком смысле (слабо стационарных). Случайный процесс $X(t)$ называют стационарным в широком смысле, если его математическое ожидание постоянно, а корреляционная функция зависит только от разности аргументов:

$$m_X(t) = m_X = \text{const},$$

$$K_X(t_1, t_2) = K_X(t_1 - t_2) = K_X(\tau), \quad (3.12)$$

где $\tau = t_1 - t_2$.

Очевидно, строго стационарные случайные процессы всегда стационарны в широком смысле, обратное утверждение неверно. На практике редко встречаются случайные процессы, стационарные в широком смысле, но не строго стационарные. В дальнейшем мы не будем разделять эти два класса случайных процессов.

Дисперсия стационарного случайного процесса $X(t)$ постоянна и равна значению корреляционной функции в начале координат

$$D_X = K_X(0). \quad (3.13)$$

Это вытекает из условия стационарности. Учитывая свойство симметрии корреляционной функции, можно записать

$$K_x(\tau) = K_x(-\tau), \quad (3.14)$$

т. е. $K_x(\tau)$ – четная функция своего аргумента.

Случайные процессы, не обладающие статистическими свойствами стационарности, называют нестационарными. Два случайных процесса $X(t)$ и $Y(t)$ называют стационарно связанными, если взаимная корреляционная функция является функцией разности своих аргументов:

$$K_{xy}(t_1, t_2) = K_{xy}(t_1 - t_2) = K_{xy}(\tau). \quad (3.15)$$

На основании свойства взаимной корреляционной функции для стационарно связанных случайных процессов справедливо соотношение

$$K_{xy}(\tau) = K_{xy}(-\tau).$$

Случайный процесс называют нормальным, если любой его многомерный закон распределения является нормальным (закон Гаусса). Одномерная плотность вероятности для нормального закона распределения (см. рис. 3.1) имеет вид

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-(x-m_x)^2 / 2\sigma_x^2}. \quad (3.16)$$

откуда следует, что нормальный процесс полностью определяется его математическим ожиданием и дисперсией.

Предполагалось, что имеется большое число реализаций в фиксированный момент времени одного и того же физического процесса. Но в большинстве случаев получение большого числа реализаций процесса невозможно. Рассмотрим измерение напряжения на выходе какого-либо электронного устройства, например, усилителя.

Невозможно иметь большое число одинаковых усилителей. Кроме того, измерение напряжения в один и тот же момент времени на выходе всех усилителей представляло бы сложную задачу. В подобных случаях легко осуществить только одну реализацию процесса, но для большого промежутка времени. В связи с этим возникает вопрос: будут ли одинаковыми результаты, полученные на основе анализа процессов, усредненных во времени, и процессов, усредненных по множеству реализаций? Доказано, что положительный ответ имеет место, если случайный процесс эргодичен.

Стационарный случайный процесс является эргодическим, если любая статистическая характеристика, определяемая усреднением по

множеству его реализаций, равна соответствующей характеристике, определяемой усреднением по времени любой одной, достаточно продолжительной реализации этого процесса.

Свойство эргодичности позволяет средние по множеству реализаций случайного процесса приравнять к средним по времени одной реализации.

Математическое ожидание стационарного эргодического случайного процесса

$$m_x = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x, t) dx = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt, \quad (3.17)$$

корреляционная функция этого процесса

$$\begin{aligned} K_x(\tau) &= M \left[\begin{matrix} 0 & 0 \\ X(t+\tau) & X(t) \end{matrix} \right] = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_x)(x_2 - m_x) f_2(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t) - m_x][x(t+\tau) - m_x] dt, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где $x(t)$ – любая реализация случайного процесса.

Аналогичное соотношение можно записать для взаимной корреляционной функции совместно эргодических стационарных случайных процессов

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [x(t) - m_x][y(t+\tau) - m_y] dt. \quad (3.19)$$

Отметим, что эргодичность не является следствием стационарности случайного процесса. Математически достаточным условием эргодичности нормально распределенного стационарного случайного процесса является неограниченное убывание модуля корреляционной функции при $|\tau| \rightarrow \infty$:

$$|K_x(\tau)| < \varepsilon \text{ при } |\tau| > T_0, \quad (3.20)$$

где ε , T_0 – сколь угодно малое и большое положительные числа.

Практически почти любой стационарный процесс является эргодическим. Условие (3.20) нарушается обычно в тех случаях, когда стационарный процесс содержит периодические составляющие. С ростом τ корреляционная функция $K_x(\tau)$ убывает. Это отражает ослабление влияния (корреляции) между значениями $x(t)$ и $x(t+\tau)$ эргодического случайного процесса при увеличении сдвига по времени между ними. Из этого следует, что при нулевом значении аргумента ($\tau = 0$) корреляционная функция принимает экстремальное значение, равное дисперсии случайного процесса: $K_x(\tau) \leq K_x(0) = D_x$.

При экспериментальном определении корреляционных функций широко используется понятие интервала корреляции τ_0 : это интервал времени, за пределами которого корреляция пренебрежимо мала, т. е. абсолютные значения нормированной корреляционной функции

$$\rho_x(\tau) = \frac{K_x(\tau)}{K_x(0)} \quad (3.21)$$

при $|\tau| > \tau_0$ меньше некоторого малого заданного значения ε (например, $\varepsilon = 0,05$):

$$|\rho_x(\tau)| < \varepsilon \text{ при } |\tau| > \tau_0.$$

Как отмечалось выше, при изучении преобразований детерминированных процессов используется гармонический анализ: для периодических процессов – ряды Фурье, для непериодических – интеграл Фурье.

Частотный спектр случайного процесса $X(t)$, удовлетворяющего условиям Дирихле, определяется интегралом Фурье (по аналогии с непериодическим детерминированным сигналом):

$$G_x(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt. \quad (3.22)$$

Однако в данном случае $G_x(j\omega)$ имеет случайный характер, так как соотношения между амплитудами и фазами колебаний различных частот «случайных» процессов не определены. Кроме того, для неограниченных во времени реализаций случайных процессов не удовлетворяется сформулированное ранее условие абсолютной интегрируемости на бесконечном промежутке $(-\infty, +\infty)$. Таким образом, данное выражение нельзя использовать в качестве статистической характеристики случайного процесса.

Для случайных процессов можно ввести удобную спектральную характеристику, если отказаться от учета фазовых спектров отдельных реализаций и принять условие ограниченности средних мощностей $P_{\text{ср}}$ всех реализаций:

$$P_{\text{ср}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|G_x(j\omega)|^2}{T} d\omega. \quad (3.23)$$

Данное выражение для средней мощности реализации случайного процесса $x(t)$, заданного на интервале T , вытекает из равенства Парсеваля.

Подынтегральное выражение

$$S_x^T(\omega) = \frac{|G_x(j\omega)|^2}{T} \quad (3.24)$$

в формуле (3.23) имеет смысл спектральной плотности мощности реализации $x(t)$ длительности T . Усредняя (3.23) по всем возможным реализациям и переходя к пределу при $T \rightarrow \infty$, получаем спектральную характеристику случайного процесса

$$S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} M[S_x^T(\omega)]. \quad (3.25)$$

Таким образом, спектральная плотность $S_x(\omega)$ описывает частотное распределение средней мощности случайного процесса.

Для стационарных случайных процессов спектральная плотность $S_x(\omega)$ и корреляционная функция $K_x(\tau)$ (в соответствии с теоремой Винера - Хинчина) связаны между собой преобразованием Фурье

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (3.26)$$

Функция $K_x(\tau)$, как отмечалось, является четной функцией τ , поэтому выражение (3.26) удобно представить в тригонометрической форме

$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_x(\tau) \cos \omega\tau d\tau = 2 \int_0^{\infty} K_x(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (3.27)$$

Последнее выражение получается после подстановки в (3.26) формулы Эйлера

$$e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau$$

и отбрасывания мнимой части полученного выражения в связи с тем, что интеграл в симметричных пределах от нечетной функции $K_x(\tau)\sin(\omega\tau)$ равен нулю.

Из (3.27) на основании четности $\cos(\omega\tau)$ как функции от ω следует, что спектральная плотность также является четной функцией

$$S_x(\omega) = S_x(-\omega).$$

С помощью обратного преобразования Фурье корреляционную функцию можно выразить через спектральную плотность

$$K_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (3.28)$$

или в тригонометрической форме, учитывая, что $S_x(\omega)$ – четная функция:

$$K_x(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S_x(\omega) \cos \omega\tau d\omega. \quad (3.29)$$

Полагая в (3.29) $\tau = 0$, получим выражение для дисперсии стационарного случайного процесса

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_x(\omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (3.30)$$

Таким образом, площадь, ограниченная осью абсцисс и кривой $S_x(\omega)$, равна дисперсии стационарного случайного процесса $X(t)$.

Из приведенных соотношений следует, что в основе связи между спектральной плотностью $S_x(\omega)$ и корреляционной функцией $K_x(\tau)$ используется следующее свойство: чем шире график корреляционной функции, тем уже график спектральной плотности, и наоборот.

Рассмотрим связь корреляционной функции и спектральной плотности чисто случайного стационарного процесса, для которого корреляция между последующими значениями $x(t)$ отсутствует. Такой случайный процесс называется белым шумом. Его корреляционная функция пропорциональна дельта-функции, т. е.

$$K_x(\tau) = S_0 \delta(\tau),$$

где $S_0 = \text{const}$. Это означает, что сечения случайного процесса типа белого шума являются некоррелированными случайными величинами с бесконечными дисперсиями

$$K_x(0) = D_x = \infty.$$

Согласно (3.27), $S_x(\omega) = S_0 = \text{const}$, т.е. спектральная плотность белого шума постоянна по всему диапазону частот.

Процесс типа «белый шум» осуществить невозможно, так как он имеет бесконечные спектр и мощность. Однако реальные случайные процессы с конечным спектром часто можно приближенно представить в виде белого шума, если рассматривается действие их на систему, полоса пропускания которой значительно уже ширины спектра процесса.

Вопросы для самопроверки к разделу 3

1. В чем заключается основная проблема представления случайных сигналов?
2. Какие случайные процессы называются стационарными?
3. Перечислите основные источники шумов, примешивающихся к информационному сигналу при его передаче и преобразованиях?
4. Какие законы распределения случайных сигналов вы знаете?
5. Почему отдельные реализации случайного сигнала не совпадают?
6. Какой физический смысл содержится в понятии дисперсия сигнала?
7. Перечислите три наиболее важных статистических параметра стационарного случайного процесса.
8. В каком случае значение дисперсии случайного процесса совпадает со значением его автокорреляционной функции?
9. Как определяются двумерная функция распределения и двумерная плотность распределения значений случайного сигнала?
10. Что представляют собой взаимокорреляционная и автокорреляционная функции?
11. Какой случайный процесс называется эргодическим?
12. Напишите равенство Парсеваля для случайных процессов.
13. В каких случаях значения статистических параметров двух случайных процессов оказываются одинаковыми?
14. Совпадают ли значения статистических параметров случайного процесса, определенные двумя путями – по статистическому анализу одной достаточно продолжительной реализации процесса или по анализу некоторого сечения достаточно большого числа его реализаций?

15. Как по внешнему виду временных представлений двух случайных сигналов можно определить, имеют ли эти сигналы различные значения времени автокорреляции?

16. Какой случайный сигнал называют белым шумом?

17. Какой известной математической функции соответствует автокорреляционная функция белого шума?

4. Аналоговые функциональные преобразователи сигналов

При проектировании электронных устройств часто возникает необходимость в создании узлов, выходной сигнал которых является некоторой функцией одного или нескольких входных сигналов. Для реализации таких функций существуют несколько путей. Наиболее часто используются две возможности. Во-первых, в конструкции узла можно использовать какой либо элемент, в котором реализуется физический эффект подходящего вида. Иной путь состоит в том, чтобы аппроксимировать выходной сигнал полиномиальными или степенными рядами.

Если к быстрдействию функциональных или аналоговых схем не предъявлять очень жестких требований, то при их создании удобнее использовать операционные усилители (ОУ). Современные ОУ имеют две наиболее важных для данного случая особенности – очень высокие входное сопротивление (порядка нескольких МОм) и внутренний коэффициент усиления по напряжению ($10^5 \div 10^7$).

Рассмотрим кратко ряд схем, осуществляющих элементарные функциональные преобразования входных сигналов.

А. Нормирующий усилитель

Схема этого устройства представлена на рис. 4.1.

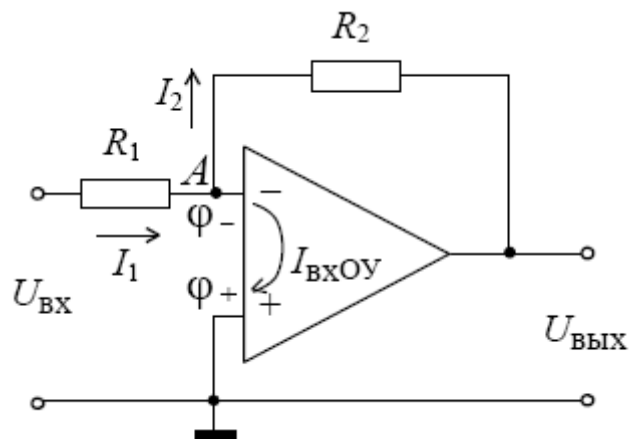


Рис. 4.1. Нормирующий усилитель-инвертор

При анализе свойств нормирующего усилителя учтем то, что ОУ имеет очень высокие входное сопротивление и внутренний коэффициент усиления. Это позволяет использовать приближения:

$$R_{\text{ВХ}} \rightarrow \infty; \Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+) \approx 0.$$

Из первого соотношения следует $I_{\text{ВХОУ}} \approx 0$, а из второго – $\varphi_- = \varphi_+ \approx 0$. Поэтому оказываются справедливыми равенства:

$$I_1 = I_2; \quad I_1 = \frac{U_{\text{ВХ}}}{R_1}; \quad I_2 = -\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{R_2}.$$

Из них следует, что

$$U_{\text{ВЫХ}} = -\frac{R_2}{R_1} U_{\text{ВХ}} = K_U U_{\text{ВХ}}, \quad (4.1)$$

где K_U называется коэффициентом передачи устройства по напряжению, а равенство (4.1) определяют функцию преобразования рассматриваемого устройства. Она соответствует усилителю-инвертору.

Б. Суммирующий усилитель

Схема этого устройства представлена на рис. 4.2.

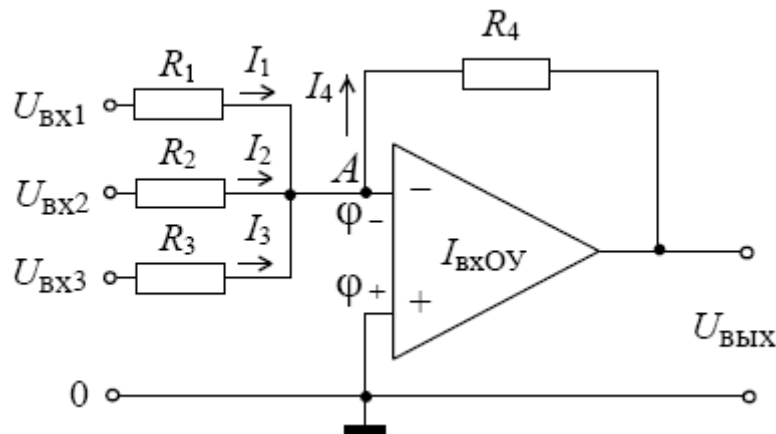


Рис. 4.2. Суммирующий усилитель-инвертор

Как и выше, используем приближения:

$$R_{\text{ВХ}} \rightarrow \infty; \Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+); \quad I_{\text{ВХОУ}} \approx 0; \quad \varphi_- = \varphi_+ \approx 0.$$

Поэтому оказываются справедливыми равенства:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4;$$

$$I_1 = \frac{U_{\text{ВХ1}}}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U_{\text{ВХ2}}}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U_{\text{ВХ3}}}{R_3}; \quad I_4 = -\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{R_4}.$$

Откуда получаем равенство

$$\frac{U_{\text{ВХ1}}}{R_1} + \frac{U_{\text{ВХ2}}}{R_2} + \frac{U_{\text{ВХ3}}}{R_3} = -\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{R_4}.$$

Если взять равные сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, то получим окончательное равенство

$$U_{\text{ВЫХ}} = -(U_{\text{ВХ1}} + U_{\text{ВХ2}} + U_{\text{ВХ3}}). \quad (4.2)$$

Выражение (4.2) определяет функцию преобразования данного устройства. Как видно, эта функция соответствует суммированию входных сигналов и одновременному инвертированию этой суммы.

В. Вычитающий усилитель

Схема данного устройства представлена на рис. 4.3. Здесь используем соотношения:

$$R_{\text{ВХ}} \rightarrow \infty; \quad I_{\text{ВХОУ}} \approx 0;$$

$$\Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+) \approx 0.$$

Из схемы (4.3) следует, что при $I_{\text{ВХОУ}} \approx 0$ справедливы равенства:

$$I_1 = I_2; \quad I_3 = I_4.$$

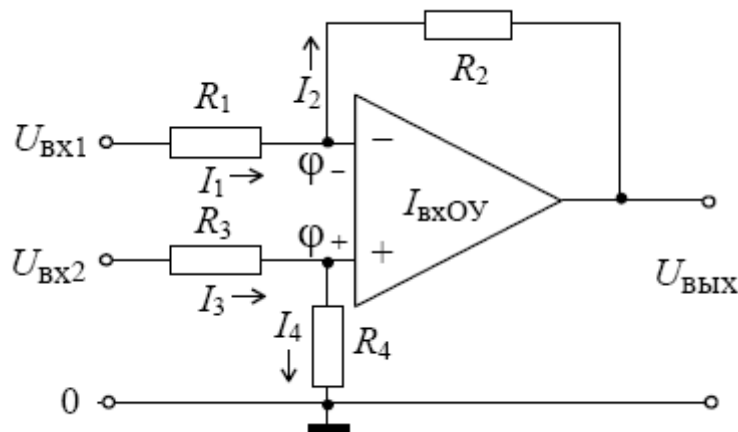


Рис. 4.3. Вычитающий усилитель-инвертор

Из последних равенств находим:

$$\varphi_+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{\text{BX}2} \approx \varphi_-;$$

$$I_1 = \frac{U_{\text{BX}1} - \varphi_-}{R_1};$$

$$I_2 = -\frac{U_{\text{ВЫХ}} - \varphi_-}{R_2}.$$

Откуда получаем равенство

$$\frac{U_{\text{BX}1} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{\text{BX}2}}{R_1} = -\frac{U_{\text{ВЫХ}} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_{\text{BX}2}}{R_2}.$$

Если принять $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, то из предыдущего равенства находим

$$U_{\text{ВЫХ}} = -(U_{\text{BX}1} - U_{\text{BX}2}). \quad (4.3)$$

Выражение (4.3) определяет функцию преобразования данного устройства, соответствующую вычитанию входных сигналов с одновременным инвертированием результата.

Г. Дифференцирующий усилитель

Схема рассматриваемого устройства представлена на рис. 4.4. Напомним то, что ОУ имеет очень высокие входное сопротивление и внутренний коэффициент усиления. Таким образом, при определении связи между входным и выходным сигналом данного устройства можно использовать следующие приближенные соотношения:

$$R_{\text{ВХ}} \rightarrow \infty; \Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+) \approx 0; \quad I_{\text{ВХОУ}} \approx 0; \quad \varphi_- \approx 0.$$

Поэтому оказываются справедливыми следующие равенства:

$$I_C = I_R; \quad I_R = -\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{R}; \quad U_C = U_{\text{ВХ}}.$$

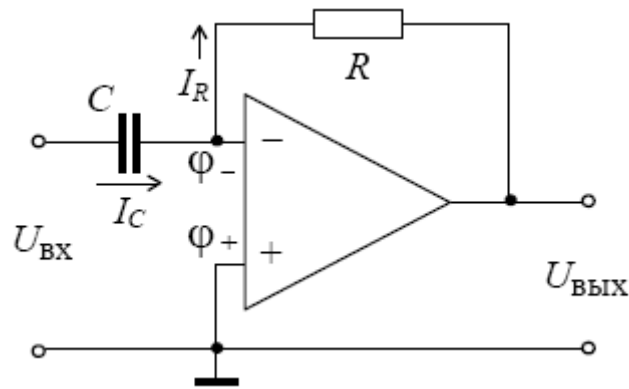


Рис. 4.4. Дифференцирующий усилитель-инвертор

Ток через конденсатор C может быть определен следующим образом. Записываем соотношение между зарядом на обкладках конденсатора и напряжением между ними, $Q = CU$. После дифференцирования обеих частей этого равенства по времени получим:

$$\frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}; \quad I_C = C \frac{dU_{BX}}{dt}.$$

Отсюда следует равенство

$$U_{вых} = RC \frac{dU_{BX}}{dt}, \quad (4.4)$$

являющееся функцией преобразования описываемого устройства. Величина RC называется постоянной дифференцирования данного преобразователя.

Д. Интегрирующий усилитель

Схема этого устройства представлена на рис. 4.5. Здесь также используем приближенные равенства:

$$R_{BX} \rightarrow \infty; \quad \Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+) \approx 0; \quad I_{BXOY} \approx 0; \quad \varphi_- \approx 0.$$

Кроме того, выше было показано, что

$$\frac{dQ}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}.$$

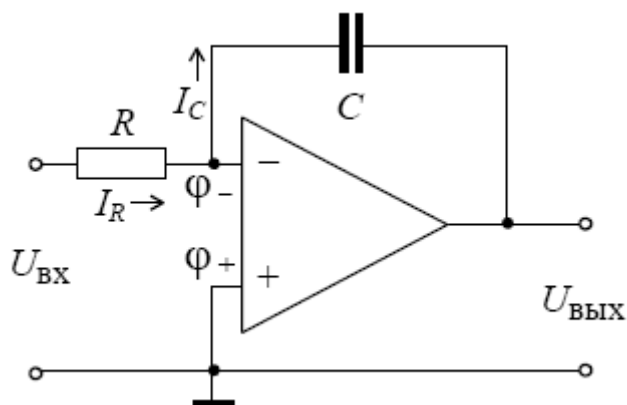


Рис. 4.5. Интегрирующий усилитель-инвертор

В данном случае

$$U_C = U_{\text{ВЫХ}},$$

и поэтому из

$$I_C = I_R$$

получаем

$$\frac{1}{RC} U_{\text{вх}} dt = dU_{\text{вых}}.$$

Интегрируя обе части последнего равенства, находим связь между входным и выходным напряжениями:

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{RC} \int_0^{t_1} U_{\text{вх}} dt + U_0.$$

В полученном выражении U_0 представляет собой постоянную составляющую, которая может быть скорректирована путем смещения нуля ОУ. После корректировки получаем функцию преобразования рассматриваемого устройства:

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{RC} \int_0^{t_1} U_{\text{вх}} dt, \quad (4.5)$$

где величина RC называется постоянной интегрирования данного преобразователя. Интервал времени интегрирования $(0, t_1)$ рекомендуется брать равным или чуть больше RC .

Е. Логарифмирующий усилитель

Схема такого устройства представлена на рис. 4.6. Из приближенных равенств $R_{\text{вх}} \rightarrow \infty$, $\Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+) \approx 0$ и $I_{\text{вхОУ}} \approx 0$, $\varphi_- \approx 0$ следует, что:

$$I_{VD} = I_R; \quad U_{VD} = -U_{\text{вх}}; \quad I_R = \frac{U_{\text{вх}}}{R}.$$

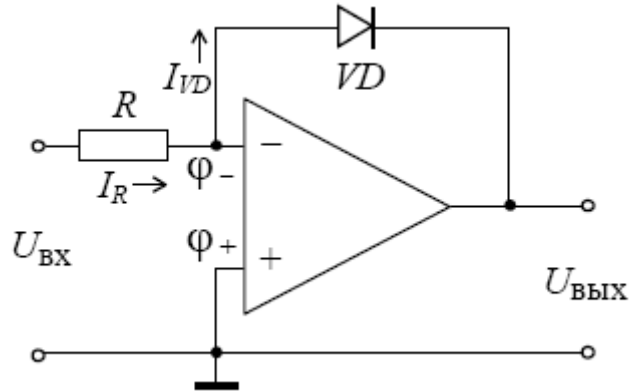


Рис. 4.6. Логарифмирующий усилитель-инвертор

С другой стороны, вольтамперная характеристика полупроводникового диода имеет вид

$$I_{VD} = I_0 \left[\exp\left(\frac{U_{VD}}{\varphi_T}\right) - 1 \right],$$

где φ_T — тепловой потенциал полупроводникового материала диода (в случае кремниевого диода, находящегося при комнатной температуре, $\varphi_T = 0,026$ В).

Очевидно, что уже при $U_{VD} \approx 0,1$ В выражение для I_{VD} может быть упрощено:

$$I_{VD} \approx I_0 \exp\left(\frac{U_{VD}}{\varphi_T}\right).$$

Поэтому можем рассматривать приближенное выражение

$$\frac{U_{\text{вх}}}{I_0 R} \approx \exp\left(\frac{-U_{\text{вх}}}{\varphi_T}\right).$$

Логарифмируя обе части равенства, получаем равенство

$$-\frac{U_{\text{вх}}}{\varphi_T} \approx \ln\left(\frac{U_{\text{вх}}}{I_0 R}\right),$$

из которого выводим функцию преобразования рассматриваемого преобразователя:

$$U_{\text{вых}} = -\varphi_T \ln\left(\frac{U_{\text{вх}}}{I_0 R}\right). \quad (4.6)$$

Ж. Экспонирующий усилитель

Схема такого устройства представлена на рис. 4.7.

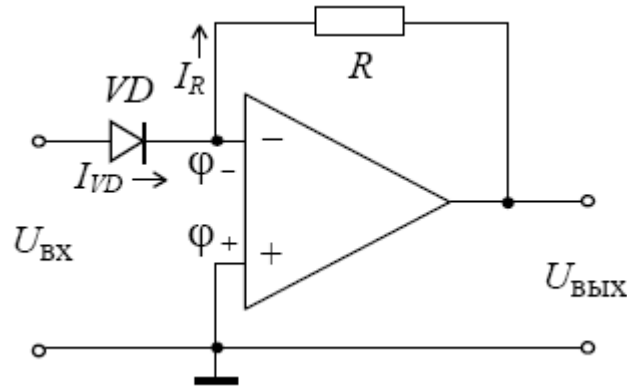


Рис. 4.7. Экспонирующий усилитель-инвертор

Выше было показано, что:

$$R_{\text{вх}} \rightarrow \infty; \quad \Delta\varphi = (\varphi_- - \varphi_+) \approx 0; \quad I_{\text{вхОУ}} \approx 0; \quad \varphi_- \approx 0,$$

$$I_{VD} = I_R; \quad U_{VD} = U_{\text{вх}}; \quad I_R = \frac{-U_{\text{вых}}}{R};$$

$$I_{VD} \approx I_0 \exp\left(\frac{U_{\text{вх}}}{\varphi_T}\right).$$

Откуда получаем приближенные равенства:

$$\frac{-U_{\text{вых}}}{R} \approx I_0 \exp\left(\frac{U_{\text{вх}}}{\varphi_T}\right), \quad U_{\text{вых}} \approx -I_0 R \exp\left(\frac{U_{\text{вх}}}{\varphi_T}\right).$$

Нормируя в последнем равенстве коэффициент $(-I_0 R)$ на единицу, приходим к требуемой форме функции преобразования:

$$U_{\text{вых}} \approx -\exp\left(\frac{U_{\text{вх}}}{\varphi_T}\right). \quad (4.7)$$

Очевидно, что в данном случае нормировка коэффициента ($-I_0R$) означает соответствующий выбор величины сопротивления R или использование дополнительного неинвертирующего усилителя на выходе рассматриваемого устройства.

Вопросы для самопроверки к разделу 4

1. Почему при построении функциональных преобразователей аналоговых сигналов удобнее применять операционные усилители (ОУ)?
2. Какие типы функциональных преобразователей, построенных на ОУ, вы знаете?
3. Почему в преобразователях, построенных на операционных усилителях (ОУ), между входами ОУ и общей шиной необходимо включать сопротивления одинаковой величины?
4. Как входные сопротивления схемы инвертирующего сумматора на ОУ влияют на его выходное напряжение?
5. Чем определяется диапазон рабочих частот реального интегратора, построенного на ОУ?
6. Где используются аналоговые преобразователи, реализующие суммирование нескольких входных напряжений?
7. Какое из рассмотренных устройств позволит реализовать суммирование нескольких токов?
8. Какие особенности имеет режим суммирования токов?
9. Для каких конструкторских задач могут быть использованы экспонирующий и логарифмирующий усилители?
10. Как влияет быстродействие операционного усилителя на качество аналогового преобразования?
11. К каким изменениям в функциях преобразования приведет учет того факта, что внутренний коэффициент операционного усилителя имеет конечное значение?
12. Какие изменения в схемах экспонирующего и логарифмирующего усилителей необходимо сделать, чтобы получить возможность для преобразования сигналов переменной полярности?
13. Используя различные функциональные преобразователи, нарисуйте схему устройства для перемножения двух аналоговых сигналов.

5. Частотные фильтры

В электронных устройствах частотные фильтры применяют в тех случаях, когда возникает необходимость изменить спектр сигнала или требуется защитить канал передачи информации от помех определенного вида. Частотные фильтры бывают пассивными и активными.

5.1. Пассивные частотные фильтры

Эти фильтры выполняются на LC - или на RC -цепях без применения усилительных активных элементов. Такие фильтры не требуют источников питания и имеют простое исполнение, однако они не обеспечивают хорошего разделения полосы пропускания от полосы затухания; в области пропускания и затухания могут наблюдаться большие неравномерности передаточной характеристики; очень сложно выполнить условие согласования фильтра с нагрузкой.

Рассмотрим некоторые из пассивных RC -фильтров.

А. Фильтр нижних частот.

Фильтр нижних частот является схемой, которая без изменений передает сигналы нижних частот, а на высоких частотах обеспечивает затухание сигналов и запаздывание их по фазе относительно входных сигналов. На рис.5.1 изображена схема простого RC -фильтра нижних частот.

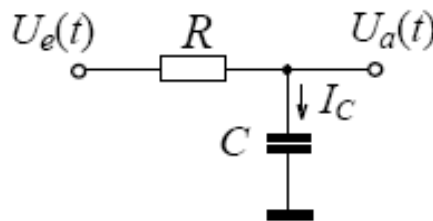


Рис. 5.1. Простой фильтр нижних частот

Для расчета частотной характеристики схемы применим формулу для отношения напряжений, представленных в комплексной форме:

$$A(j\omega) = \frac{U_a}{U_t} = \frac{1/(j\omega C)}{R + 1/(j\omega C)} = \frac{1}{1 + j\omega RC}. \quad (5.1)$$

Отсюда, учитывая, что $A = |A| e^{j\varphi}$, получим частотные зависимости

$$|A| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}, \quad \varphi = -\arctg(\omega RC). \quad (5.2)$$

Обе эти зависимости представлены на рис.5.2. Положив

$$|A| = 1/\sqrt{2} = 1/\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2},$$

получим выражение для частоты среза фильтра

$$f_c = \omega_c / (2\pi) = 1/(2\pi RC). \quad (5.3)$$

Фазовый сдвиг φ на этой частоте, согласно формуле (5.2), составляет -45° .

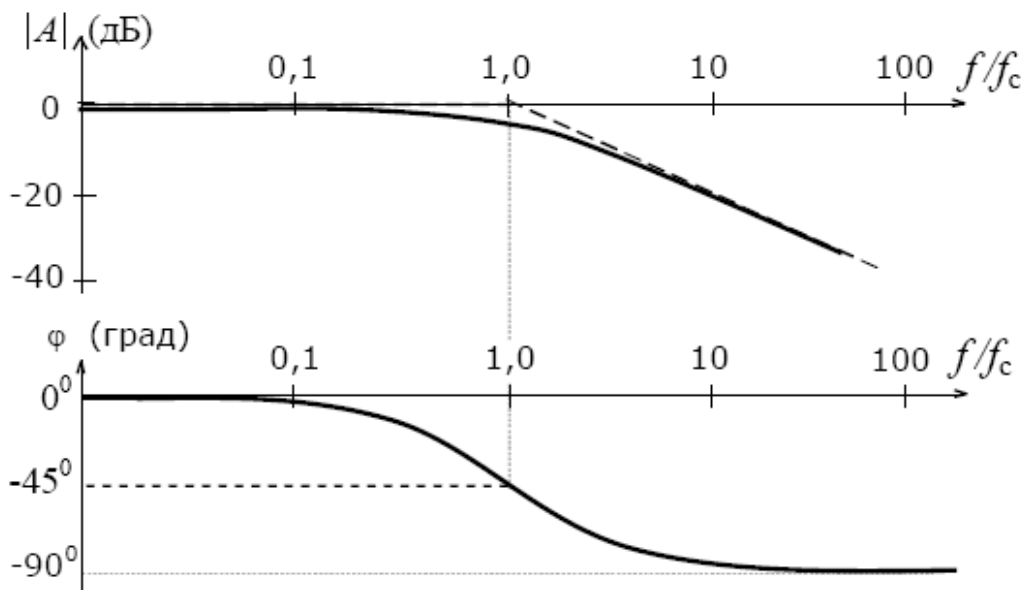


Рис. 5.2. Диаграмма Бode для фильтра нижних частот

Как видно из рис. 5.2, амплитудно-частотную характеристику $|A(j\omega)| = U_d/U_e$ наиболее просто составить из двух асимптот:

- $|A| = 1 = 0$ дБ на нижних частотах $f \ll f_g$;
- на высоких частотах ($f \gg f_c$), согласно формуле (5.2), $|A| \approx 1/(\omega RC)$;
- $|A| = 1/\sqrt{2} = -3$ дБ при $f = f_c$.

Отсюда видно, что на высоких частотах коэффициент усиления обратно пропорционален частоте. При увеличении частоты в 10 раз коэффициент усиления уменьшается в 10 раз, т. е. он уменьшается на 20 дБ на декаду или на 6 дБ на октаву.

Для анализа схемы рассматриваемого фильтра во временной области изменим скачкообразно напряжение на входе этой схемы. Проанализируем два случая – изменение напряжения с 0 до U_r (рис. 5.3, а) и с уровня U_r до

0 (рис. 5.3, б). В обоих случаях, чтобы рассчитать выходное напряжение, применим правило узлов к ненагруженному выходу. Для схемы, изображенной на рис. 5.1, справедливо равенство

$$\frac{(U_e - U_a)}{R} - I_C = 0. \quad (5.4)$$

С учетом того, что $I_C = CU_a$, получим два дифференциальных уравнения. Для первого случая, представленного на рис. 5.3, а, имеем:

$$RC \frac{dU_a}{dt} + U_a = U_e = U_r. \quad (5.5)$$

Для рис. 5.3, б имеем:

$$RC \frac{dU_a}{dt} + U_a = U_e = 0. \quad (5.6)$$

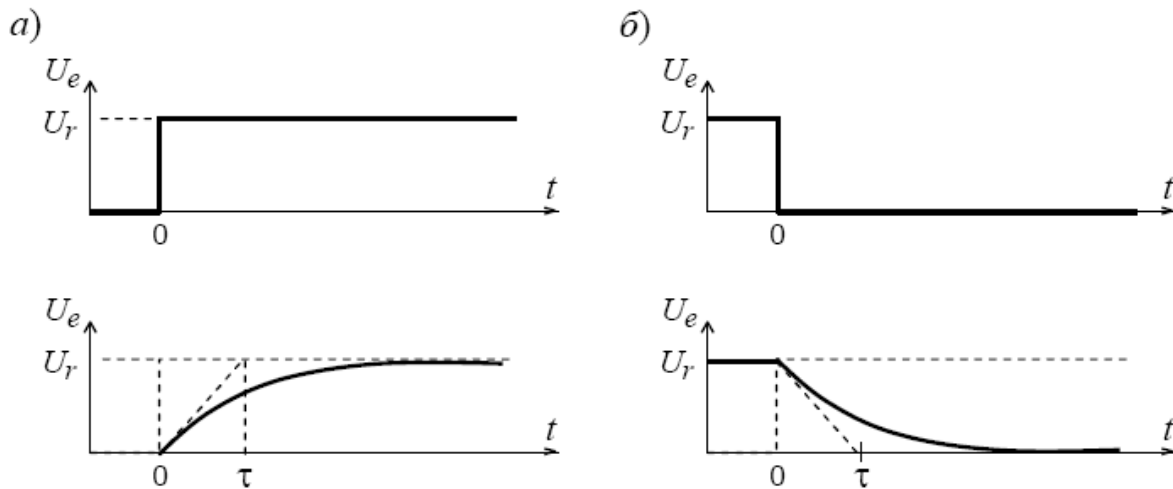


Рис. 5.3. Реакция фильтра нижних частот на скачок напряжения

Уравнение (5.5) дает решение следующего вида:

$$U_a(t) = U_r (1 - e^{-t/(RC)}). \quad (5.7)$$

Решением уравнения (5.6) является равенство

$$U_a(t) = U_r e^{-t/(RC)}. \quad (5.8)$$

Поскольку к установившимся значениям $U_a = U_r$ и $U_a = 0$ кривые будут приближаться асимптотически, в качестве меры времени установления выходного напряжения обычно принимают постоянную времени τ . Она показывает время, в течение которого процесс достигает значения, отличающегося от установившегося на $(1/e)$ -ую часть величины скачка напряжения на входе. Из формулы (5.7) видно, что постоянная времени $\tau = RC$.

Следует отметить, что фильтр нижних частот работает как интегрирующее звено. Действительно, выше было показано, что при частотах сигнала $f \gg f_c$ выходное переменное напряжение мало по сравнению с входным. В этом случае при $|U_a| \ll |U_e|$ из дифференциальных уравнения (5.11) следует, что

$$RC \frac{dU_a}{dt} = U_e,$$

и, следовательно,

$$U_a = \frac{1}{RC} \int_0^t U_e(t) dt + U_a(0). \quad (5.9)$$

Можно показать также, что фильтр нижних частот может служить в качестве детектора среднего значения. Действительно, если поданное на вход фильтра напряжение имеет постоянную составляющую, то эта составляющая должна определяться равенством

$$\bar{U}_e = \frac{1}{T} \int_0^T U_e(t) dt,$$

где T – период колебаний входного напряжения. Суммируя все остальные члены ряда Фурье, находим некоторое напряжение $U'_e(t)$, которое по форме совпадает с входным, но сдвинуто так, что среднее значение равно нулю. Следовательно, входное напряжение можно представить в виде

$$U_e(t) = \bar{U}_e + U'_e(t).$$

В результате при $f \gg f_c$ напряжение $U'_e(t)$ интегрируется, а постоянная составляющая передается линейно. Таким образом, выходное напряжение:

$$U_a = \frac{1}{RC} \int U'_e(t) dt + \bar{U}_e. \quad (5.10)$$

Б. Фильтр верхних частот

Фильтр верхних частот – это схема, которая передает без изменений сигналы высоких частот, а на низких частотах обеспечивает затухание сигналов и опережение их по фазе относительно входных сигналов. Схема простого RC -фильтра верхних частот приведена на рис. 5.4.

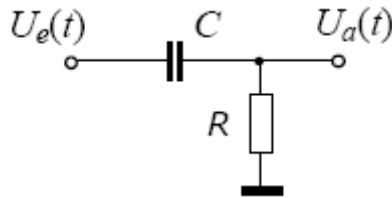


Рис. 5.4. Простой фильтр верхних частот

Амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики для этой схемы опять получим из формулы для отношения напряжений:

$$A(j\omega) = \frac{U_a}{U_t} = \frac{R}{R + 1/(j\omega C)} = \frac{1}{1 + 1/(j\omega RC)}$$

Отсюда находим частотные зависимости

$$|A| = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(\omega RC)^2}}, \quad \varphi = -\arctg \frac{1}{\omega RC}.$$

Графики этих частотных зависимостей представлены на рис. 5.5.

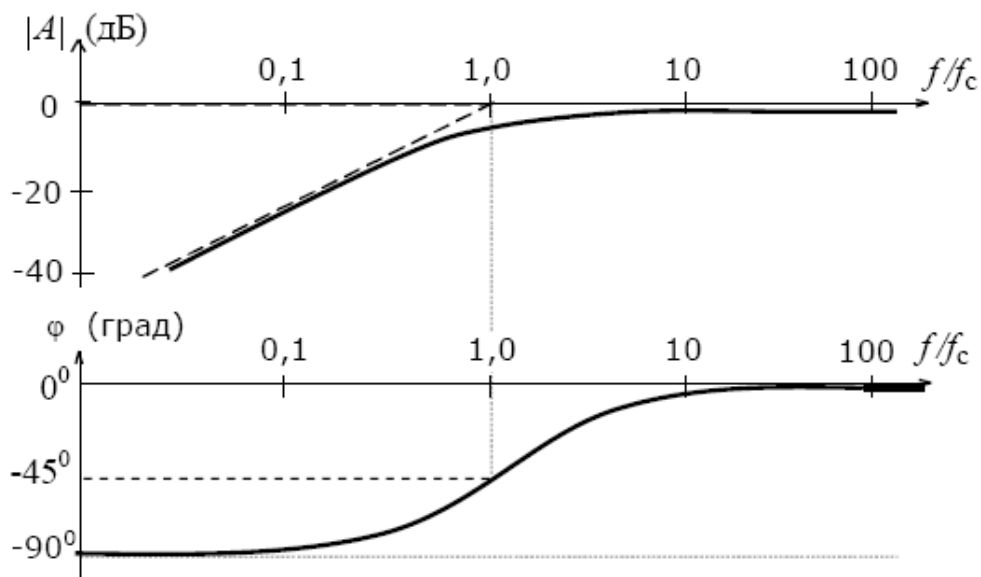


Рис. 5.5. Диаграмма Боде для фильтра верхних частот

Выражение для частоты среза фильтра верхних частот совпадает с соответствующим выражением для фильтра нижних частот –

$$f_c = 1/(2\pi RC).$$

Фазовый сдвиг на частоте среза составляет $+45^\circ$. Как и для фильтра нижних частот, здесь амплитудно-частотную характеристику наиболее просто можно представить в двойном логарифмическом масштабе с помощью асимптот:

- $|A| = 1 = 0$ дБ на высоких частотах $f \gg f_c$;
- на низких частотах, где $f \ll f_c$, $|A| \approx \omega RC$ (т.е. коэффициент передачи схемы пропорционален частоте, а наклон асимптоты равняется $+20$ дБ на декаду или $+6$ дБ на октаву);
- при $f = f_c$, как и для фильтра нижних частот, $|A| = 1/\sqrt{2} = -3$ дБ.

Реакции на скачок входного напряжения для данной схемы представлена на рис. 5.6.

Если на входе фильтра верхних частот приложено напряжение прямоугольной формы с периодом $T \ll \tau$, то конденсатор в течение половины периода почти полностью перезаряжается и выходное напряжение будет равно входному с точностью до постоянной величины. В связи с тем, что через конденсатор не может протекать постоянный ток, среднее значение выходного напряжения равно нулю. Следовательно, постоянная составляющая входного напряжения не передается. На этом основано применение фильтра верхних частот в качестве элемента RC-связи. Можно показать, что данный фильтр верхних частот может быть использован при построении решающих аналоговых устройств в роли дифференцирующего звена.

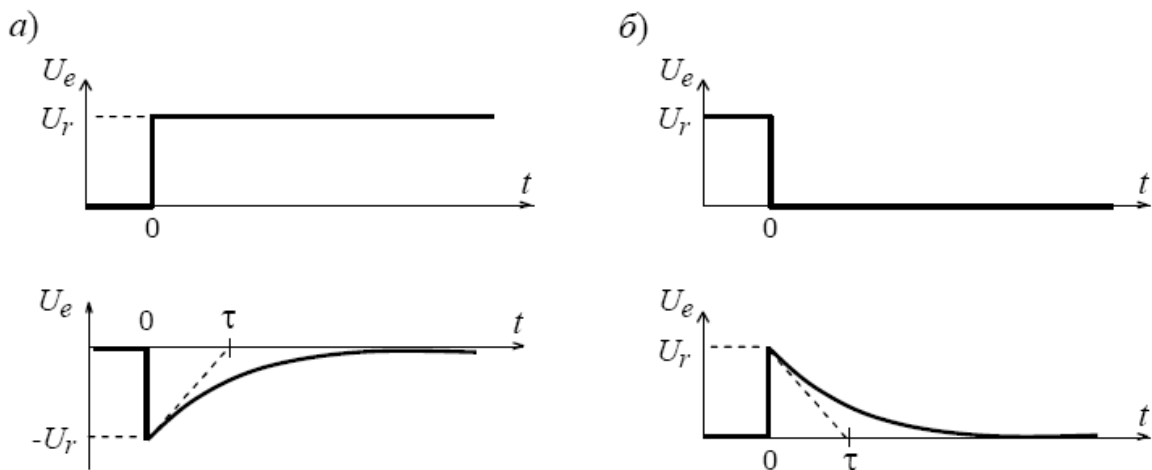


Рис. 5.6. Реакция фильтра верхних частот на скачок напряжения

При последовательном соединении нескольких фильтров верхних частот результирующая частота среза будет определяться приближительным равенством

$$f_c = \sqrt{\sum_i f_{ci}}. \quad (5.11)$$

Для случаев n фильтров с равными частотами среза справедливо равенство

$$f_c = f_{c(i)} \sqrt{n}. \quad (5.12)$$

В. Пассивный полосовой RC-фильтр

Путем последовательного соединения фильтров верхних и нижних частот получают полосовой фильтр. Его выходное напряжение равно нулю на высоких и низких частотах. Одна из возможных схем пассивного полосового фильтра представлена на рис. 5.7. Для этой схемы найдем соотношение между входным и выходным напряжениями и рассчитаем величину фазового сдвига на средних частотах.

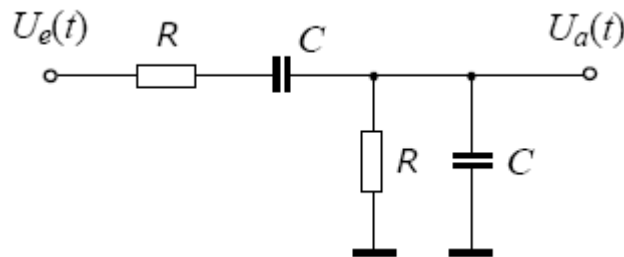


Рис. 5.7. Пассивный полосовой RC-фильтр

Формула для ненагруженного делителя напряжения в комплексной форме имеет вид

$$U_a = \frac{1/[(1/R) + j\omega C]}{1/[(1/R) + j\omega C] + R + (1/j\omega C)} \cdot U_e$$

или, после упрощения,

$$U_a = \frac{j\omega RC}{(j\omega RC + 1)^2 + j\omega RC} \cdot U_e. \quad (5.13)$$

Подставив $\omega RC = \Omega$, получим

$$A(j\Omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{j\Omega}{(1 + 3j\Omega - \Omega^2)}. \quad (5.14)$$

Отсюда найдем модуль коэффициента передачи

$$|A| = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Omega} - \Omega\right)^2 + 9}} \quad (5.15)$$

и фазовый сдвиг

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{(1 - \Omega)^2}{3\Omega}. \quad (5.16)$$

Выходное напряжение максимально при $\Omega = 1$. Следовательно, резонансная частота

$$f_r = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Введенная ранее величина Ω представляет собой нормированную частоту

$$\Omega = \omega/\omega_r = f/f_r.$$

Получили следующее: фазовый сдвиг на резонансной частоте равен нулю, а коэффициент усиления $A_r = 1/3$.

5.2. Активные частотные фильтры

Каждый активный фильтр представляет собой четырехполюсник, содержащий пассивные RC -цепи и активные элементы. В отличие от пассивных, активные фильтры обеспечивают более качественное разделение полос пропускания и затухания. В них сравнительно просто можно регулировать неравномерности частотной характеристики в области пропускания и затухания, не предъявляется жестких требований к согласованию нагрузки с фильтром.

Активные фильтры можно разделить на группы по различным признакам: назначению, полосе пропускаемых частот, типу усилительных элементов, виду обратных связей и др. По полосе пропускаемых частот фильтры делятся на четыре основные группы: нижних частот, верхних ча-

стот, полосовые и заграждающие. Фильтры нижних частот пропускают сигналы от постоянного напряжения до некоторой предельной частоты, называемой частотой среза фильтра. Фильтры верхних частот, наоборот, пропускают сигналы начиная с частоты среза и выше. Полосовые фильтры пропускают сигналы в некоторой полосе частот от f_1 до f_2 , а заграждающие фильтры имеют характеристику, противоположную полосовым, и пропускают сигналы с частотой ниже f_1 и выше f_2 . По назначению фильтры делятся на сглаживающие фильтры источников питания, заграждающие фильтры помех, фильтры для селективных усилителей низкой или высокой частоты и др.

По типу усилительных элементов можно выделить транзисторные фильтры, фильтры на усилителях с ограниченным усилением, на операционных усилителях, на повторителях напряжения и др. Все рассмотренные фильтры могут иметь одну цепь обратной связи или несколько. В связи с этим различают фильтры с одноконтурной и с многоконтурной обратной связью. Кроме этого, различают фильтры по числу полюсов на частотной характеристике – фильтры первого порядка, второго и более высоких порядков. Фильтры высоких порядков имеют более крутые границы полос пропускания и затухания и более плоскую характеристику в области полосы пропускания. К таким фильтрам относятся фильтры Чебышева, Баттерворта, Бесселя и др.

Широкие возможности активных RC -фильтров связаны с использованием в них активных элементов. Цепи, содержащие только сопротивления и емкости, имеют полюсы передаточной функции на отрицательной действительной полуоси комплексной плоскости $p = c + j\omega$, что ограничивает возможности создания фильтров. В отличие от пассивных, активные RC -фильтры (ARC -фильтры) могут иметь полюсы в любой части комплексной плоскости. Однако схемы с полюсами в правой полуплоскости неустойчивы, поэтому в активных фильтрах используют только те схемы, полюсы передаточной функции которых располагаются в левой полуплоскости или на оси $j\omega$.

Рассмотрим активные фильтры на операционных усилителях с одноконтурной обратной связью. Схема активного фильтра на ОУ с одноконтурной обратной связью приведена на рис. 5.8. Она состоит из двух пассивных четырехполюсников A и B и операционного инвертирующего усилителя ОУ. Четырехполюсник A включен между входом фильтра и входом операционного усилителя, а четырехполюсник B включен в цепи обратной связи между входом и выходом ОУ. При анализе схем будем считать ОУ идеальным и инвертирующим.

Передаточную функцию для схемы, приведенной на рис. 5.8, можно получить, используя уравнения четырехполюсников в Y -параметрах:

$$\begin{cases} I_{1a} = Y_{11a}U_{1a} + Y_{12a}U_{2a} \\ I_{2a} = Y_{21a}U_{1a} + Y_{22a}U_{2a} \end{cases}, \quad (5.17)$$

где $Y_{12a} = Y_{21a}$, и

$$\begin{cases} I_{1b} = Y_{11b}U_{1b} + Y_{12b}U_{2b} \\ I_{2b} = Y_{21b}U_{1b} + Y_{22b}U_{2b} \end{cases}, \quad (5.18)$$

где $Y_{12b} = Y_{21b}$.

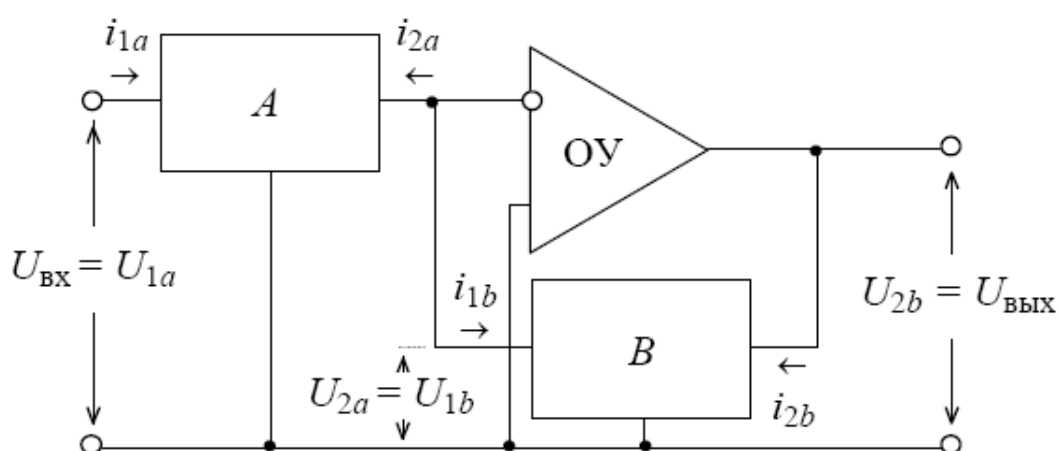


Рис. 5.8. Схема активного фильтра на ОУ с одноконтурной обратной связью

В уравнениях (5.17) и (5.18) использованы параметры

$$Y_{12} = \left. \frac{I_1}{U_2} \right|_{U_1=0} \quad \text{и} \quad Y_{21} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0},$$

причем параметр Y_{12} имеет смысл проводимости обратной передачи при коротком замыкании на входе, а Y_{21} – проводимость прямой передачи при коротком замыкании на выходе.

Поскольку для идеального ОУ $u_{ВХ} = 0$ и $i_{ВХ} = 0$, то $u_{2a} = u_{1b}$ и $i_{2a} = i_{1b}$, поэтому уравнения (5.17) и (5.18) упрощаются и приводятся к виду

$$\begin{cases} I_{1a} = Y_{11a}U_{1a} \\ I_{2a} = Y_{21a}U_{1a} \end{cases}, \quad \begin{cases} I_{1b} = Y_{12b}U_{2b} \\ I_{2b} = Y_{22b}U_{2b} \end{cases},$$

откуда получаем, что

$$Y_{12a}U_{1a} = -Y_{12b}U_{2b}. \quad (5.19)$$

Из уравнения (5.19) найдем коэффициент передачи фильтра по напряжению:

$$K_u = \frac{U_{2b}}{U_{1a}} = -\frac{Y_{12a}}{Y_{12b}} = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}}, \quad (5.20)$$

который определяется отношением передаточных проводимостей пассивных четырехполюсников A и B .

Так как четырехполюсники A и B пассивные, то их полюсы лежат на отрицательной части действительной полуоси комплексной плоскости p . Если обе цепи имеют одинаковые полюсы, то знаменатели функций Y_{12a} и Y_{12b} сократятся и их полюсы не будут влиять на коэффициент передачи фильтра. В этом случае полюсы передаточной функции (5.20) будут определяться нулями передаточной проводимости Y_{12b} . При этом, поскольку нули передаточной проводимости пассивной RC -цепи могут лежать в любой точке комплексной плоскости p , оказывается возможным реализовать цепь с коэффициентом передачи, имеющим комплексно-сопряженные полюсы, как для колебательного контура. Однако для обеспечения устойчивости схемы эти полюсы должны лежать в левой части комплексной плоскости, т.е. вещественная часть комплексного полюса должна быть отрицательной.

Очевидно, что нули коэффициента передачи (5.20) будут определяться нулями передаточной проводимости Y_{12a} , и, следовательно, можно получить любые требуемые действительные или комплексно-сопряженные нули коэффициента передачи фильтра. Таким образом, активный RC -фильтр с одноконтурной обратной связью в цепи идеального ОУ дает возможность получать коэффициент передачи практически с любыми нулями и полюсами.

Некоторые пассивные RC -цепи, используемые в активных фильтрах, представлены на рис. 5.9, а их характеристики приведены в табл. 5.1. Используя представленные здесь пассивные цепи с частотно-зависимыми характеристиками, можно построить фильтр с любой амплитудно-частотной характеристикой. Расчет коэффициента передачи построенного устройства следует проводить с помощью полученного выше равенства:

$$K_u = \frac{U_{2b}}{U_{1a}} = -\frac{Y_{12a}}{Y_{12b}} = -\frac{Y_{21a}}{Y_{21b}}.$$

А. Фильтр нижних частот (ФНЧ) с одноконтурной обратной связью

Рассматриваемый фильтр предназначен для выделения сигналов, частота которых ниже некоторой заданной частоты, называемой частотой среза фильтра. ФНЧ практически без ослабления пропускает сигналы в полосе частот от постоянного напряжения до частоты среза и ослабляет сигналы, частота которых выше частоты среза. Наиболее часто ФНЧ используется в детекторах амплитудно-модулированных гармонических и импульсных сигналов и в выпрямителях переменного тока узлов питания радиоаппаратуры.

Таблица 5.1

Вид RC-цепи	Передаточная проводимость цепи, Y_{21}	Обозначения некоторых параметров
а)	$-g$	$g = \frac{1}{r}$
б)	$-C(p + \alpha)$	$\alpha = \frac{g}{C}$
в)	pC	$p = -j\omega$
г)	$-\frac{gp}{p + \alpha}$	$\alpha = \frac{g}{C}$
д)	$-\frac{g_1 g_2}{C(p + \alpha)}$	$\alpha = \frac{g_1 + g_2}{C}$
е)	$-\frac{p^2 C_1 C_2}{(C_1 + C_2)(p + \alpha)}$	$\alpha = \frac{g}{C_1 + C_2}$
ж)	$-\frac{C_2^2(p^2 + \alpha p + \omega_0^2)}{p + \alpha}$	$\alpha = \frac{g_1 + g_2}{C_1}$ $\omega_0^2 = \frac{g_1 g_2}{C_1 C_2}$
з)	$-\frac{C_1 C_2 \left(p^2 + p \frac{\omega_0^2}{\alpha} + \omega_0^2 \right)}{(C_1 + C_2)(p + \alpha)}$	$\alpha = \frac{g_1}{C_1 + C_2}$ $\omega_0^2 = \frac{g_1 g_2}{C_1 C_2}$
и)	$\frac{\frac{g_1 g_2}{C_3} (p + \alpha_1) + p^2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (p + \alpha_2)}{(p + \alpha_1)(p + \alpha_2)}$	$\alpha_1 = \frac{g_1 + g_2}{C_3}$ $\alpha_2 = \frac{g_3}{C_1 + C_2}$

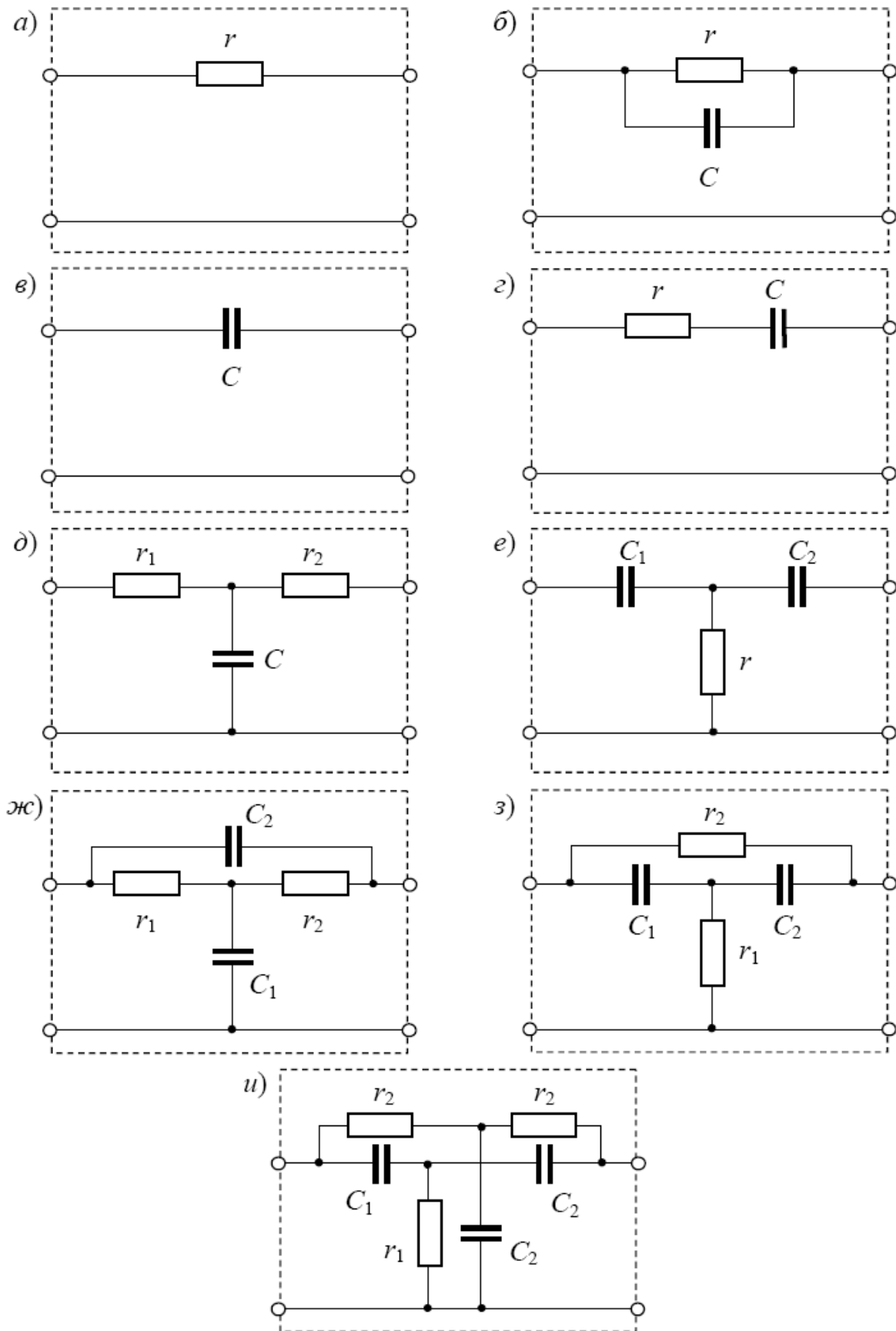


Рис. 5.9. Пассивные четырехполосники, используемые в активных фильтрах

В зависимости от числа полюсов в передаточной характеристике ФНЧ делят на однополюсные (первого порядка), двухполюсные (второго порядка) и многополюсные (высокого порядка). Схема активного ФНЧ первого порядка приведена на рис. 5.10, а.

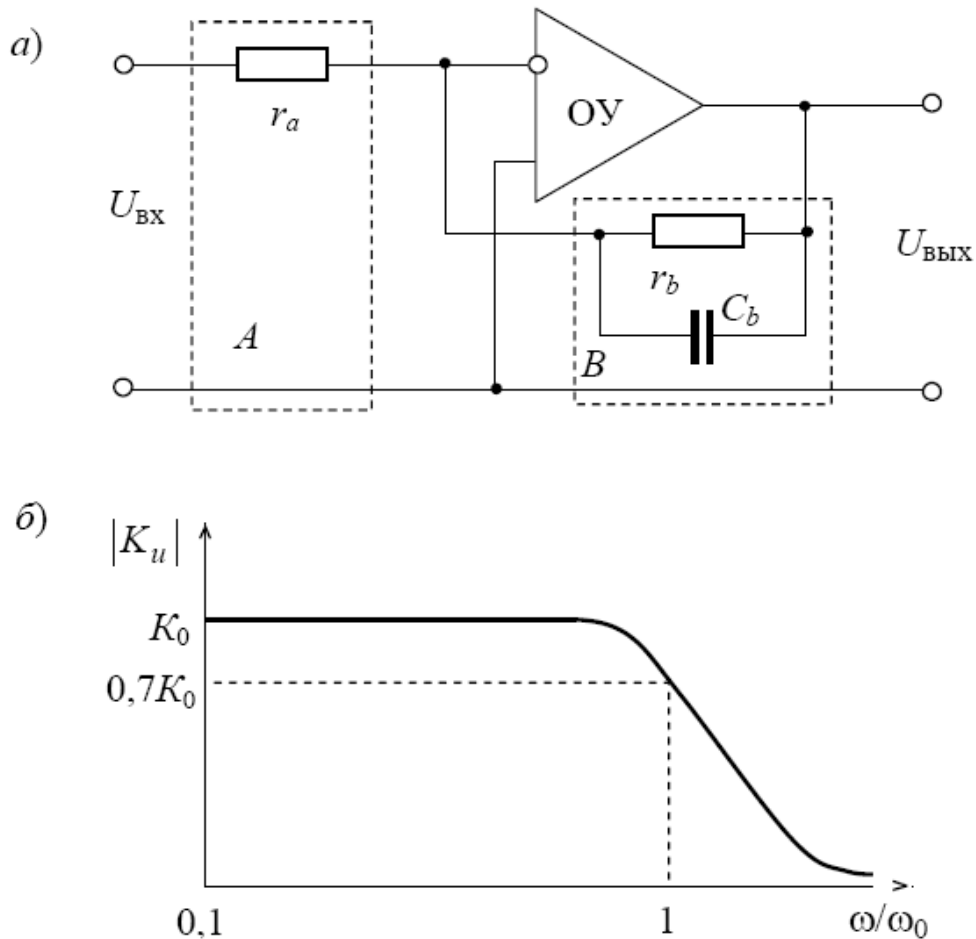


Рис. 5.10. Фильтр нижних частот с одноконтурной обратной связью первого порядка (а) и его амплитудно-частотная характеристика (б)

В этом фильтре четырехполюсник A выполнен на одном сопротивлении r_a , а четырехполюсник B содержит параллельно соединенные элементы r_b и C_b . Передаточная проводимость четырехполюсника A имеет значение $Y_{21a} = -g_a$, а четырехполюсника B – значение

$$Y_{21b} = -(g_b + j\omega C_b).$$

Коэффициент передачи ФНЧ по напряжению –

$$|K_u| = \frac{Y_{21a}}{Y_{21b}} = -\frac{g_a}{g_b + j\omega C_b} = -\frac{K_0 \omega_c}{j\omega + \omega_c}, \quad (5.21)$$

где $K_0 = g_a / g_b$ – коэффициент передачи фильтра на постоянном напряжении, $\omega_c = g_b / C_b$ – частота среза фильтра.

Модуль передаточной функции фильтра на синусоидальном сигнале равен

$$|K_u| = \frac{K_0}{\sqrt{1 + (\omega / \omega_c)^2}}, \quad (5.22)$$

а его график приведен на рис. 5.10, б, откуда видно, что на частоте среза фильтр вносит затухание, равное $0,707 \cdot K_0$ (или 3 дБ).

Коэффициент передачи ФНЧ второго порядка в общем случае определяется выражением

$$K_u = - \frac{K_0 \omega_c^2}{p^2 + \alpha \omega_c p + \omega_c^2}, \quad (5.23)$$

где K_0 – коэффициент передачи фильтра на постоянном напряжении, ω_c – частота среза фильтра, $\alpha = Q^{-1}$ – затухание фильтра, Q – его добротность.

Выражение (5.23) имеет два полюса:

$$p_{1,2} = -\frac{\alpha \omega_c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha \omega_c}{2}\right)^2 - \omega_c^2}, \quad (5.24)$$

откуда следует, что при $\alpha < 2$ полюсы коэффициента передачи будут комплексно-сопряженными, а при $\alpha > 2$ – вещественными. Амплитудно-частотные характеристики ФНЧ второго порядка для различных значений $\alpha < 2$ приведены на рис. 5.11, а.

При $\alpha \rightarrow 0$ добротность $Q \rightarrow \infty$. При этом фильтр будет возбуждаться на частоте ω_c . Практическая реализация ФНЧ второго порядка возможна при использовании в качестве четырехполюсников A и B звеньев δ и ε из табл. 5.1. Схема такого фильтра приведена на рис. 5.11, б. В соответствии с табл. 5.1 частота среза этого фильтра определяется выражением

$$\omega_c = (r_{1b} r_{2b} C_{1b} C_{2b})^{-1/2},$$

добротность фильтра –

$$Q = \alpha^{-1} = \left[\frac{C_{2b}}{C_{1b}} \frac{(r_{1b} + r_{2b})^2}{r_{1b} \cdot r_{2b}} \right]^{-1/2},$$

а коэффициент передачи на постоянном напряжении

$$K_0 = \frac{r_{1b} + r_{2b}}{r_{1a} + r_{2a}}.$$

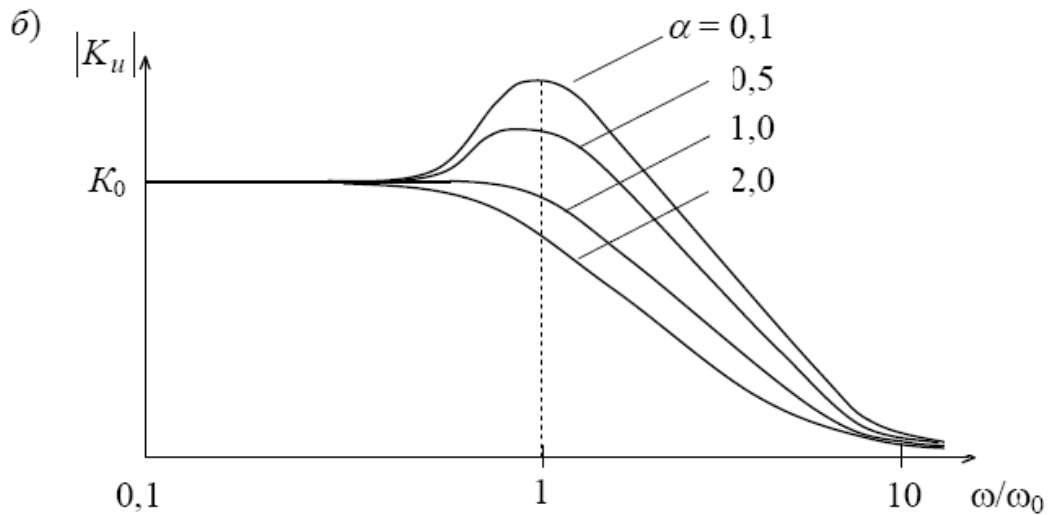
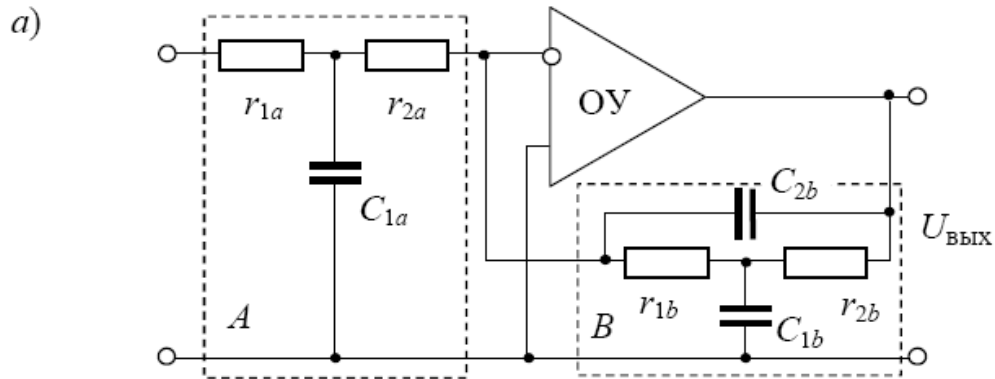


Рис. 5.11. Амплитудно-частотная характеристика ФНЧ второго порядка (a) и его схема (б)

Б. Фильтр верхних частот (ФВЧ) с одноконтурной обратной связью

Этот фильтр предназначен для выделения сигналов, частота которых выше некоторой заданной частоты, называемой частотой среза фильтра. ФВЧ практически без ослабления пропускает сигналы выше частоты среза и ослабляет сигналы с частотой ниже частоты среза. В зависимости от числа полюсов в передаточной характеристике ФВЧ делят на однополюсные (первого порядка) и двухполюсные (второго порядка). Схема ФВЧ первого порядка приведена на рис. 5.12 a. В этой схеме изменен только четырехполюсник A , в котором сопротивление r_a заменено емкостью C_a . Передаточные проводимости пассивных четырехполюсников имеют значения:

$$Y_{21a} = -j\omega C_a; \quad Y_{21b} = -(g_b + j\omega C_b).$$

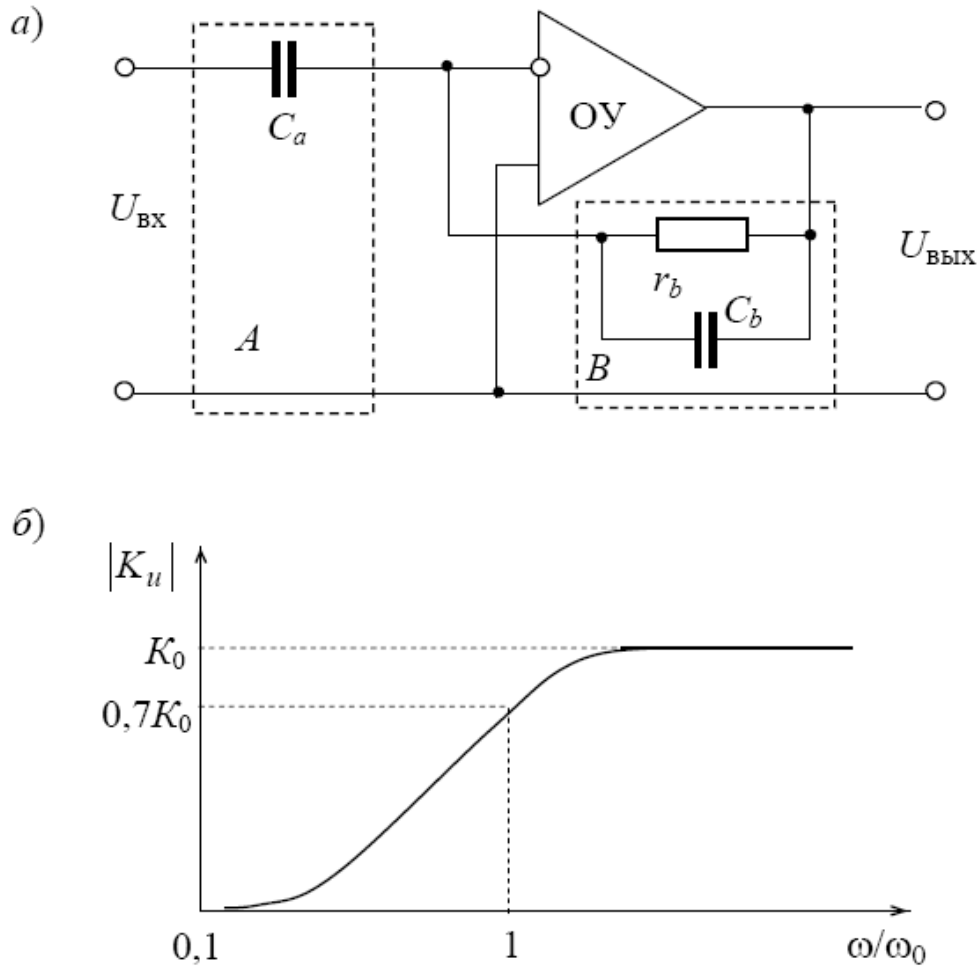


Рис. 5.12. Схема фильтра верхних частот первого порядка с одноконтурной обратной связью (а) и его амплитудно-частотная характеристика (б)

Коэффициент передачи фильтра определяется по формуле (5.20) и равен

$$K_u = \frac{Y_{21a}}{Y_{21b}} = -\frac{j\omega C_a}{g_b + j\omega C_b} = -\frac{j\omega K_0}{\omega_c + j\omega}, \quad |K_u| = \frac{\omega K_0}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}}, \quad (5.25)$$

где $K_0 = C_a/C_b$ – коэффициент передачи фильтра на бесконечно высокой частоте, а $\omega_c = (r_b C_b)^{-1}$ – частота среза фильтра.

Амплитудно-частотная характеристика ФВЧ первого порядка приведена на рис. 5.12, б. На частоте среза фильтра коэффициент передачи фильтра достигает значения $0,707 \cdot K_0$.

Передаточная характеристика ФВЧ второго порядка определяется в общем случае выражением

$$K_u = \frac{K_0}{p^2 + \alpha \omega_c p + \omega_c^2}, \quad (5.26)$$

которое имеет два полюса:

$$p_{1,2} = -\frac{\alpha \omega_c}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha \omega_c}{2}\right)^2 - \omega_c^2}. \quad (5.27)$$

Амплитудно-частотная характеристика такого фильтра определяется формулой

$$|K_u| = \frac{K_0 \omega^2}{\sqrt{\omega^4 + \omega^4 \omega_c^2 (\alpha^2 - 2) + \omega_c^4}} \quad (5.28)$$

и имеет вид, изображенный на рис. 5.13, а.

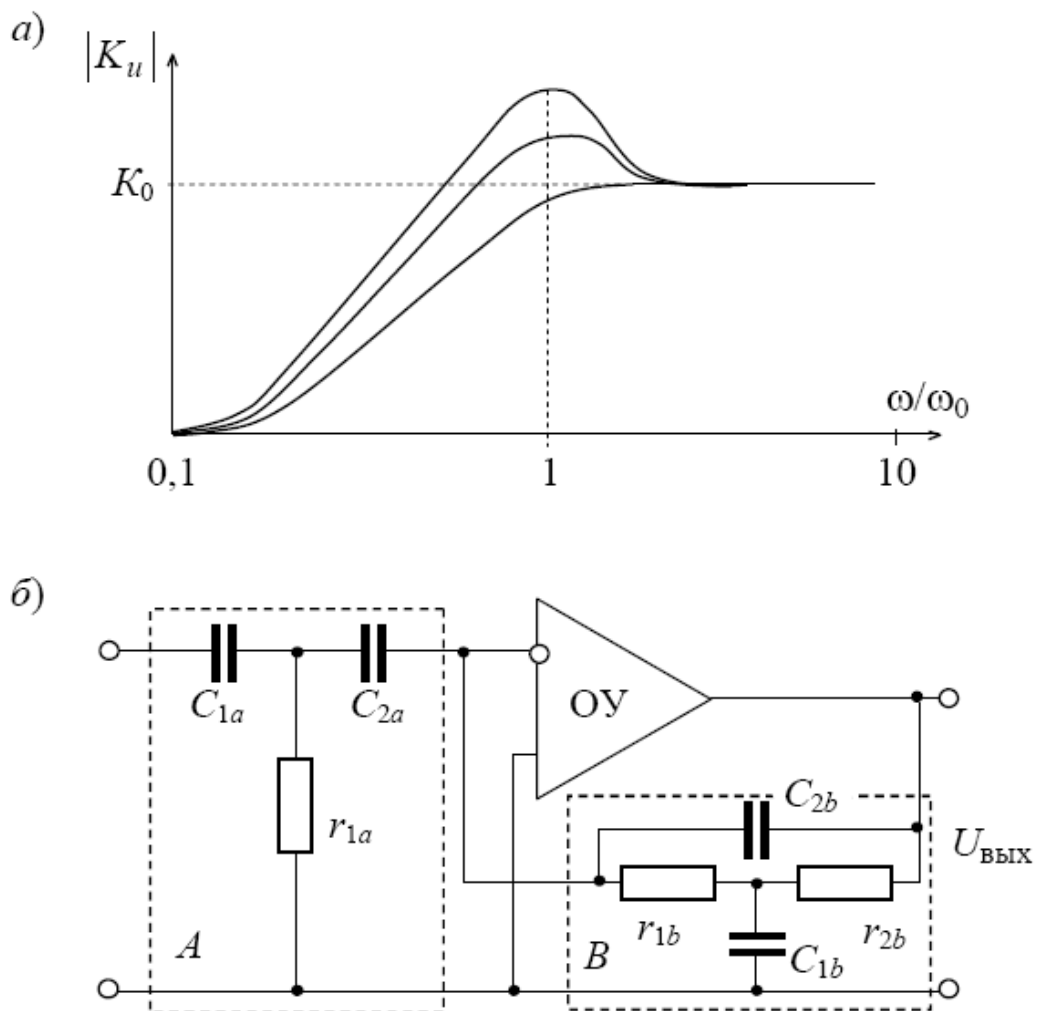


Рис. 5.13. Амплитудно-частотная характеристика ФВЧ второго порядка (а) и его схема (б)

При значении $\alpha < 2$ полюсы коэффициента передачи ФВЧ являются комплексно сопряженными, а при $\alpha > 2$ – вещественными. Для получения

максимально гладкой характеристики ФВЧ обычно выбирают $\alpha = \sqrt{2}$. При этом наклон характеристики составляет 40 дБ на декаду.

Практическая схема ФВЧ второго порядка приведена на рис. 5.13 б. Она получена при использовании в качестве четырехполюсников A и B звеньев e и $ж$, приведенных в табл. 5.1.

В соответствии с характеристиками звеньев фильтра основные характеристики ФВЧ определяются выражениями:

– частота среза фильтра:

$$\omega_c = (r_{1b} r_{2b} C_{1b} C_{2b})^{-1/2}; \quad (5.29)$$

– коэффициент передачи на высокой частоте:

$$K_0 = \frac{C_{1a} C_{2a}}{C_{2b} (C_{1a} + C_{2a})}; \quad (5.30)$$

– добротность:

$$Q = \alpha^{-1} = \left[\frac{C_{2b} (r_{1b} + r_{2b})^2}{C_{1b} r_{1b} \cdot r_{2b}} \right]^{-1/2}. \quad (5.31)$$

В. Полосовой фильтр с одноконтурной обратной связью (ПФ)

Данный фильтр предназначен для выделения сигналов, частота которых лежит в пределах некоторой полосы $\omega_{01} < \omega < \omega_{02}$. При этом он практически без ослабления пропускает сигналы, лежащие в этой полосе, и ослабляет сигналы, частоты которых лежат за пределами полосы пропускания. Полосовые фильтры бывают двухполюсные (второго порядка) и многополюсные (высокого порядка). Передаточная характеристика ПФ второго порядка определяется выражением

$$K_u = \frac{K_0 \alpha \omega_0 p}{p^2 + \alpha \omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (5.32)$$

которое имеет два комплексно сопряженных полюса ω_{01} и ω_{02} . Затухание фильтра и его добротность имеют значения

$$\alpha = \frac{\omega_{02} - \omega_{01}}{\omega_0}, \quad Q = \alpha^{-1} = \frac{\omega_0}{\omega_{02} - \omega_{01}}, \quad (5.33)$$

где $\omega_0^2 = \omega_{01} \cdot \omega_{02}$.

Максимальное усиление ПФ в полосе пропускания равно K_0 на частоте $\omega = \omega_0$. Комплексная амплитудно-частотная характеристика ПФ определяется выражением

$$K_u(j\omega) = \frac{K_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}, \quad (5.34)$$

откуда получаем значение ее модуля:

$$|K_u| = \frac{K_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}. \quad (5.35)$$

График амплитудно-частотной характеристики полосового фильтра для двух значений добротности приведен на рис. 5.14, а.

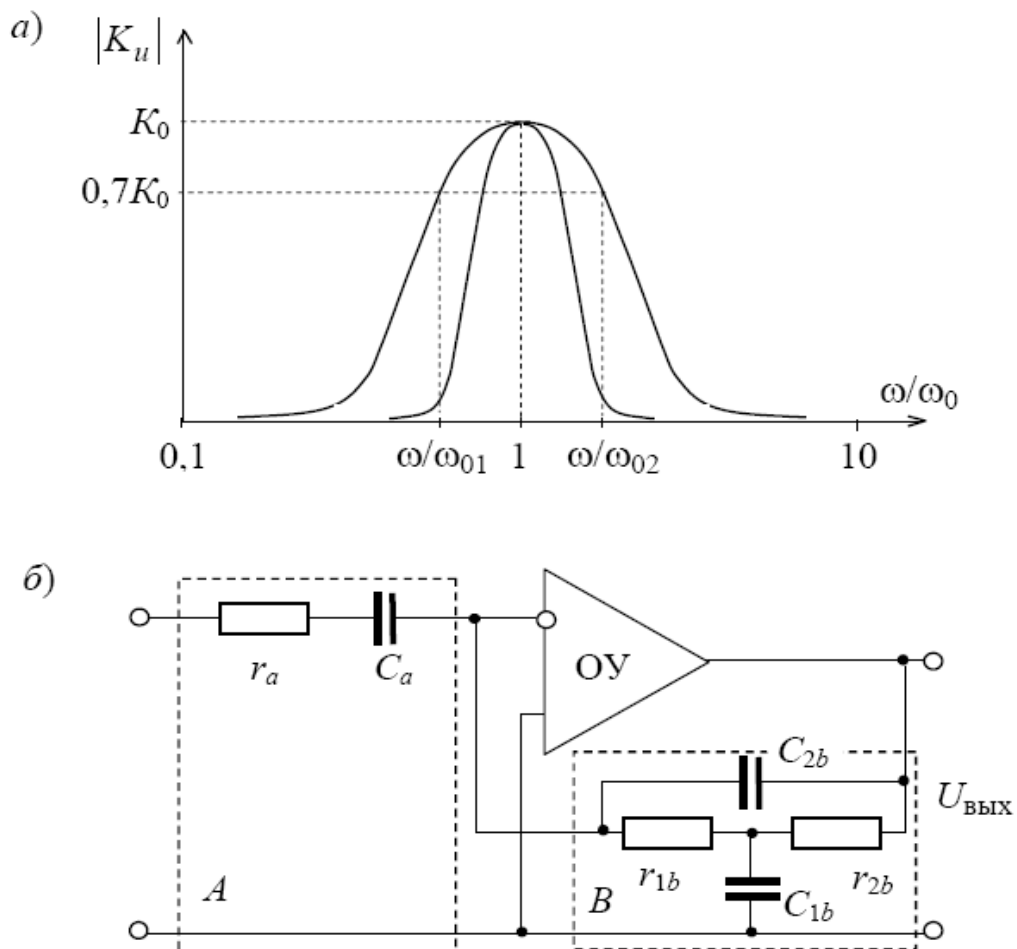


Рис. 5.14. Амплитудно-частотная характеристика полосового фильтра (а) и его схема (б)

С повышением добротности полоса пропускания такого фильтра сужается, при этом максимальное усиление на частоте $\omega = \omega_0$ остается неизменным. Реализовать полосовой фильтр можно при использовании в качестве четырехполюсников A и B звеньев $г$ и $ж$ из табл. 5.1. Схема такого полосового фильтра приведена на рис. 5.14, б.

Аналогичные результаты можно получить, если использовать в качестве четырехполюсников A и B звенья $г$ и $и$ из табл. 5.1. Схема полосового фильтра, у которого в цепи отрицательной обратной связи включен двойной Т-мост, а на входе - последовательно включенные сопротивление и емкость, приведена на рис. 5.15.

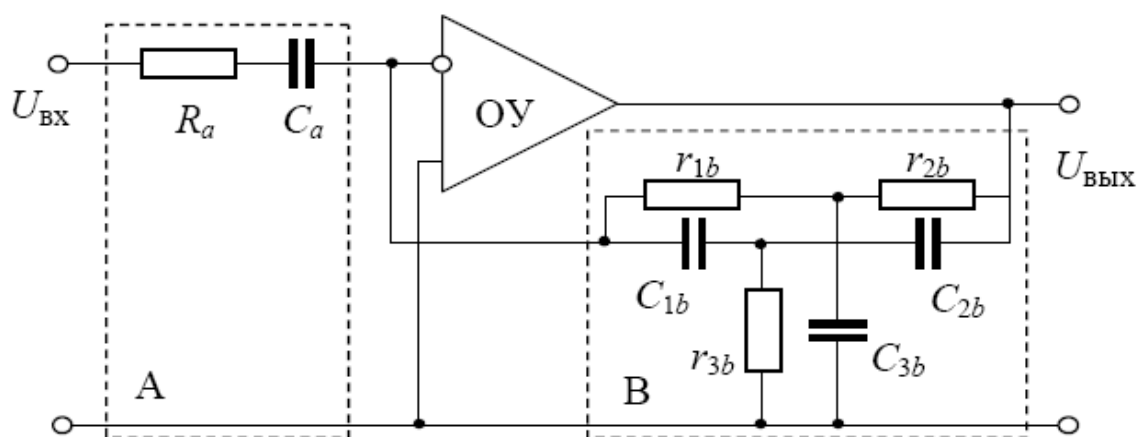


Рис. 5.15. Полосовой фильтр с двойным Т-мостом в цепи отрицательной обратной связи

Г. Заграждающий фильтр с одноконтурной обратной связью

Этот фильтр имеет частотную характеристику, противоположную частотной характеристике узкополосного фильтра. Заграждающий фильтр (ЗФ) ослабляет сигналы в полосе частот $\omega_{01} < \omega < \omega_{02}$ и пропускает на выход сигналы, частота которых лежит за пределами этой полосы частот. Передаточную функцию ЗФ можно получить, используя передаточную функцию ПФ:

$$K_{эф} = K_0 - K_{у.ПФ} = K_0 - \frac{K_0 \alpha \omega \omega_0 p}{p^2 + \alpha \omega_0 p + \omega_0^2} = \frac{K_0 (p^2 + \omega_0^2)}{p^2 + \alpha \omega_0 p + \omega_0^2}, \quad (5.36)$$

где K_0 – коэффициент передачи ЗФ на постоянном напряжении.

Комплексная амплитудно-частотная характеристика ЗФ в соответствии с выражением (5.36) имеет вид

$$K_{\text{эф}} = \frac{K_0(\omega^2 - \omega_0^2)}{(\omega^2 - \omega_0^2) - j\alpha\omega\omega_0}, \quad (5.37)$$

откуда получаем значение ее модуля:

$$K_u = |K_{\text{эф}}| = \frac{K_0(\omega^2 - \omega_0^2)}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 - (\alpha\omega\omega_0)}}. \quad (5.38)$$

Амплитудно-частотная характеристика ЗФ изображена на рис. 5.16, а. На частоте $\omega = \omega_0$ имеет K_u , а на постоянном напряжении ($\omega = 0$) получаем $K_u = K_0$. С повышением частоты $K_{\text{эф}}$ также стремится к значению $K_u = K_0$.

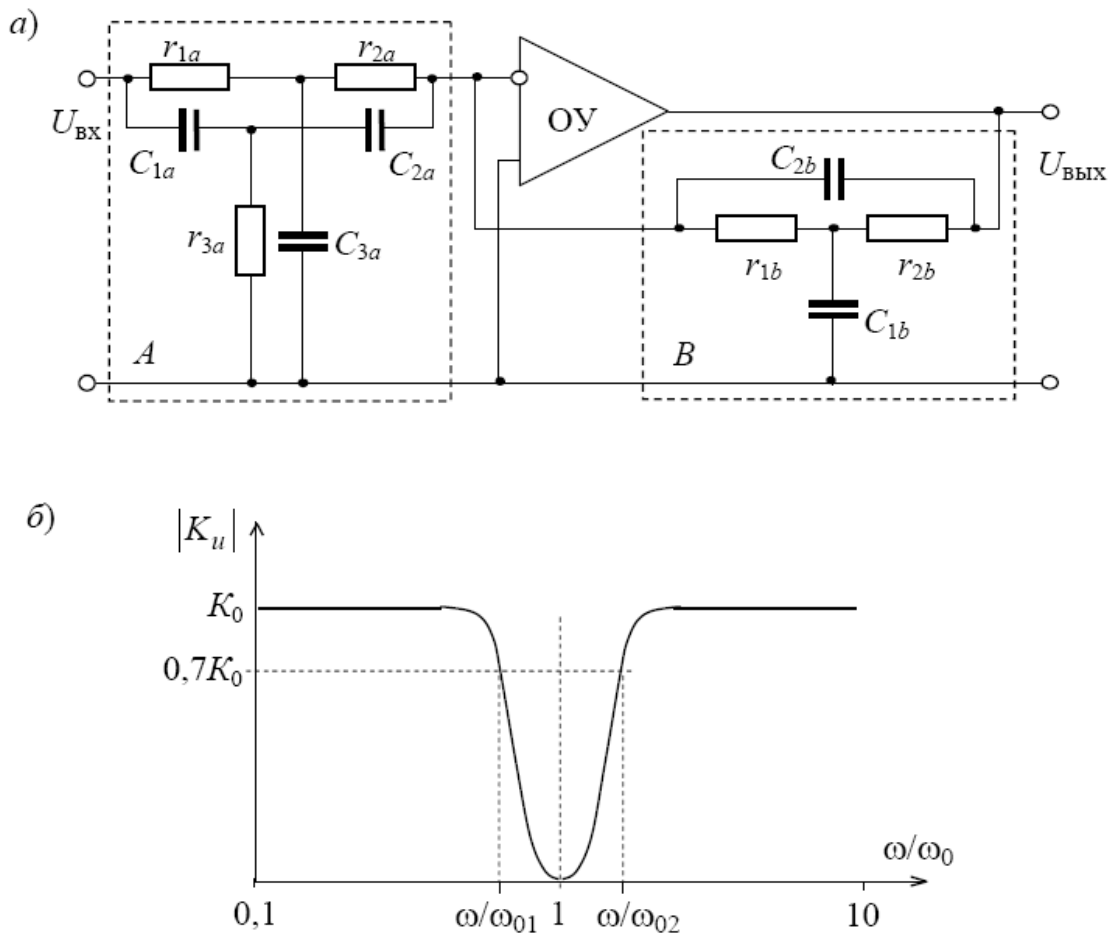


Рис. 5.16. Заграждающий фильтр с одноконтурной обратной связью (а) и его амплитудно-частотная характеристика (б)

Реализовать 3Ф с такой же характеристикой можно при использовании в качестве четырехполюсников A и B звеньев u и $ж$ из табл. 5.1. Полагая, что $\alpha_{1a} = \alpha_{2a} = \alpha_{2b} = \alpha$, т.е. выполняя условия

$$\frac{g_{1a} + g_{2a}}{C_{3a}} = \frac{g_{3a}}{C_{1a} + C_{2a}} = \frac{g_{1b} + g_{2b}}{C_{1b}},$$

$$C_{1a} + C_{2a} = C_{3a},$$

$$g_{1a} + g_{2a} = g_{3a},$$

получаем характеристики K_0 и ω_0 :

$$K_0 = \frac{r_{1b} + r_{2b}}{r_{1a} + r_{2a}}; \quad \omega_0 = (r_{1b}r_{2b}C_{1b}C_{2b})^{-1/2}.$$

Как видно из амплитудно-частотной характеристики рассмотренного заграждающего фильтра, гармонические составляющие спектра фильтруемого сигнала, лежащие в полосе частот $[\omega_{01}, \omega_{02}]$, будут подавлены и не попадут на выход устройства. По этой причине заграждающие фильтры используют в тех случаях, когда во входном сигнале имеются помехи, лежащие в указанном диапазоне частот. Очевидно, что вместе с помехами будут «вырезаться» и гармоники информационного сигнала. Но если общая мощность вырезаемых полезных гармоник мала по сравнению с полной мощностью информационного сигнала, то такой способ борьбы с помехами окажется приемлимым.

Вопросы для самопроверки к разделу 5

1. Перечислите основные виды частотных фильтров и укажите наиболее распространенные задачи, решаемые с помощью этих устройств.
2. Чем отличаются активные фильтры от пассивных?
3. Какой из рассмотренных фильтров может быть использован в качестве интегрирующего функционального преобразователя?
4. Какой из рассмотренных фильтров может быть использован в качестве дифференцирующего функционального преобразователя?
5. Как выглядят амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики идеальных фильтров (ФНЧ, ФВЧ и ПФ)?
6. Чем отличается активный фильтр с одноконтурной обратной связью (ОС) от фильтра с двухконтурной ОС?

7. Чем отличается активный фильтр первого порядка от фильтра второго порядка?
8. Какая величина частоты соответствует частоте среза фильтра?
9. Каков физический смысл термина «добротность фильтра»?
10. Как связаны между собой добротность фильтра и его затухание?
11. Приведите примеры электронных устройств, в которых используются фильтры низкой частоты.
12. В каких случаях используются полосовые фильтры?
13. Приведите примеры использования заграждающих фильтров.
14. Как сказывается на АЧХ активного фильтра внутренний коэффициент усиления ОУ?

6. Модуляция гармонических сигналов

Мощность, излучаемая антенной передатчика, в первом приближении пропорциональна току в антенне I_A и его частоте ω и, кроме того, зависит от геометрических размеров излучающей части антенны l :

$$P_{\text{изл}} = \varphi(I_A^2 \omega^2 l^2). \quad (6.1)$$

Чем больше излучаемая мощность, тем на большем расстоянии может поддерживаться устойчивая радиосвязь. При непрерывном методе передачи, передатчик-генератор посылает энергию в антенну в течение всего времени сигнала. При импульсном методе передачи генератор посылает энергию в антенну кратковременными импульсами.

Частота передаваемых информационных сигналов (речи, музыки, кодовых команд) невысока, поэтому для их передачи на большие расстояния пользуются методом модуляции гармонического сигнала. В качестве модулирующего выступает информационный сигнал, а модулируемым (несущим) сигналом является высокочастотный гармонический сигнал. Именно эти колебания высокой частоты, называемой несущей частотой, переносят передаваемый сигнал от места излучения до точки приема.

Как известно, любая величина, изменяющаяся по синусоидальному закону $a = A \sin(\omega t + \varphi)$, определяется тремя параметрами: амплитудой, частотой и фазой. Модуляцией называется процесс воздействия колебаний низкой частоты на один из параметров высокочастотного колебания. В соответствии с этим различают амплитудную, частотную и фазовую модуляции.

6.1. Амплитудная модуляция

При амплитудной модуляции амплитуда высокочастотного модулируемого колебания изменяется в соответствии с изменениями амплитуды модулирующего колебания низкой частоты.

Рассмотрим основные теоретические соотношения для этого вида модуляции и практические способы ее осуществления.

Пусть высокочастотные колебания определяются уравнением

$$i_{\omega} = I_{m\omega} \cos \omega t, \quad (6.2)$$

где ω - угловая частота высокочастотного колебания, а колебания низкой частоты – уравнением

$$i_{\Omega} = I_{m\Omega} \cos \Omega t, \quad (6.3)$$

где Ω - угловая частота низкочастотного колебания. Тогда, согласно определению амплитудной модуляции, уравнение для модулированного тока можно написать так:

$$i_M = (I_{m\omega} + I_{m\Omega} \cos \Omega t) \cos \omega t. \quad (6.4)$$

Выражение в скобках определяет амплитуду высокочастотного колебания, изменяющуюся по закону изменения амплитуды колебания низкой частоты. После несложных преобразований уравнение для модулированного тока примет вид

$$i_M = I_{m\omega} (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega t. \quad (6.5)$$

Величина m в последнем выражении соответствует отношению токов $I_{m\Omega}$ и $I_{m\omega}$, $m = I_{m\Omega} / I_{m\omega}$ и называется коэффициентом модуляции тока.

Рассуждая аналогичным образом, можно написать и уравнение для модулированного напряжения:

$$u_M = U_{m\omega} (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega t, \quad (6.6)$$

где $m = U_{m\Omega} / U_{m\omega}$ – коэффициент модуляции напряжения.

На рис. 6.1, *а* приведен график амплитудно-модулированного тока i_M . Из графика видно, что коэффициент модуляции m не может быть больше единицы.

Определим частотный состав амплитудно-модулированного колебания, пользуясь уравнением (6.5). Раскрыв скобки и произведя несложное преобразование, получим

$$i_M = I_{m\omega} + \frac{I_{m\omega}m}{2}\cos(\omega + \Omega)t + \frac{I_{m\omega}m}{2}\cos(\omega - \Omega)t. \quad (6.7)$$

Из этого выражения следует, что при модуляции одним тоном с частотой Ω в состав модулированного тока входят три составляющие: составляющая основной – несущей частоты с амплитудой $I_{m\omega}$ и составляющие суммарной и разностной частот (верхней и нижней боковых частот) с равными амплитудами. Амплитуды боковых частот не могут быть больше половины амплитуды несущей.

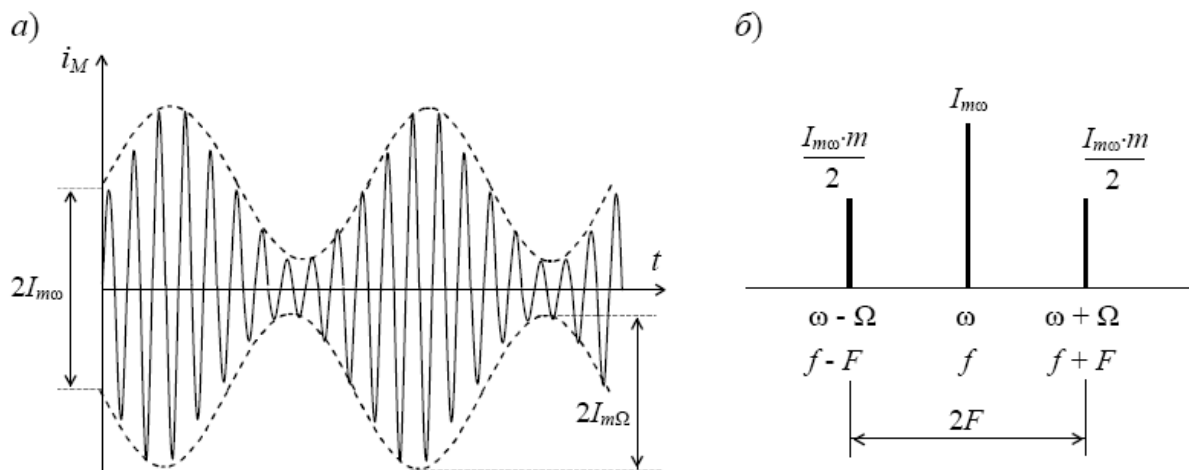


Рис. 6.1. График амплитудно-модулированного гармонического сигнала (*а*) и его амплитудно-частотный спектр (*б*)

На рис. 6.1, *б* показан спектр колебаний при амплитудной модуляции одним тоном. Модулированный сигнал при модуляции одной частотой Ω занимает полосу частот, равную удвоенной частоте модуляции (2Ω или $2F$).

На рис. 6.2, *а* показана схема осуществления амплитудной модуляции, а на рис. 6.2, *б* приведена векторная диаграмма, иллюстрирующая процесс амплитудной модуляции. В схеме на рис. 6.2, *а* модуляция несущего сигнала реализуется путем смещения напряжения на затворе полевого транзистора.

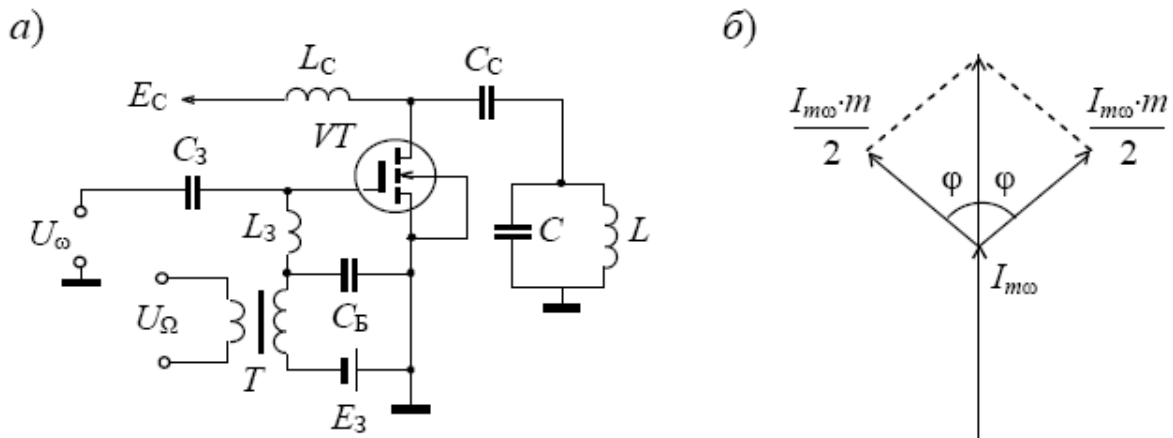


Рис. 6.2. Схема осуществления амплитудной модуляции (а) и векторная диаграмма амплитудно-модулированного колебания (б)

Одновременно на затвор полевого транзистора VT поступают три напряжения: напряжение смещения от автономного источника E_3 , напряжение несущей частоты U_ω , от возбuditеля и модулирующее напряжение звуковой частоты U_Ω . Из схемы и векторной диаграммы видно, что мгновенное значение амплитуды модулированного тока (или напряжения) определяется геометрической суммой векторов амплитуд всех его составляющих.

Если составляющие модулированного тока были бы одной частоты, то взаимное расположение векторов их амплитуд в течение времени оставалось бы неизменным и, значит, амплитуда колебания была бы неизменной. В нашем случае вектор амплитуды тока составляющей верхней боковой частоты, за время t опережает вектор амплитуды тока несущей частоты на угол $\varphi = (\omega + \Omega)t$; за этот же промежуток времени t вектор амплитуды тока составляющей нижней боковой частоты отстает от вектора тока несущей частоты на угол $\varphi' = (\omega - \Omega)t$, как бы вращается в обратную сторону с частотой $(\omega - \Omega)$.

При модуляции спектром частот от $F_{\text{мин}}$ до $F_{\text{макс}}$ в состав амплитудно-модулированного колебания входят не две боковых частоты, а две полосы боковых частот. Модулированный сигнал занимает теперь полосу частот, равную удвоенному значению наивысшей частоты модулирующего сигнала. Так, например, если модуляция осуществляется сигналами частот от 50 Гц до 6 кГц, то независимо от несущей частоты амплитудно-модулированный сигнал занимает в эфире полосу частот $\Pi = 2 F_{\text{макс}} = 12 \text{ кГц}$.

Передаваемый сигнал содержится только в боковых частотах; несущая же частота в процессе модуляции никаких изменений не претерпевает. Поэтому практическое применение находит однополосная передача, когда передатчик излучает в эфир сигналы только одной боковой частоты. При этом сигнал занимает сравнительно узкую полосу частот, передатчик работает с более низким уровнем помех и с более высоким к. п. д.

Амплитудную модуляцию можно практически осуществить при помощи обычного усилителя мощности, на вход которого поступает высокочастотное напряжение несущей (модулируемой) частоты. Напряжение звуковой (модулирующей) частоты может быть приложено к любому выводу транзистора, в том числе и к затвору.

В зависимости от того, к какому выводу транзистора приложено напряжение модулирующего фактора, изменяющего амплитуду высокочастотного тока, различают схемы амплитудной модуляции с модуляцией потенциалов затвора, истока или стока. В случае использования модулятора на биполярном транзисторе модулируют, соответственно, потенциалы базы, эмиттера или коллектора.

Режим работы усилителя мощности, в котором осуществляется модуляция, определяется частотной и амплитудной модуляционными характеристиками.

Частотная модуляционная характеристика выражает зависимость коэффициента модуляции от частоты модулирующего напряжения при постоянной амплитуде и должна представлять собой прямую, параллельную оси абсцисс (оси частот).

Частотные искажения при модуляции отсутствуют, если коэффициент модуляции m не зависит от частоты, а определяется только соотношениями между токами звуковой и несущей частот. Следует иметь в виду, что в зависимости от схемы модуляции амплитуда модулирующего напряжения для получения заданного коэффициента модуляции m должна быть различной. Так, например, при осуществлении модуляции потенциала коллектора амплитуда модулирующего напряжения должна быть во много раз больше, чем при модуляции на базу, поскольку изменение напряжения на базе в β раз сильнее влияет на ток коллектора.

Амплитудная модуляционная характеристика выражает зависимость коэффициента модуляции от амплитуды модулирующего напряжения при постоянной частоте. При отсутствии нелинейных искажений динамическая амплитудная характеристика должна представлять собой прямую линию, выходящую из начала координат под некоторым углом к оси абсцисс.

Значительный интерес представляет статическая модуляционная характеристика, которая устанавливает зависимость между первой гармоникой анодного тока или тока в контуре от изменения напряжения на электроде лампы, на который предполагается подавать в дальнейшем модулирующее напряжение. По статической модуляционной характеристике можно определить положение первоначальной рабочей точки (она должна находиться на середине линейного участка характеристики), исходное напряжение на управляющем электроде в режиме несущей частоты и амплитуду модулирующего напряжения, при которой нелинейные искажения не превышают допустимых значений.

В дополнение к изложенным выше требованиям, предъявляемым к режиму работы модулирующего каскада, следует заметить, что модуляция потенциала затвора может иметь место лишь при изменении как величины максимального значения импульса тока стока, так и угла его отсечки. Если модулирующий каскад будет работать без отсечки тока стока, то перемещение рабочей точки вызовет лишь изменение постоянной составляющей коллекторного тока, но не его первой гармоники. Модуляция будет отсутствовать.

При амплитудной модуляции колебательная мощность, выделяемая в нагрузке, изменяется в широких пределах. Пределы изменения тока при модуляции можно определить из выражений

$$I_{\text{макс}} = I_{m\omega} (1 + m), \quad (6.8)$$

$$I_{\text{мин}} = I_{m\omega} (1 - m).$$

При модуляции мощность в нагрузке изменяется от величины

$$P_1 \text{ à } P_{\text{макс}} = I_{m\omega}^2 (1 + m)^2 R_{\text{н}} = P_{\omega} (1 + m)^2 \quad (6.9)$$

до величины

$$P_1 \text{ è } P_{\text{мин}} = I_{m\omega}^2 (1 - m)^2 R_{\text{н}} = P_{\omega} (1 - m)^2, \quad (6.10)$$

где P_{ω} – мощность в режиме несущей частоты (при отсутствии модуляции), $R_{\text{н}}$ – сопротивление нагрузочного контура. При $m = 1$, $P_{\text{макс}} = 4P_{\omega}$, а $P_{\text{мин}} = 0$.

Практический интерес представляет мощность, выделяемая в нагрузке за период модулирующего напряжения. Это так называемая телефонная мощность P_T :

$$P_{\dot{O}} = P_{\omega} + 2P_{\dot{a}} = P_{\omega} + 2 \frac{1}{2} \left(\frac{I_{m\omega} m}{2} \right)^2 R_{\dot{Y}} = P_{\omega} \left(1 + \frac{m^2}{2} \right), \quad (6.11)$$

где $P_{\dot{O}}$ — мощность боковой частоты.

Из последнего выражения следует, что при модуляции в нагрузке выделяется мощность большая, чем в режиме несущей частоты. Поэтому режим несущей частоты при модуляции потенциала базы является наиболее тяжелым режимом работы транзистора:

$$P_a = P_0 - P_{\omega} \leq P_{a \text{ доп.}} \quad (6.12)$$

Выбор транзистора при модуляции смещением производят из условия

$$P_{\text{ном}} \geq P. \quad (6.13)$$

При этом можно исходить из приближенного равенства

$$P_{\text{ном}} \geq (0,6 \div 0,7) P_{\text{макс.}} \quad (6.14)$$

При амплитудной модуляции средняя мощность, получаемая от транзистора, значительно меньше ее максимальной мощности, что является существенным недостатком амплитудной модуляции.

Теперь рассмотрим принцип и способы детектирования слабых амплитудно-модулированных сигналов.

Детектированием называется процесс выделения из модулированного колебания колебаний модулирующей частоты. Это процесс обратный модуляции. В зависимости от вида модулированных сигналов, поступающих на вход детектора, различают амплитудное, частотное и фазовое детектирование.

Из теории детектирования следует, что если на вход нелинейного элемента с вольтамперной характеристикой, определяемой степенным многочленом

$$I = I_{A.П.} + au + bu^2, \quad (6.15)$$

поступит амплитудно-модулированный сигнал

$$u = U_{m\omega} (1 + m \cos \Omega t) \cos \omega t, \quad (6.16)$$

то на выходе нелинейного элемента, появится низкочастотная составляющая анодного тока:

$$\begin{aligned} i = I_{АП} + aU_{m\omega}[1 + m \cos(\Omega t)]\cos(\omega t) + bU_{m\omega}^2[1 + m \cos(\Omega t)]^2 \cos^2(\omega t) = \\ I_{АП} + aU_{m\omega} \cos(\omega t) + amU_{m\omega} \cos(\Omega t) \cos(\omega t) + bU_{m\omega}^2 \cos^2(\omega t) + \\ bm^2U_{m\omega}^2 \cos^2(\Omega t) \cos^2(\omega t) + 2bmU_{m\omega}^2 \cos(\Omega t) \cos^2(\omega t) = \\ I_{АП} + aU_{m\omega} \cos(\omega t) + \frac{amU_{m\omega}}{2} \cos[(\omega - \Omega)t] + \frac{amU_{m\omega}}{2} \cos[(\omega + \Omega)t] + \\ \frac{bU_{m\omega}^2}{2} + \frac{bm^2U_{m\omega}^2}{4} + bmU_{m\omega}^2 \cos(\Omega t) + \frac{bU_{m\omega}^2}{2} \cos(2\omega t) + \\ \frac{bmU_{m\omega}^2}{2} \cos[(2\omega - \Omega)t] + \frac{bmU_{m\omega}^2}{2} \cos[(2\omega + \Omega)t] + \frac{bmU_{m\omega}^2}{2} \cos(2\omega t) + \\ \frac{bm^2U_{m\omega}^2}{4} \cos(2\Omega t) + \frac{bm^2U_{m\omega}^2}{8} \cos[(2\omega - 2\Omega)t] + \frac{bm^2U_{m\omega}^2}{8} \cos[(2\omega + 2\Omega)t] + \dots \end{aligned} \quad (6.17)$$

Таким образом, в состав тока на выходе нелинейного элемента входят: постоянная составляющая, ряд высокочастотных составляющих тока с частотами ω , 2ω , $\omega \pm \Omega$ и т.д.. Кроме этого в составе сигнала на выходе этого детектирующего элемента входят низкочастотные составляющие: с модулирующей частотой Ω и с частотами 2Ω , 3Ω , 4Ω и т.д. Именно составляющая с частотой Ω и с амплитудой является $bU_{m\omega}^2 m$ и является информационным сигналом, а составляющая тока удвоенной модулирующей частоты с амплитудой в $4/m$ раз меньшей, чем амплитуда тока основной модулирующей частоты является причиной появления на выходе детектора нелинейных искажений. Действительно, сигнала с частотой 2Ω не было в составе модулированного колебания. Он появился в процессе детектирования. Таким образом, детектирование представляет собой нелинейный процесс. Он может осуществляться лишь при наличии в схеме нелинейного элемента.

На рис. 6.3 приведена блок-схема, поясняющая принцип детектирования. Из нее следует, что если на выходе детектора включено сопротивление нагрузки R_H , зашунтированное емкостью $C_{БД}$, то при выполнении условия

$$\frac{1}{\Omega C_{\text{БЛ}}} > R_{\text{Н}} > \frac{1}{\omega C_{\text{БЛ}}} \quad (6.18)$$

на сопротивлении $R_{\text{Н}}$ выделится лишь постоянное напряжение, напряжение U модулирующей частоты U_{Ω} и, кроме того, напряжение удвоенной модулирующей частоты $U_{2\Omega}$.

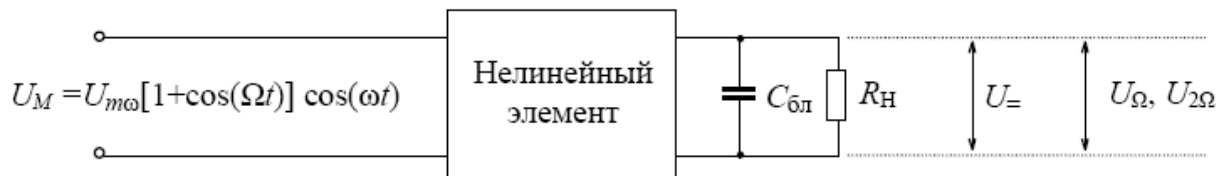


Рис. 6.3. Блок-схема детектора амплитудно-модулированных сигналов

Усилительный каскад с сопротивлением нагрузки в виде активного сопротивления может выполнять функции детектора, если сопротивление нагрузки зашунтировать емкостью $C_{\text{БЛ}}$. При этом либо исходная рабочая точка должна находиться на изгибе вольтамперной характеристики, либо каскад должен работать с отсечкой анодного тока.

Когда изменение тока детектора пропорционально квадрату амплитуды приложенного напряжения, детектор называют квадратичным. Когда детектор работает с отсечкой тока, но ток детектора изменяется пропорционально амплитуде входного сигнала, такой детектор называют линейным.

Квадратичное детектирование имеет место при уровне входных сигналов $U_{\text{ВХ}}$, не превышающих 0,3 В, а линейное детектирование – при $U_{\text{ВХ}} > 0.5$ В.

Детектор должен обладать:

а) по возможности большим коэффициентом передачи напряжения. Этот коэффициент представляет собой отношение амплитуды модулирующей частоты на выходе детектора к произведению коэффициента модуляции m на амплитуду напряжения несущей частоты на входе детектора,

$$K_{\ddot{\text{A}}} = \frac{U_{m\Omega}}{mU_{m\omega}}; \quad (6.19)$$

б) большим входным сопротивлением. Оно определяется отношением амплитуды напряжения несущей частоты на входе детектора

к амплитуде тока первой гармоники высокой частоты во входной цепи детектора,

$$R_{\hat{A}\hat{O}} = \frac{U_{m\Omega}}{I_{\hat{A}1}}. \quad (6.20)$$

Чем больше входное сопротивление детектора, тем меньшее шунтирующее действие оказывает он на предыдущий каскад;

в) малым коэффициентом фильтрации высокочастотного напряжения. Этот коэффициент характеризует отношение остаточного напряжения высокой частоты на выходе детектора $U_{\omega Вых}$ напряжению высокой частоты на входе детектора $U_{\omega Вх}$,

$$K_{\hat{O}} = \frac{\Delta U_{\omega Вых}}{U_{\omega Вх}}; \quad (6.21)$$

г) допустимыми нелинейными и частотными искажениями,

$$\gamma = \frac{\sqrt{U_{\Omega 2}^2 + U_{\Omega 3}^2}}{U_{\Omega 1}^2}, \quad (6.22)$$

где $U_{\Omega 2}$, $U_{\Omega 3}$ – амплитуды гармонических составляющих напряжения модулирующей частоты на выходе детектора, появившиеся в процессе детектирования; $U_{\Omega 1}$ – амплитуда напряжения модулирующей частоты на входе детектора.

Частотные искажения обычно оценивают частотной характеристикой, представляющей графически выраженную зависимость коэффициента, передачи детектора K_D от частоты F модулирующего напряжения при $U_{m\omega}$ и $m = \text{const}$. В идеальном случае – это прямая, параллельная оси частот F .

Наиболее простой и вместе с тем широко применяемой на практике является схема диодного детектора (рис. 6.4). В схеме использован полупроводниковый диод. На сопротивлении нагрузки R_H , состоящем из двух сопротивлений R_1 и R_2 , образуется постоянное напряжение и напряжение звуковой частоты U_{Ω} . C_C – разделительный конденсатор. R_C – сопротивление утечки первого каскада усилителя низкой частоты.

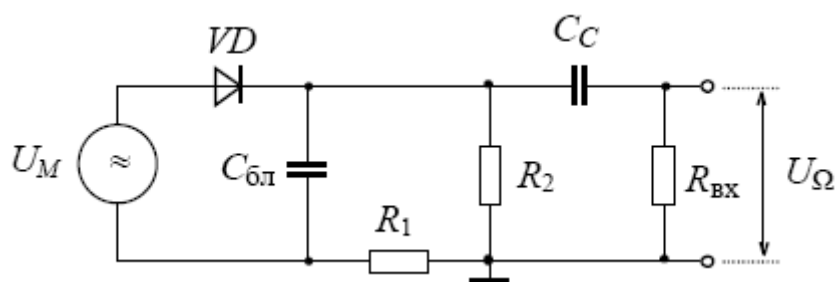


Рис. 6.4. Схема диодного детектора амплитудно-модулированных сигналов

Нелинейные искажения отсутствуют, если выполняется условие

$$C_{\text{бл}} R_1 \leq \frac{\sqrt{1-m^2}}{\Omega m}. \quad (6.23)$$

Входное сопротивление детектора можно определить из следующих соображений.

Мощность, подводимая к детектору, –

$$P = \frac{U_{m\omega}^2}{2R_{\text{вх}}}. \quad (6.24)$$

Сопротивление нагрузки детектора в десятки раз превышает внутреннее сопротивление диода, поэтому можно считать, что вся эта мощность в режиме несущей частоты выделяется в сопротивлении нагрузки

$$P_{R_1} = \frac{U_{R_1}^2}{R_1}. \quad (6.25)$$

Тогда

$$\frac{U_{m\omega}^2}{2R_{\text{вх}}} = \frac{U_{R_1}^2}{R_1}, \quad (6.26)$$

откуда

$$R_{\text{вх}} = \frac{R_1}{2}. \quad (6.27)$$

Следовательно, входное сопротивление детектора определяется сопротивлением нагрузки. Коэффициент передачи детектора меньше единицы. Его величина определяется равенством

$$\hat{E}_{\ddot{A}} = \cos \theta = \frac{U_{R_1}}{U_{m\omega}}. \quad (6.28)$$

В диодном детекторе могут возникать нелинейные искажения и в том случае, если сопротивление утечки следующего каскада будет лишь незначительно отличаться от сопротивления нагрузки детектора.

Нелинейные искажения отсутствуют, если $R_1 = \frac{R_C}{6 \div 8}$. Устойчивая работа первого каскада УНЧ может быть обеспечена при сопротивлении утечки R_C , не превышающем 1,5–2 МОм. Для того чтобы обеспечить высокое входное сопротивление детектора и вместе с тем устойчивую работу первого каскада УНЧ, сопротивление нагрузки выбирают большим и делят на две части R_1 и R_2 , как это и выполнено в рассмотренной схеме. Такое разделение сопротивления нагрузки меньше сказывается на уменьшении коэффициента передачи детектора, если сопротивление R_1 даже значительно больше сопротивления R_2 . В схеме диодного детектора с разделенной нагрузкой сопротивление $R_C = (6 \div 8) R_1$.

На рис. 6.5 приведена схема коллекторного детектора. При наличии на входе детектора модулированного сигнала высокочастотные составляющие коллекторного тока замыкаются через конденсатор $C_{БЛ}$. Ток звуковой частоты проходит по сопротивлению нагрузки R_H . Напряжение звуковой частоты через переходной конденсатор C_C поступает на вход УНЧ. Емкость конденсатора $C_{БЛ}$ составляет сотые доли микрофарады, а емкость C_C - порядка десяти микрофард; сопротивление нагрузки редко превышает 10 кОм. Число витков катушки $L_{СВ}$ обычно в несколько раз меньше числа витков контурной катушки.

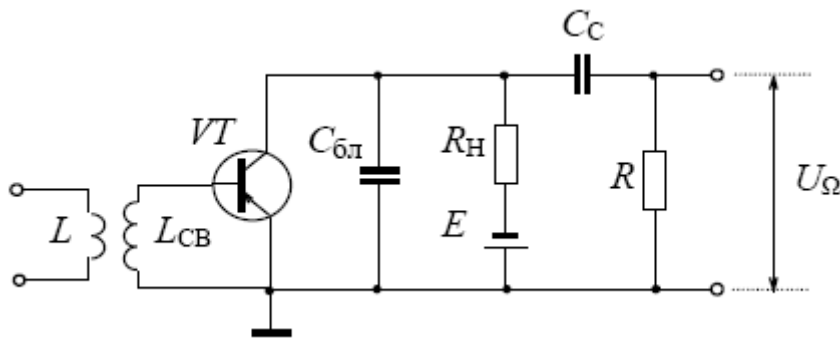


Рис. 6.5. Схема коллекторного детектора слабых амплитудно-модулированных сигналов

6.2. Частотная и фазовая модуляции

При частотной и фазовой модуляциях частота или фаза высокочастотного колебания изменяются по закону изменения амплитуды управляющего сигнала. При этих видах модуляции амплитуда высокочастотных модулированных колебаний остается неизменной, что обеспечивает постоянство энергетического баланса и одновременно высокий к. п. д. Однако спектр частот при частотно- и фазово-модулированных колебаниях значительно шире, чем при амплитудной модуляции. Поэтому частотная и фазовая модуляции находят практическое применение лишь в диапазоне ультракоротких волн.

На рис. 6.6 показан график зависимости частотно-модулированного сигнала от времени. Представлен случай, когда высокочастотный гармонический сигнал (несущий сигнал) меняет свою частоту относительно значения ω_H по синусоидальному закону с частотой Ω . Очевидно, что при такой модуляции меняется не только частота несущего колебания, но и его фаза.

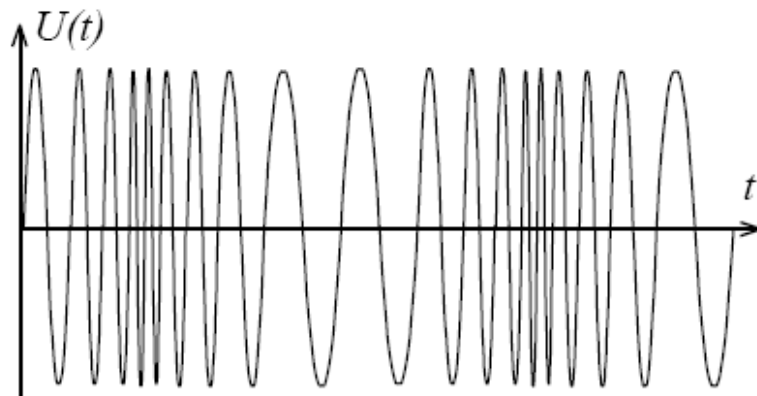


Рис. 6.6. График частотно-модулированного сигнала

$$U(t) = U_{mH} \sin (\omega_H + \Delta\omega \cos \Omega t)t$$

На рис. 6.7 представлена одна из возможных схем транзисторного генератора частотно-модулированных колебаний. Это устройство представляет собой LC-генератор Хартли, колебательный контур которого включен в цепь эмиттера биполярного транзистора по автотрансформаторной схеме. Параллельно основной емкости колебательного контура, C_k , включен варикап, управляемый модулирующим сигналом $U_{\text{мод}}$. Сопротивление R_1 предназначено для развязки колебательного контура от низкоомного выхода источника модулирующего сигнала.

Емкость C_1 предотвращает замыкание низкочастотного модулирующего напряжения индуктивностями колебательного контура $L_{к1}$ и $L_{к2}$, реактивное сопротивление которых на частоте высшей гармоники модулирующего сигнала мало. Через емкость C_2 реализуется положительная обратная связь, глубина которой определяется величиной этой емкости. Сопротивления R_2 и R_3 обеспечивают оптимальное положение рабочей точки транзистора, а сопротивление R_4 ограничивает его коллекторный ток. Индуктивность $L_{св}$ обеспечивает трансформаторную связь колебательного контура с выходом генератора.

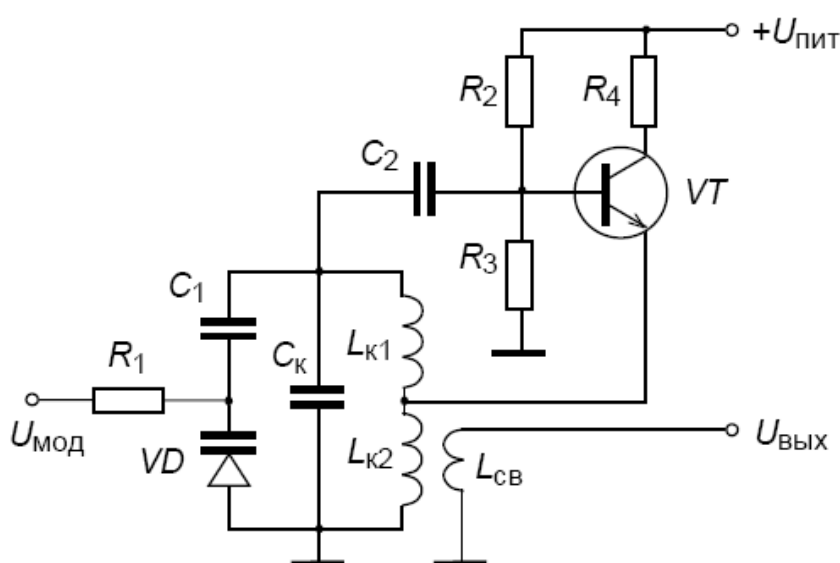


Рис. 6.7. Схема генератора частотно-модулированных колебаний

Ниже на рис. 6.8 приведены временные диаграммы, поясняющие физические процессы, происходящие при частотной и фазовой модуляциях.

Пока отсутствует модулирующий фактор (в нашем случае напряжение с частотой Ω), несущая частота остается неизменной. Однако как только появляется модулирующий сигнал, то, согласно определению этих видов модуляции, частота и фаза колебания высокой частоты начинают изменяться в соответствии с амплитудой модулирующего сигнала.

Анализируя выходной сигнал представленного генератора, нетрудно прийти к выводу, что в случае синусоидального модулирующего сигнала графики частотно-модулированного (ЧМ) и фазово-модулированного (ФМ) колебаний ничем не отличаются друг от друга. По этой причине на рис. 6.8 обоим случаям соответствует один и тот же график модулированных колебаний. Действительно, если при модуляции меняется частота

на величину $\Delta\omega' = \Delta\omega \sin(\Omega t)$, то при этом имеет место и отклонение фазы на величину $\Delta\phi' = \Delta\phi \sin(\Omega t)$. Во время положительного полупериода модулирующего напряжения частота частотно-модулированного колебания меньше несущей ($T_H < T_M$). При этом возникает также и сдвиг по фазе в сторону отставания. Во время отрицательного полупериода частота частотно-модулированного колебания больше несущей ($T_H > T_M$), но возникает сдвиг по фазе в сторону опережения, пропорциональный величине модулирующего напряжения.

Если считать, что начальная фаза колебаний равна нулю, то уравнение для мгновенного значения тока высокой частоты при отсутствии модулирующего сигнала можно записать как

$$i_{\omega} = I_{mH} \cdot \sin(\omega_H t), \quad (6.29)$$

где ω_H – несущая частота высокочастотного колебания.

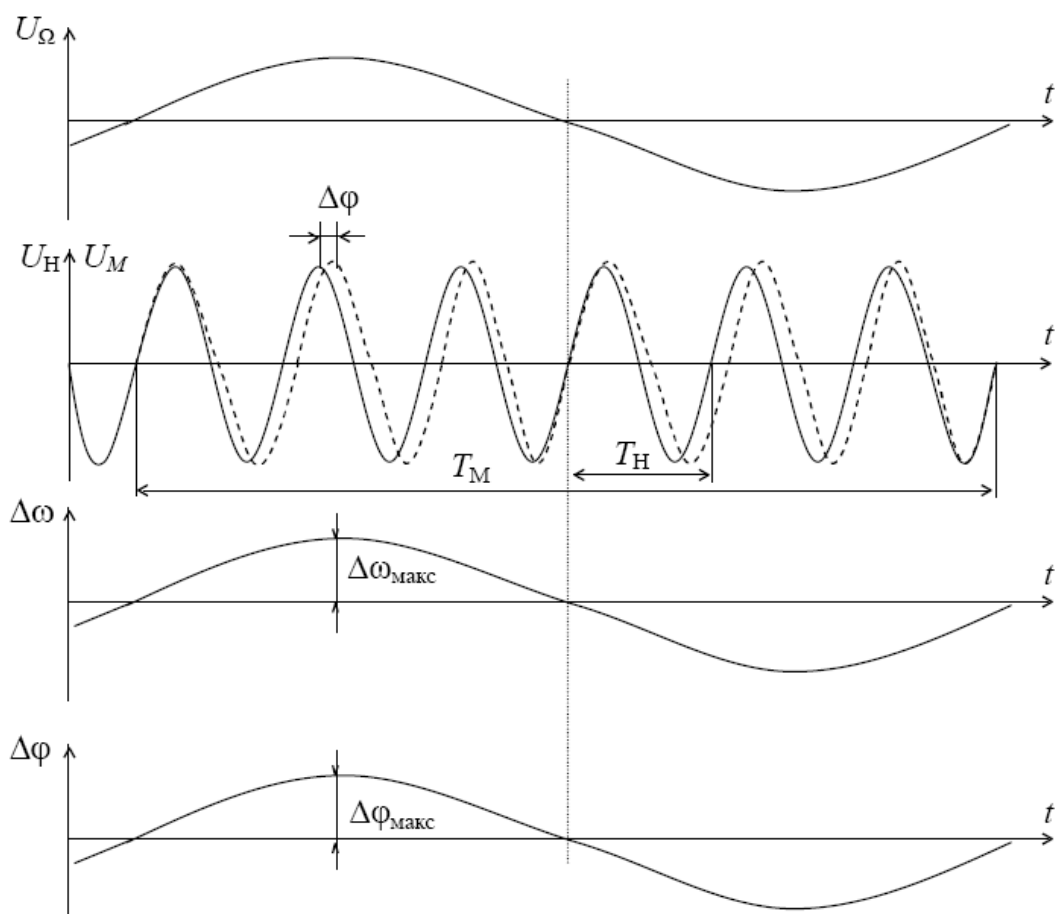


Рис. 6.8. Временные диаграммы, поясняющие принцип частотной и фазовой модуляций

Угловая частота частотно-модулированного колебания

$$\omega'_H = \omega_H + \Delta\omega' = \omega_H + \Delta\omega \cdot \cos(\Omega t), \quad (6.30)$$

где: $\Delta\omega' = \Delta\omega \cdot \cos(\Omega t)$ – мгновенное значение приращения несущей частоты для случая, когда модулирующий сигнал изменяется по косинусоидальному закону; $\Delta\omega$ – девиация частоты или максимальное отклонение частоты, которое соответствует наибольшему (амплитудному) значению модулирующего напряжения.

С учетом сказанного уравнение частотно-модулированного колебания можно записать как

$$I_{\text{ЧМ}} = I_{mH} \sin (\omega_H + \Delta\omega \cdot \cos \Omega t)t. \quad (6.31)$$

Известно, что частота является первой производной фазы по времени,

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}. \quad (6.32)$$

Точно так же фаза равна интегралу от частоты по времени,

$$\phi = \int_0^t \omega dt. \quad (6.33)$$

Воспользовавшись уравнением (6.30) и формулой (7.33), можно определить закон изменения фазы при частотной модуляции:

$$\phi = \int_0^t (\omega_1 + \Delta\omega \cos \Omega t) dt = \omega_1 t + \frac{\Delta\omega}{\Omega} \sin \Omega t. \quad (6.34)$$

Отношение девиации частоты к частоте модулирующего сигнала представляет собой девиацию фазы $\Delta\phi$ при частотной модуляции. Это отношение, обозначаемое буквой M , называется индексом модуляции,

$$\frac{\Delta\omega}{\Omega} = M. \quad (6.35)$$

Индекс модуляции численно равен амплитуде отклонения фазы $\Delta\varphi$ при частотной модуляции. Поэтому

$$\varphi = \omega_H t + M \sin \Omega t. \quad (6.36)$$

Уравнение для частотно-модулированного колебания (6.31) можно выразить через индекс модуляции:

$$I_{\text{чМ}} = I_{\text{мН}} \sin (\omega_H t + M \sin \Omega t). \quad (6.37)$$

Рассуждая аналогичным образом, нетрудно получить выражение, позволяющее определить закон изменения фазы фазово-модулированных колебаний:

$$\varphi = \omega_H t + \Delta\varphi \sin \Omega t, \quad (6.38)$$

где $\Delta\varphi$ – девиация фазы при фазово-модулированных колебаниях, соответствующая наибольшему (амплитудному) значению модулирующего сигнала.

При фазовой модуляции меняется и частота модулированного колебания:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \omega_H + \Delta\varphi\Omega \cos \Omega t. \quad (6.39)$$

Произведение $\Delta\varphi\Omega$ представляет собой девиацию частоты при фазовой модуляции:

$$\Delta\varphi\Omega = \Delta\omega. \quad (6.40)$$

Следовательно, девиация фазы при фазовой модуляции равна индексу модуляции при частотной модуляции,

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\omega}{\Omega} = M. \quad (6.41)$$

Тогда уравнение фазово-модулированного колебания приобретает тот же вид, что уравнение (6.37), т. е.

$$I_{\text{фМ}} = I_{\text{мН}} \sin (\omega_H t + M \sin \Omega t). \quad (6.42)$$

Сопоставляя уравнения, соответствующие частотной и фазовой модуляциям, можно сделать следующие выводы:

а) при частотной модуляции имеют место как девиация частоты, так и девиация фазы. Последняя пропорциональна амплитуде модулирующего колебания и обратно пропорциональна частоте модулирующего сигнала.

б) при фазовой модуляции также имеют место девиация фазы и девиация частоты. Последняя пропорциональна как амплитуде, так и частоте модулирующего колебания.

в) если модуляция осуществляется сигналом одной частоты, то нельзя установить разницу между частотно-модулированным и фазово-модулированным колебаниями. Они определяются одними и теми же уравнениями (6.37) и (6.42).

г) при модуляции спектром частот частотная и фазовая модуляции существенно различаются между собой. В первом случае девиация частоты не зависит от частоты модулирующего сигнала, во втором – девиация фазы не зависит от частоты модулирующего сигнала.

Частотно- и фазово-модулированные колебания можно представить бесконечными рядами гармоник, отличающихся друг от друга не только частотой, но и амплитудой. В состав частотно- и фазово-модулированных колебаний при модуляции одним тоном (одной частотой Ω) входит бесконечно большое число пар боковых частот $\omega_H \pm \Omega$, $\omega_H \pm 2\Omega$, $\omega_H \pm 3\Omega$ и т. д. С увеличением порядкового номера боковой частоты ее амплитуда уменьшается. Чем меньше индекс модуляции, тем быстрее убывают амплитуды боковых составляющих модулированного сигнала. Ширина полосы модулированного сигнала при этом получается равной $2F_{\text{МАКС}}$ (как и при амплитудной модуляции). За ширину полосы частот частотно-модулированного колебания принимают интервал частот, в пределах которого амплитуды боковых составляющих составляют не менее 5—10% амплитуды несущей частоты.

На практике системы ЧМ связи разделяют на узкополосные и широкополосные. Узкополосные системы ЧМ связи находят применение в служебной радиосвязи. Ширина полосы частот при этом не превышает 6–8 кГц при максимальном индексе модуляции. Широкополосные системы ЧМ связи используются при высококачественном радиовещании (звуковом сопровождении телевизионных программ). Полоса частот, занимаемая модулированным сигналом при широкополосной частотной модуляции, доходит до 200–300 кГц.

Частотные спектры частотной и фазовой модуляций имеют и некоторые различия. Сущность этих различий заключается в следующем.

Ширина полосы частот ЧМ колебания почти не зависит от частоты модуляции, но с ростом частоты модуляции уменьшается индекс модуляции и число боковых частот, меняется соотношение между их амплитудами. Частотный состав ФМ колебания по мере увеличения частоты модуляции расширяется за счет увеличения интервалов между боковыми частотами.

Следует помнить, что при фазовой модуляции ширина полосы зависит не только от амплитуды, но и от частоты модулирующего сигнала. Последнее является существенным недостатком фазовой модуляции по сравнению с частотной.

Рассмотрим процесс преобразования частотно-модулированного колебания в колебания низкой частоты. Этот процесс называется частотным детектированием. На рис. 6.9 приведена схема двухтактного частотного детектора (дискриминатора).

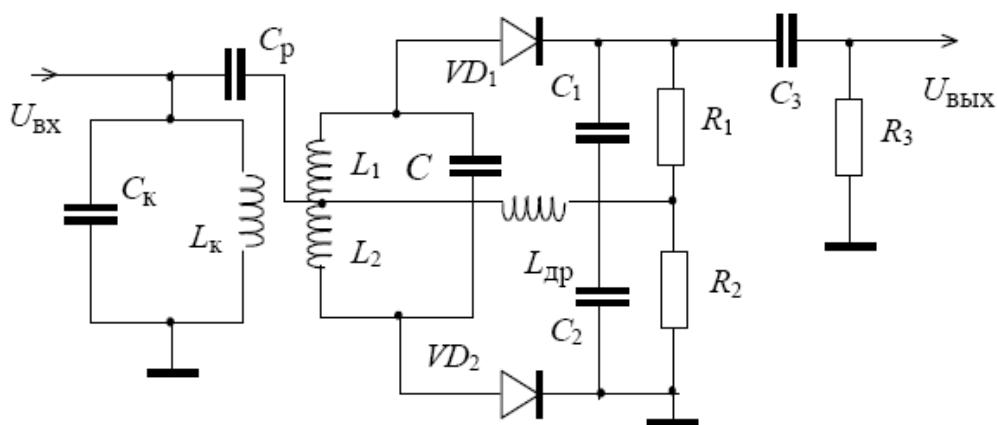


Рис. 6.9. Схема двухтактного частотного детектора

Представленный на этом рисунке детектор выполнен на двух диодах VD_1 и VD_2 и системе двух связанных контуров $L_K C_K$ и LC , настроенных на несущую частоту входного сигнала. Контур $L_K C_K$ включен в анодную цепь пентода Π , который работает в режиме двухстороннего амплитудного ограничения – обеспечивает подачу на вход двухтактного частотного детектора ЧМ колебаний с постоянной амплитудой. Между контурами $L_K C_K$ и LC имеет место двойная связь: емкостная (через конденсатор C_p) и индуктивная (за счет взаимоиндукции между катушками L_K и L). Поэтому к диоду приложено высокочастотное напряжение, представляющее собой сумму напряжения на контуре и напряжения, возникающего за счет взаимоиндукции на индуктивности L_1 ,

$$U_{D1} = U_K + U_{L1}. \quad (6.43)$$

Ток I_1 , выпрямленный диодом D_1 , протекает по сопротивлению R_1 от точки A к точке B . К диоду D_2 приложено напряжение

$$U_{D2} = U_K + U_{L2}. \quad (6.44)$$

Ток I_2 , выпрямленный диодом D_2 , протекает по сопротивлению R_1 от точки N к точке B . Если токи диодов одинаковы по величине и сопротивления R_1 и R_2 также равны, то напряжение на выходе частотного детектора будет отсутствовать.

Векторная диаграмма, приведенная на рис. 6.10, *а*, иллюстрирует процессы, происходящие в схеме частотного детектора, когда на его вход поступает лишь напряжение несущей частоты (модуляция отсутствует).

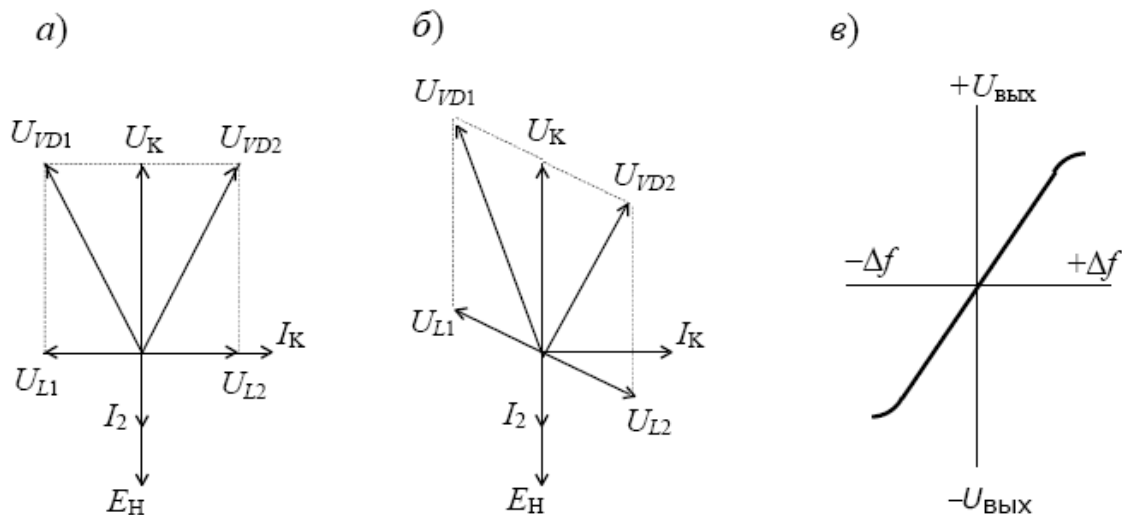


Рис. 6.10. Векторные диаграммы, поясняющие работу частотного детектора (*а* и *б*), и характеристика частотного детектора (*в*)

На рис. 6.10, *а* видно, что в отсутствие модуляции вектор тока I_K отстает от вектора напряжения на контуре U_K (на индуктивности L_K) на 90° . Вектор э. д. с. взаимной индукции E_M отстает от создающего ее тока I_K тоже на 90° . Вектор тока в контуре частотного детектора I_2 совпадает по фазе с вектором E_M , так как при резонансе контур является активным сопротивлением. Теперь рассмотрим случай, когда частота совпадает с частотой настройки контура LC . Ток I_2 проходит по индуктивности L и создает на ее частях L_1 и L_2 (по отношению к средней точке) два равных и

противофазных напряжения U_1 и U_L , сдвинутых по отношению к вектору тока I_2 на 90° .

Нетрудно убедиться в том, что напряжения на диодах $U_{Д1}$ и $U_{Д2}$ равны по величине, и если схема симметрична, то на выходе частотного детектора напряжение отсутствует, поскольку потенциал точки A равен потенциалу шасси.

Векторная диаграмма, показанная на рис. 6.10, б, относится к случаю наличия девиации частоты, т.е. к случаю, когда на вход частотного детектора поступает сигнал, частота которого не равна частоте настройки контуров $L_K C_K$ и LC . Отличие этой векторной диаграммы от предыдущей заключается в том, что вектор тока I_2 не совпадает по фазе с вектором э. д. с. взаимоиנדукции E_M . В данном случае ток опережает э. д. с. взаимоиנדукции на угол φ . Векторы U_{L1} и U_{L2} сдвинуты по фазе относительно вектора тока I_2 на угол $\pi/2$.

Из этой векторной диаграммы видно, что напряжения на диодах не равны: $U_{Д1} > U_{Д2}$. Следовательно, ток, выпрямленный диодом D_1 , больше тока, выпрямленного диодом D_2 . На выходе частотного детектора по отношению к шасси появляется напряжение положительного знака. Нетрудно прийти к выводу, что с увеличением частоты сигнала возрастает расстройка контура LC и ток диода D_1 еще более возрастает. Если $f_{\text{сигн}}$ окажется ниже частоты настройки контура LC , то ток I_2 будет опережать э. д. с. взаимоиנדукции E_M на угол φ и тогда на выходе частотного детектора появится отрицательный потенциал. Величина напряжения на выходе частотного детектора пропорциональна степени отклонения частоты сигнала от несущей; знак же выходного напряжения зависит от того, в какую сторону происходит это отклонение. Характеристика частотного детектора приведена на рис. 6.10, в. В частотном детекторе частотно-модулированный сигнал преобразуется в амплитудно-модулированный сигнал, который затем детектируется обычным амплитудным детектором. Рассмотрим порядок расчета частотного детектора.

Известными величинами, необходимыми для расчета частотного детектора, являются: рабочая (промежуточная) частота f ; максимальная частота девиации $\Delta f_{\text{макс}}$; верхняя модулирующая частота F_B ; амплитуда напряжения первой гармоники на контуре предыдущего каскада (ограничителя) U_{mK} , добротность контура ограничителя Q и емкость контура ограничителя C_1 .

Расчет начинаем с выбора вакуумного или полупроводникового диода. Полупроводниковые диоды чаще применяют в схемах частотных детекторов, так как по сравнению с вакуумными диодами они имеют большую крутизну характеристики и меньшие междуэлектродные емкости. Наиболее часто применяют точечные германиевые диоды Д1-А-Д1-Ж; на относительно более низких частотах (до 70–80 МГц) используют диоды типа Д9А-Д9Ж.

Выбираем схему частотного детектора с настроенными контурами (рис. 6.8). Рассчитываем коэффициент связи между катушками L_K и L по формуле

$$K_{\tilde{A}} = \frac{3\Delta f_{\tilde{I}}}{f}. \quad (6.45)$$

Задаемся сопротивлениями нагрузки детектора в пределах 100–200 кОм. Определяем емкости конденсаторов, шунтирующих сопротивления нагрузки:

$$C_1 = C_2 = \frac{2,4 \cdot 10^5}{R_1 F_{\tilde{A}}} \quad (6.46)$$

(R_1 в кОм, $F_{\tilde{A}}$ в кГц, C_1 в пф).

Рассчитываем угол отсечки:

$$\theta = 3\sqrt{\frac{3\pi R_i}{R_1}}. \quad (6.47)$$

Коэффициент передачи детектора:

$$K_D = \cos \theta. \quad (6.48)$$

Общая (эквивалентная) емкость контура ограничителя:

$$C_{\Sigma 1} = C_K + C_{\text{ВЫХ.ОГР}} + C_{\text{М.ОГР}}. \quad (6.49)$$

Для того, чтобы общая емкость контура частотного детектора тоже была равна $C_{\Sigma 1}$, определяем емкость конденсатора C :

$$C = C_{\Sigma 1} - C_{\text{М2}}. \quad (6.50)$$

Сопротивление контура частотного детектора на частоте настройки:

$$R_{\dot{Y}} = \frac{Q}{2\pi f C_{\dot{Y}1}}. \quad (6.51)$$

Амплитуда первой гармоники анодного тока контура ограничителя –

$$I_{\dot{A}1} = \frac{U_{m\dot{E}}}{R_{\dot{Y}}}. \quad (6.52)$$

Индуктивности контуров фильтров –

$$L_{\kappa} = L = \frac{2530}{f^2 C}, \quad (6.53)$$

где индуктивность берется в микрогенри, емкость в пикофарадах и частота в мегагерц. Индуктивность дросселя должна значительно превышать индуктивность контура ограничителя. Поэтому $L_{\text{др}} \geq (10 \div 15) \text{ мкГн}$.

При необходимости можно рассчитать характеристику частотного детектора (дискриминатора), воспользовавшись формулой

$$U_{\dot{A}\dot{U}\dot{O}} = U_{m\dot{E}} K_{\dot{A}} \frac{\sqrt{4 + (\eta + 2x)^2} - \sqrt{4 + (\eta - 2x)^2}}{2\sqrt{(1 + x^2 - \eta^2)^2 + 4\eta^2}}, \quad (6.54)$$

где

$$x = \frac{2\Delta f Q}{f}. \quad (6.55)$$

Задавшись рядом значений Δf , можно рассчитать $U_{\text{вых}}$ и построить зависимость $U_{\text{вых}} = \varphi(\Delta f)$.

Вопросы для самопроверки к разделу 6

1. Как осуществляется передача аналоговых информационных сигналов на большие расстояния?
2. Почему для передачи информационного сигнала требуется высокочастотный несущий сигнал?
3. Чем отличаются амплитудная, частотная и фазовая модуляции гармонического несущего сигнала?
4. Как выглядят спектры амплитудно-модулированных сигналов, и почему в этих спектрах появляются две боковые полосы частот?

5. По какой причине перед передачей амплитудно-модулированного сигнала в эфир одну из боковых полос его спектра «вырезают»?

6. Каковы преимущества транзисторного детектора амплитудно-модулированных сигналов перед диодным детектором?

7. Какой из трех видов модуляции (амплитудная, частотная или фазовая) позволяет передавать аналоговый сигнал с минимальными искажениями?

8. В каких условиях проявляются различия между частотной и фазовой модуляцией гармонического несущего сигнала?

9. Чем отличаются узкополосный и широкополосный виды фазовой модуляции?

10. Чем отличаются линейное и квадратичное виды детектирования амплитудно-модулированных сигналов?

11. В каких условиях реализуется квадратичное детектирование амплитудно-модулированных сигналов?

12. Опишите процесс детектирования частотно-модулированных сигналов.

13. Перечислите достоинства и недостатки фазовой модуляции гармонических сигналов.

7. Модуляция импульсных сигналов

Любая система цифровой обработки сигналов независимо от ее сложности содержит цифровое вычислительное устройство – универсальную цифровую вычислительную машину, микропроцессор или специально разработанное для решения конкретной задачи вычислительное устройство. Сигнал, поступающий на вход вычислительного устройства, должен быть преобразован к виду, пригодному для обработки на ЭЦВМ. Он должен иметь вид последовательности чисел, представленных в коде машины.

В некоторых случаях задача представления входного сигнала в цифровой форме решается сравнительно просто. Например, если нужно передать словесный текст, то каждому символу (букве) этого текста нужно поставить в соответствие некоторое число и, таким образом, представить передаваемый сигнал в виде числовой последовательности. Легкость решения задачи в этом случае объясняется тем, что словесный текст по своей природе дискретен.

Однако большинство сигналов, с которыми приходится иметь дело в радиотехнике, являются непрерывными (термин «непрерывный сигнал» не

вполне корректен, так как могут существовать сигналы, описываемые разрывной функцией времени, например, в форме прямоугольного импульса). Чтобы избежать недоразумений, иногда для обозначения таких сигналов употребляют термин «континуальный». Континуальные сигналы называют также аналоговыми, так как они являются аналогами некоторых физических процессов. Это связано с тем, что сигнал является отображением некоторого физического процесса, а почти все физические процессы непрерывны по своей природе.

Рассмотрим процесс дискретизации непрерывного сигнала на конкретных примерах, представленных графиками на рис. 7.1.

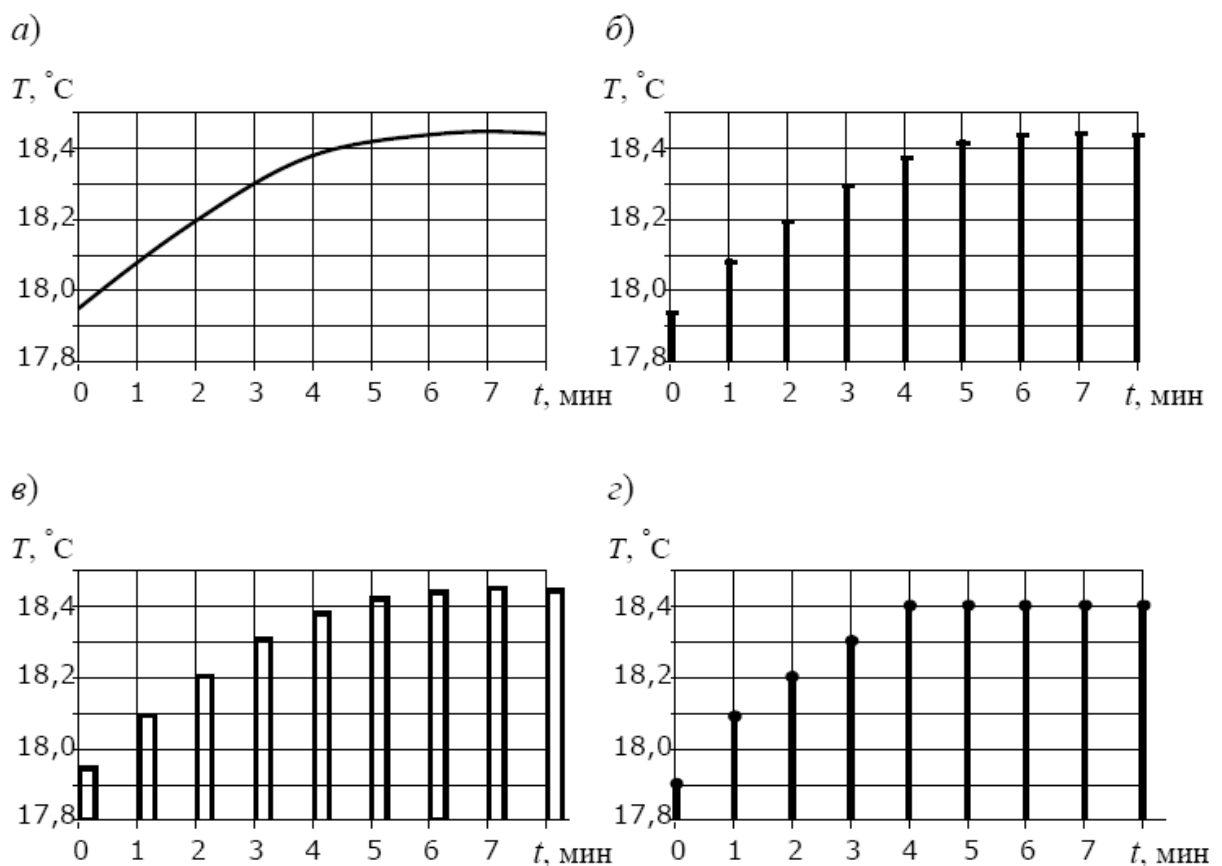


Рис. 7.1. Виды сигналов:

a – непрерывный (континуальный) сигнал; $б$ – дискретный сигнал;
 $в$ – АИМ колебание; $г$ – цифровой сигнал

Допустим, что на этих графиках представлены результаты дистанционного измерения температуры верхних слоев атмосферы, производимого с борта космического аппарата. Эти результаты должны передаваться на Землю в центр обработки данных. Температура воздуха измеряется непрерывно; показания датчика температуры так же являются

непрерывной функцией времени $f(t)$ (рис. 7.1, *а*). Но температура изменяется медленно, достаточно передавать ее значения один раз в минуту. Кроме того, нет никакой необходимости измерять ее с точностью выше, чем 0,1 градуса. Таким образом, вместо непрерывной функции $f(t)$ можно с интервалом в 1 мин передавать последовательность числовых значений (рис. 7.1, *з*), а в промежутках между этими значениями можно передавать сведения о давлении, влажности воздуха и другую научную информацию. Рассмотренный пример показывает, что процесс дискретизации непрерывных сигналов состоит из двух этапов: дискретизации по времени и дискретизации по уровню (квантования).

Сигнал, дискретизированный только по времени, называют дискретным; он еще не пригоден для обработки в цифровом устройстве. Дискретный сигнал представляет собой последовательность, элементы которой $f(kT)$ в точности равны соответствующим значениям исходного непрерывного сигнала $f(t)$ (рис. 7.1, *б*). Примером дискретного сигнала может быть последовательность импульсов с изменяющейся амплитудой – амплитудно-импульсно-модулированное колебание (рис. 7.1, *в*). Аналитически такой дискретный сигнал описывается выражением

$$\varphi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT) \cdot F(t - kT), \quad (7.1)$$

где $f(t)$ – исходный непрерывный сигнал; $F(t)$ – единичный импульс АИМ-колебания.

Если уменьшать длительность импульса $F(t)$, сохраняя его площадь неизменной, то в пределе функция $F(t)$ стремится к δ -функции. Тогда выражение для дискретного сигнала можно представить в виде

$$\psi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(kT) \cdot \delta(t - kT). \quad (7.2)$$

Для преобразования аналогового сигнала в цифровой после дискретизации по времени должна следовать дискретизация по уровню (квантование). Необходимость квантования вызвана тем, что любое вычислительное устройство может оперировать только числами, имеющими конечное число разрядов. Таким образом, квантование представляет собой округление передаваемых значений с заданной точностью. Так, в рассмотренном примере производится округление

значений температуры до трех значащих цифр (рис. 7.1, *з*). В других случаях число разрядов передаваемых значений сигнала может быть иным. Сигнал, дискретизированный и по времени, и по уровню, называется цифровым.

Правильный выбор интервалов дискретизации по времени и по уровню очень важен при разработке цифровых систем обработки сигналов. Чем меньше интервал дискретизации, тем точнее дискретизированный сигнал соответствует исходному непрерывному. Однако при уменьшении интервала дискретизации по времени возрастает число отсчетов, и для сохранения общего времени обработки сигнала неизменным приходится увеличивать скорость обработки, что не всегда возможно. При уменьшении интервала квантования требуется больше разрядов для описания сигнала, вследствие чего цифровой фильтр становится более сложным и громоздким.

Сигнал с носителем в виде последовательности импульсов является примером дискретного сигнала. В нем может модулироваться амплитуда, частота следования или ширина импульсов, порядок чередования импульсов и разделяющих их пауз и т. п. Отсюда и большое разнообразие возможных видов модуляции - амплитудно-импульсная (АИМ), частотно-импульсная (ЧИМ), широтно-импульсная (ШИМ), кодоимпульсная (КИМ) модуляции и др. Поскольку перечисленные виды модуляций широко используются в различных электронных устройствах (в усилителях типа «модуляция – усиление – демодуляция», в аналого-цифровых преобразователях и т.д.), рассмотрим их более подробно.

7.1. Амплитудно-импульсная модуляция

Амплитудно-импульсная модуляция (АИМ) широко используется при построении аналого-цифровых преобразователей (АЦП), высокочастотных усилителей постоянного тока с модуляцией входного сигнала, усилением и последующей демодуляцией (типа М-ДМ), в импульсных устройствах управления и передачи информации.

Носителем информационного сигнала при АИМ является периодический импульсный сигнал $u_H(t)$, который определяется тремя заданными параметрами: амплитудой E (далее принимаем $E = 1$), длительностью и периодом следования T (или частотой основной гармоники $\omega_0 = 2\pi/T$).

В качестве модулятора для получения АИМ-сигналов может быть использован управляемый делитель напряжения (см. рис. 7.2), подключенный к выходу генератора импульсов (ГИ). Нижнее плечо делителя представлено полевым транзистором VT , выполняющим роль

сопротивления, управляемого напряжением. На затвор этого транзистора подается напряжение с выхода аналогового инвертора, собранного на базе операционного усилителя (ОУ). Входным напряжением инвертора является модулирующий сигнал ($U_{\text{мод}}$). Именно он является информационным сигналом.

Очевидно, что ($U_{\text{мод}}$) и амплитуда импульсов на выходе устройства ($U_{\text{вых}}$) будут пропорциональными значениям модулирующего сигнала ($U_{\text{мод}}$), соответствующим отрезкам времени, в течении которых на выходе ГИ действует очередной импульс. Частота выходных импульсов и их длительности будут равны соответствующим параметрам импульсов ГИ.

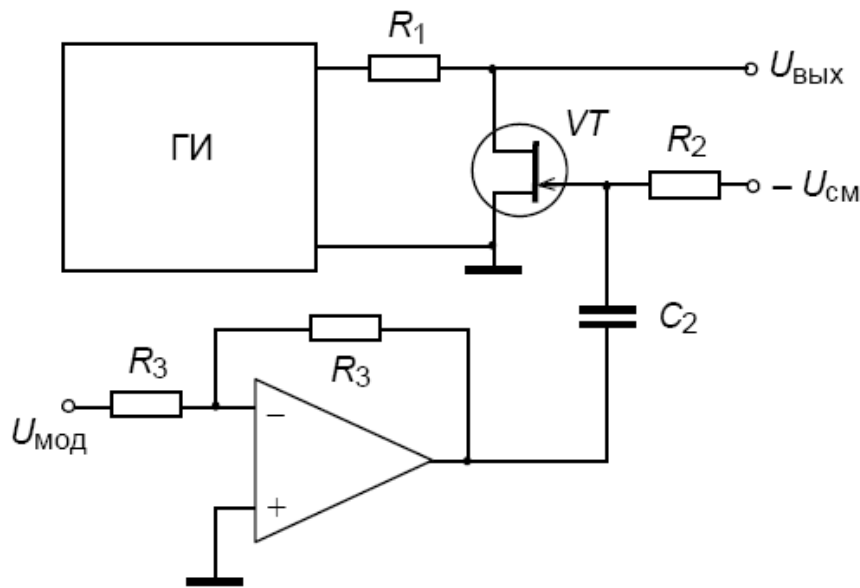


Рис. 7.2. Схема простейшего устройства для получения АИМ сигналов

Таким образом, сигнал $u(t)$ на выходе рассматриваемого устройства описывается уравнением

$$u(t) = [U_0 + x(t)]u_{\text{я}}(t), \quad (7.3)$$

где U_0 — амплитуда выходных импульсов при равенстве нулю входного сигнала $x(t) = 0$.

На рис. 7.3 показана временная диаграмма модулированного сигнала $u(t)$ для случая

$$x(t) = U_m \cos(\Omega t + \varphi), \quad (7.4)$$

где $\Omega < \omega_0$. Частотный спектр сигнала-носителя $u_{\text{н}}(t)$ известен, так как

$$u_{\text{н}}(t) = d_0 + \sum_{k=1}^{\infty} d_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k),$$

где

$$d_0 = \frac{\tau}{T}; \quad d_k = \frac{2}{k\pi} \left| \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right| \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Если входной сигнал $x(t)$ изменяется по гармоническому закону (7.4), то из (7.3) находим

$$u(t) = U_0 d_0 + U_m d_0 \cos(\Omega t + \varphi) + U_0 \sum_{k=1}^{\infty} d_k \cos(k\omega_0 t + \theta_k) +$$

$$\frac{U_m}{2} \sum_{k=1}^{\infty} d_k \{ \cos[(k\omega_0 - \Omega)t + \theta_k - \varphi] + \cos[(k\omega_0 + \Omega)t + \theta_k + \varphi] \}.$$

Следовательно, сигнал $u(t)$ является периодическим и его спектр амплитуд (рис. 7.4) содержит кроме постоянной составляющей и гармоники с частотой Ω также высокочастотные гармоники с частотами $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$, кратными основной (тактовой) частоте импульсного сигнала, и, кроме того, гармоники с боковыми частотами $\omega_0 \pm \Omega, 2\omega_0 \pm \Omega, 3\omega_0 \pm \Omega$ и т. д. В общем случае, когда спектр модулирующего сигнала $x(t)$ занимает некоторую полосу частот ($0 \dots \Omega_{\max}$), по обе стороны от каждой из спектральных линий с частотами $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0 \dots$ располагают боковые полосы частот шириной $2\Omega_{\max}$.

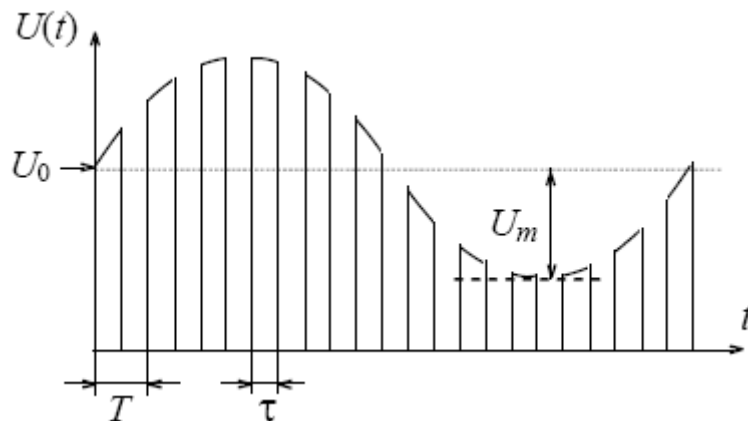


Рис. 7.3. Амплитудно-импульсная модуляция

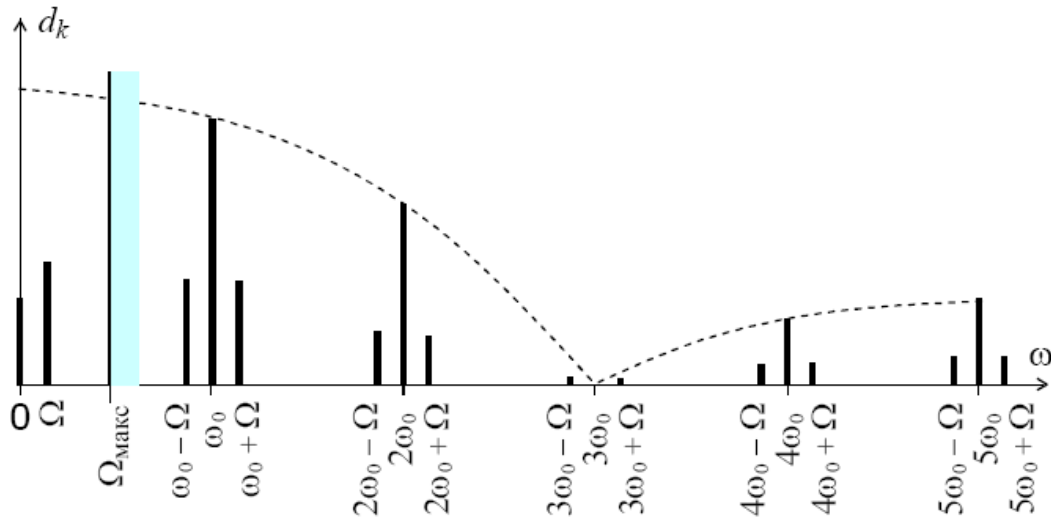


Рис. 7.4. Частотный спектр сигнала при АИМ

Общая ширина частотного спектра АИМ – сигнала определяется необходимостью пропускания периодической последовательности импульсов, а не исходным модулирующим сигналом. Из графика также следует, что сигнал $x(t)$ можно восстановить с помощью фильтра низких частот, имеющего полосу пропускания от 0 до $\Omega_{\text{макс}}$. Для неискаженного выделения сигнала необходимо, чтобы другие составляющие спектра не попали в данную полосу частот. Ближайшей к полосе пропускания фильтра является составляющая $(\omega_0 - \Omega)$. Поэтому условие отсутствия искажений принимает вид $\Omega_{\text{макс}} < \omega_0 - \Omega$ или $\omega_0 > 2\Omega_{\text{макс}}$, что полностью согласуется с теоремой Котельникова.

Следует отметить, что помехоустойчивость систем АИМ весьма мала, так как помехи, действующие на сигнал в процессе его передачи, искажают прежде всего амплитуду импульса. Но она существенно повышается при использовании частотно-импульсной модуляции или широтно-импульсной модуляции.

7.2. Частотно-импульсная модуляция

В случае частотно-импульсной модуляции (ЧИМ) изменяется другой параметр несущего импульсного сигнала – частота следования импульсов (или период их следования). Общий вид импульсного частотно-модулированного сигнала показан на рис. 7.5.

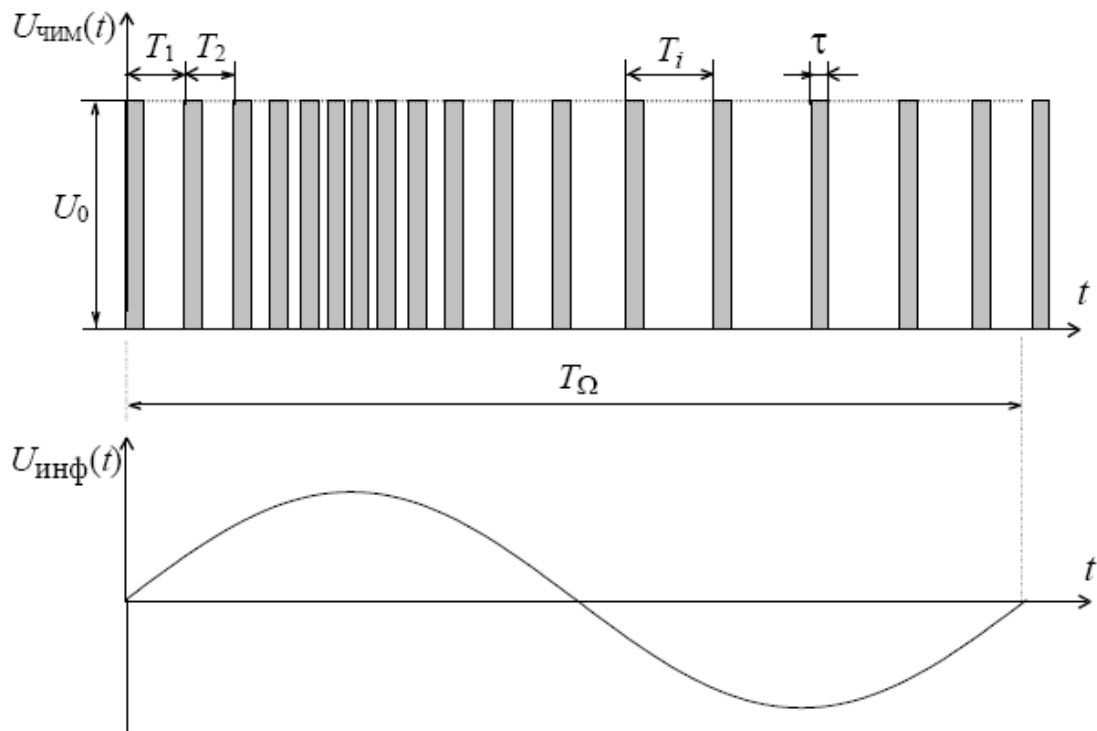


Рис. 7.5. Частотно-импульсная модуляция

Сигнал, показанный на рис. 7.5, может быть получен с помощью мультивибратора с электронным управлением частоты генерируемых им импульсов. При этом частота генерации мультивибратора должна меняться при постоянной длительности импульсов. Для выполнения этого условия необходимо менять постоянную времени лишь одной времязадающей цепи. Другая цепь должна быть построена из элементов с постоянными параметрами. Для реализации ЧИМ необходимо обеспечение линейной зависимости между управляющим напряжением и частотой генерации импульсов. В этом случае в процессе демодуляции ЧИМ-сигнала получается исходный информационный сигнал (модулирующий сигнал) с минимальными искажениями.

На рис. 7.6 представлена одна из возможных схем устройства, позволяющего получить частотно-импульсный модулированный сигнал вида, описанного выше.

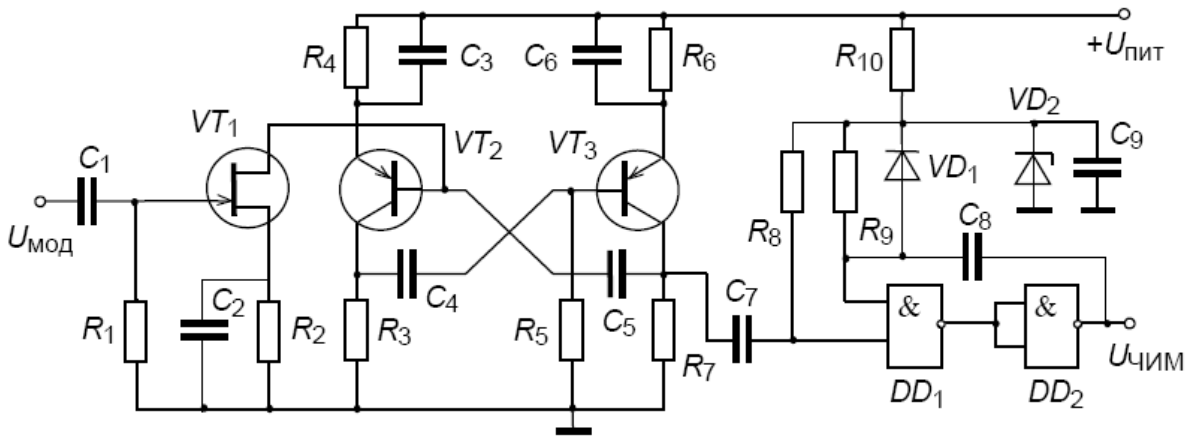


Рис. 7.6. Схема генератора ЧИМ-сигнала

Данное устройство содержит два мультивибратора. Первый из них работает в автоколебательном режиме и построен по схеме транзисторного мультивибратора с двумя каскадами ОЭ (транзисторы VT_2 и VT_3). В этом мультивибраторе емкостную связь между каскадами обеспечивает конденсатор C_4 , а между выходом второго каскада и входом первого каскада – конденсатор C_5 . Указанные конденсаторы входят во времязадающие цепи. Другим элементом времязадающих цепей являются резистор R_5 и сопротивление канала управляющего полевого транзистора VT_1 . Поскольку сопротивление канала VT_1 меняется под воздействием модулирующего напряжения, соответственно будет меняться и частота генерируемых колебаний.

Следует подчеркнуть, что без специальных мер высокой стабильности частоты мультивибратора достигнуть не удастся. Действительно, в мультивибраторах, собранных по упрощенным схемам, относительная нестабильность частоты при воздействии дестабилизирующих факторов (колебаний температуры, напряжения питания и т. п.) достигает нескольких процентов. В представленной на рис. 7.6 схеме для повышения стабильности частоты предусмотрена отрицательная обратная связь (ООС) по постоянной составляющей эмиттерных токов транзисторов VT_2 и VT_3 . Ее обеспечивают сопротивления R_4 и R_6 , зашунтированные по переменной составляющим эмиттерных токов конденсаторами C_3 и C_6 . Эта же ООС позволяет обеспечивать почти линейную зависимость между модулирующим напряжением $U_{\text{мод}}$ и частотой импульсов рассматриваемого мультивибратора. Сопротивление R_2 и конденсатор C_2 , включенные в цепь

истока полевого транзистора VT_1 , обеспечивают необходимую величину сопротивления его канала при нулевом значении напряжения $U_{\text{мод}}$.

Поскольку одновременно с перестройкой частоты мультивибратора на VT_2 и VT_3 в некоторой степени меняется и длительность генерируемых им импульсов, для дальнейшего формирования импульсов постоянной длительности используется ждущий мультивибратор на логических элементах DD_1 и DD_2 . Импульсы, генерируемые мультивибратором на VT_2 и VT_3 , снимаются с коллектора транзистора VT_3 и через конденсатор C_7 подаются на вход указанного ждущего мультивибратора. Сопротивление R_9 и конденсатор C_8 являются деталями времязадающей цепочки, и их величина определяет длительность выходных импульсов $U_{\text{чим}}$. Диод VD_1 позволяет достичь более высокой крутизны фронтов формируемых импульсов. Конденсатор C_3 и сопротивление R_3 образуют дифференцирующую цепочку, включенную на его управляющий вход. Использование этой цепочки приводит к тому, что ждущий мультивибратор срабатывает по заднему фронту импульсов, генерируемых перестраиваемым по частоте мультивибратором на VT_2 и VT_3 . На стабилитроне VD_2 , сопротивлении R_{10} и конденсаторе C_9 собран параметрический стабилизатор напряжения, служащий для получения напряжения логической единицы. Итак, основное назначение ждущего мультивибратора – обеспечение постоянства длительностей импульсов $U_{\text{чим}}$.

Вернемся к рис. 7.5, где представлен случай гармонического модулирующего сигнала (с частотой Ω). В верхней части рисунка изображен вид ЧИМ-сигнала, а в нижней части – вид модулирующего сигнала.

На этом рисунке показано, что текущее значение периода следования импульсов изменяется во времени в соответствии со следующим равенством:

$$T_i = T_n + T_{\text{минф}} \cdot \sin(i \cdot \Delta\Omega \cdot t),$$

где

$$\Delta\Omega = \frac{2\pi T_n}{T_\Omega}, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Временная зависимость сигнала $U_{\text{чим}}(t)$ будет представлять собой периодическую функцию с периодом T_Ω . Она является кусочно-непрерывной функцией

$$U_{\text{чим}}(t) = \begin{cases} U_0 \rightarrow \sum_{k=0}^i \frac{k}{|k|} T_k \leq t \leq \left[\sum_{k=0}^i \frac{k}{|k|} T_k + \tau \right] ; \\ 0 \rightarrow \left[\sum_{k=0}^i \frac{k}{|k|} T_k + \tau \right] < t < \sum_{k=0}^{i+1} \frac{k}{|k|} T_k ; \end{cases},$$

где для $k = 0$ отношение $k/|k|$ необходимо принять равным нулю.

Текущая амплитудно-частотная характеристика оказывается зависящей от времени. Эта зависимость будет определяться прежде всего тем, что положение ее узлов будет зависеть от значения модулирующего напряжения. Кроме того, значения гармонических компонент, ω_0 , $2\omega_0$, $3\omega_0$, ..., также будут зависеть от времени, поскольку $\omega_0 = 2\pi/T_i$. Однако амплитуда ее наиболее низко-частотной гармонической компоненты, соответствующей частоте Ω , оказывается практически постоянной, если будет выполняться условие $\Omega \ll \omega_0$.

Анализируя амплитудно-частотный спектр ЧИМ-сигнала, можно показать, что при демодуляции (детектировании) такого сигнала необходимо выделять только низкочастотные гармоники. Следовательно, в случае ЧИМ-сигналов в качестве детектора может быть использован фильтр низких частот с частотой среза, удовлетворяющей условиям

$$\Omega_{\text{макс}} \ll \omega_{\text{ср}} \ll \omega_0,$$

где $\Omega_{\text{макс}}$ — наивысшая гармоническая компонента спектра информационного сигнала.

7.3. Широтно-импульсная модуляция

При широтно-импульсной модуляции (ШИМ) управляемым параметром импульсного несущего сигнала является длительность (широта) импульсов. Общий вид импульсного широтно-модулированного сигнала показан на рис. 7.7. Сигнал, представленный в верхней части рис. 7.7, может быть получен с помощью устройства, содержащего генератор достаточно коротких импульсов с периодом следования T_n и ждущий мультивибратор с управляемым временем ожидания. Однако наиболее распространенной является схема, приведенная на рис. 7.8.

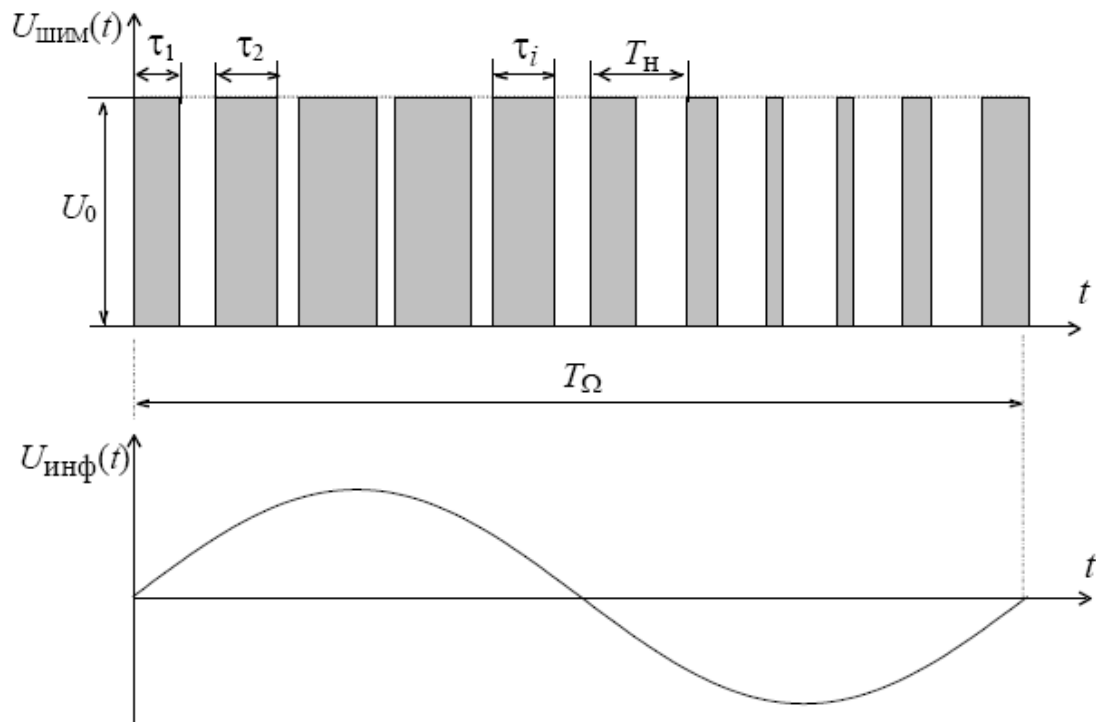


Рис. 7.7. Временные диаграммы, поясняющие принципы широтно-импульсной модуляции

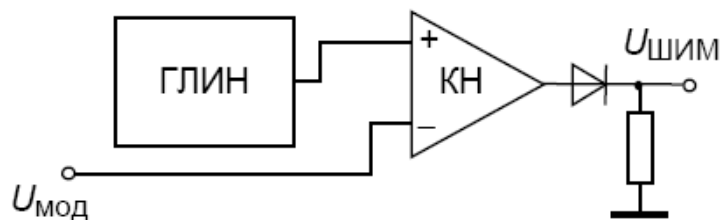


Рис. 7.8. Схема формирователя ШИМ-сигнала

В этом устройстве период следования импульсов определяется частотой генератора линейно изменяющегося напряжения (ГЛИН). Такой генератор может быть построен как на транзисторах, так и на операционном усилителе. Здесь схема ГЛИН не рассматривается, поскольку нас интересует лишь принцип построения генератора ШИМ-сигнала. Как видно из рис. 7.8, пилообразные сигналы ГЛИН подаются на неинвертирующий вход компаратора напряжений (КН), а на инвертирующий вход подается информационный сигнал, который выступает в роли модулирующего сигнала ($U_{\text{мод}}$). Диод на выходе компаратора обеспечивает однополярное напряжение на выходе устройства. Работа устройства продемонстрирована с помощью временных диаграмм, показанных на рис. 7.9.

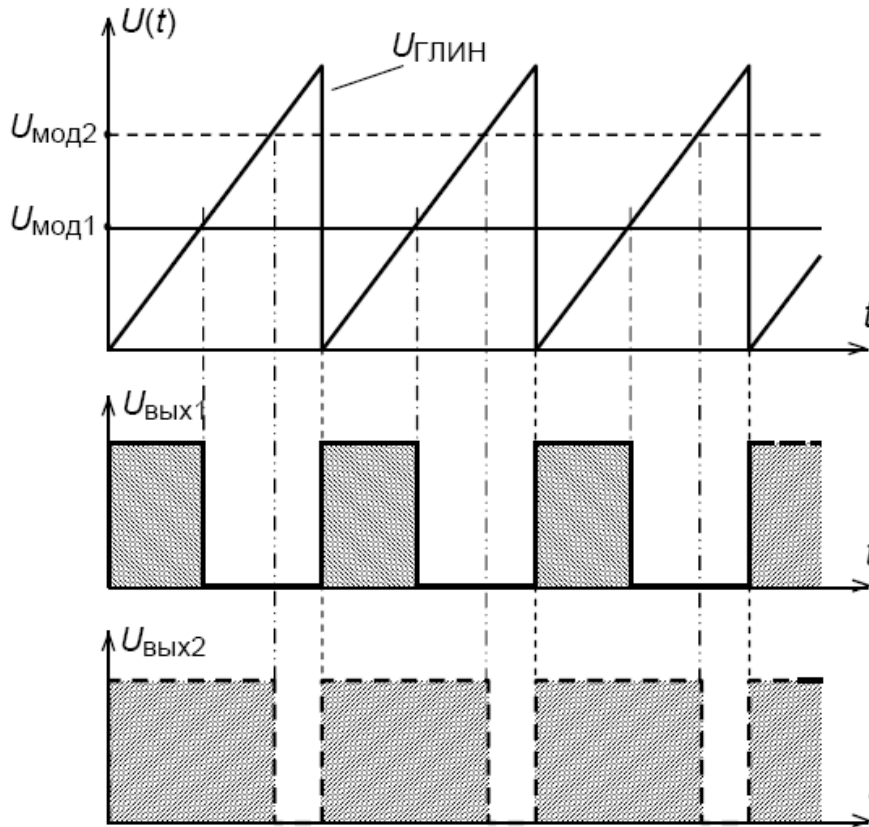


Рис. 7.9. Временные диаграммы работы устройства, представленного на рис. 7.8

В верхней части рис. 7.9 показаны график сигнала на выходе ГЛИН, сравниваемого компаратором КН с модулирующим сигналом $U_{\text{мод}}$, и два произвольно взятых уровня $U_{\text{мод}}$. Два нижележащих графика соответствуют этим двум уровням модулирующего напряжения (уровню $U_{\text{мод1}}$ соответствуют импульсы, представленные пунктирной линией, а уровню $U_{\text{мод2}}$ – сплошной линией). Видно, что длительность выходных импульсов пропорциональна величине $U_{\text{мод}}$.

Чтобы познакомиться с основными параметрами ШИМ-сигнала, вернемся к рис. 7.7. Здесь показано, что текущее значение длительности импульсов изменяется во времени в соответствии со следующим равенством:

$$\tau_i = \tau_n + \tau_0 \cdot \sin(i \frac{2\pi}{\Delta\tau} t),$$

где

$$\Delta\tau = \frac{T_n}{T_\Omega} \tau_0, \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Очевидно, что длительность импульсов меняется в пределах временного отрезка $[\tau_n - \tau_0; \tau_n + \tau_0]$, причем должно выполняться условие $\tau_n > \tau_0$.

Как и в случае ЧИМ, здесь текущая амплитудно-частотная характеристика оказывается зависящей от времени. Однако амплитуда ее наиболее низкочастотной гармонической компоненты, соответствующей частоте Ω , оказывается практически постоянной, если будет выполняться условие $\Omega \ll \omega_0$. При демодуляции (детектировании) ШИМ-сигнала из него выделяется именно эта низкочастотная гармоническая компонента. Следовательно, в качестве детектора здесь также может быть использован фильтр низких частот с частотой среза, удовлетворяющей условиям

$$\Omega_{\text{макс}} \ll \omega_{\text{ср}} \ll \omega_0,$$

где $\Omega_{\text{макс}}$ – наивысшая гармоническая компонента спектра информационного сигнала, а ω_0 – частота первой гармоники несущего сигнала.

О кодоимпульсной модуляции (КИМ) здесь скажем лишь то, что этот вид считается одним из наиболее перспективных видов модуляции. Здесь каждый отсчет сигнала $x(t)$ передается кодовой комбинацией, состоящей из нескольких импульсов. Процесс преобразования сообщения в дискретный сигнал называют кодированием информации, а множество различных кодовых комбинаций, получаемых при данном правиле кодирования, – кодом.

Вопросы для самопроверки к разделу 7

1. Какие из параметров импульсного несущего сигнала меняются при амлитудно-импульсной, частотно-импульсной и фазо-импульсной модуляции?
2. Нарисуйте схемы простейших модуляторов, используемых при амлитудно-импульсной, частотно-импульсной и фазо-импульсной модуляции.
3. Опишите условия, при которых процессы, связанные с импульсной модуляцией и последующей импульсной демодуляцией, не приводят к значительным искажениям информационного сигнала.
4. Как выглядят спектры амлитудно-модулированных, частотно-модулированных и широтно-модулированных импульсных сигналов?
5. Почему АИМ-сигналы оказываются более подверженными влиянию помех, чем ЧИМ- или ШИМ-сигналы?

6. Перечислите основные параметры ЧИМ-сигнала и укажите пределы, в которых эти параметры могут изменяться.
7. В каких случаях применяют амлитудно-импульсную модуляцию?
8. Как осуществляется детектирование амплитудно-модулированного импульсного сигнала?
9. Какие ограничения накладываются на длительности импульсов ШИМ-сигнала?
10. Приведите примеры использования широтно-импульсной модуляции?
11. Чем определяется шаг временной дискретизации информационного сигнала при использовании широтно-импульсной модуляции?
12. Нарисуйте схему простейшего детектора ШИМ-сигнала.

8. Дискретизация информационных сигналов

Под дискретизацией понимают переход от непрерывного сигнала к соответствующему (в определенном смысле) дискретному сигналу, описываемому разрывной функцией времени. Пример дискретного сигнала – последовательность коротких импульсов с изменяющейся амплитудой (последняя выступает в данном случае в качестве информативного параметра). Процесс дискретизации состоит обычно из двух этапов: дискретизации по времени и дискретизации (квантования) по уровню. Обработка и передача дискретной информации имеет ряд преимуществ по сравнению с информацией, заданной в непрерывном виде. Дискретные сигналы в меньшей степени подвержены искажениям в процессе передачи и хранения, они легко преобразуются в двоичный Цифровой код и обрабатываются с помощью цифровых вычислительных устройств.

А. Дискретизация по времени.

При выборе частоты дискретизации по времени можно воспользоваться теоремой В. А. Котельникова, согласно которой всякий непрерывный сигнал, имеющий ограниченный частотный спектр, полностью определяется своими дискретными значениями в моменты отсчета, отстоящие друг от друга на интервалы времени $\Delta t = 1/(2F_{\text{макс}})$, где $F_{\text{макс}}$ – максимальная частота в спектре сигнала. Иначе говоря, дискретизация по времени не связана с потерей информации, если частота дискретизации $f_{\text{дискр}} = 1/\Delta t$ в два раза выше указанной верхней частоты сигнала $F_{\text{макс}}$.

По критерию Котельникова, нет необходимости передавать бесконечное множество всех значений непрерывного сигнала $x(t)$, достаточно передавать лишь те его значения (рис. 8.1), которые отстоят друг от друга на расстоянии $\Delta t = 1/(2F_{\text{макс}})$. Для восстановления сигнала $x(t)$ на вход идеального фильтра низких частот, имеющего полосу пропускания частот от 0 до $F_{\text{макс}}$, необходимо подать последовательность узких импульсов с амплитудой, соответствующей дискретным отсчетам сигнала $x(t_i)$ в моменты времени $t_i = i\Delta t$. Использование теоремы Котельникова встречает определенные трудности, поскольку допущение об ограниченности частотного спектра для реальных сигналов никогда не выполняется. Действительно, любой ограниченный во времени непериодический сигнал всегда имеет бесконечный спектр. Поэтому определение верхней границы частотного спектра $F_{\text{макс}}$ обычно производится приближенно (например, требуют, чтобы в выбранной части спектра содержалось 90%-ное энергии сигнала или его средней мощности). Кроме того, и идеальный фильтр низких частот, необходимый для восстановления сигнала в соответствии с теоремой, является физически нереализуемым, так как предъявляемые к нему требования (идеально прямоугольная форма амплитудно-частотной характеристики, отсутствие фазового сдвига в рассматриваемой полосе частот от 0 до $F_{\text{макс}}$) оказываются противоречивыми и могут выполняться лишь с определенной погрешностью. Учитывая сказанное, частоту дискретизации по времени обычно принимают в 1,5–2,5 раза больше значения, рассчитанного по теореме Котельникова, т.е. $f_{\text{дискр}} = (3 \div 5)F_{\text{макс}}$.

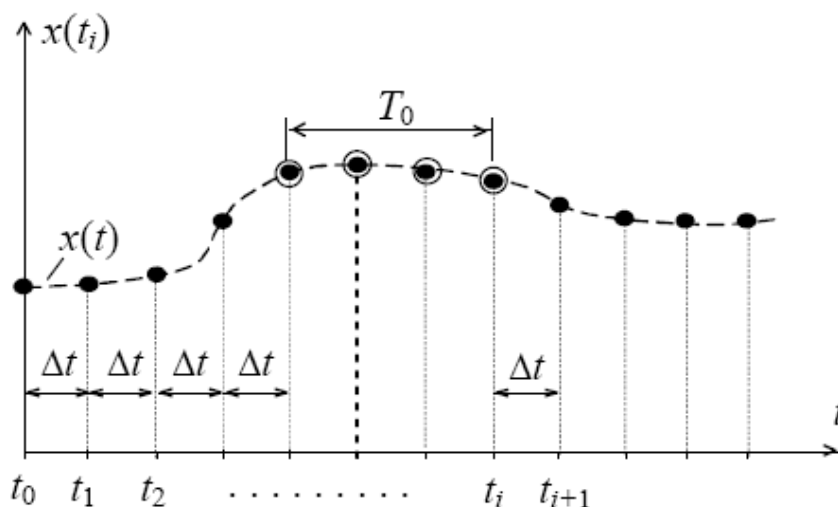


Рис. 8.1. Дискретные отсчеты сигнала через равные интервалы времени

Существуют и другие способы выбора частоты дискретизации сигнала (с учетом времени корреляции передаваемого сообщения, с учетом значений наибольшего или среднеквадратичного отклонения процесса и т. д.). Так, например, если речь идет о случайных сигналах, имеющих конечную длительность T и неограниченный частотный спектр, то для определения частоты дискретизации используют критерий Н.А. Железнова, согласно которому шаг дискретизации Δt рекомендуется принимать равным максимальному интервалу корреляции сигнала τ_0 . Параметр τ_0 определяется как интервал времени, за пределами которого значение автокорреляционной функции пренебрежимо мал и отдельные значения случайного процесса можно считать статистически независимыми (некоррелированными). Необходимо, чтобы интервал корреляции был меньше времени действия сигнала, $\tau_0 \ll T$. Таким образом, исходный непрерывный сигнал заменяется совокупностью $N = T/\tau_0$ некоррелированных отсчетов (импульсов), следующих с частотой $f_{\text{дискр}} = 1/\Delta t = 1/\tau_0$. При этом восстановление сигнала $x(t)$ осуществляется с помощью линейного прогнозирующего фильтра со среднеквадратичной ошибкой, сколь угодно мало отличающейся от нуля в промежутке времени, равном интервалу корреляции τ_0 .

Более полно учитывая свойства реальных сигналов (конечная длительность, неограниченность спектра), критерий Железнова тем не менее исходит из допущения о равенстве нулю корреляционной функции сигнала $K_x(\tau)$ вне интервала $[-\tau_0 ; \tau_0]$, что на практике выполняется с определенной погрешностью.

В тех случаях, когда имеется более подробная информация о законе изменения сигнала, выбор частоты дискретизации можно осуществлять, исходя из допустимой погрешности аппроксимации функции $x(t)$ на каждом из интервалов дискретизации. На рис. 8.2 дан пример кусочно-линейной аппроксимации, когда соседние отсчеты функции $x(t)$, взятые в дискретные моменты времени t_i и t_{i+1} , соединяются отрезками прямых. При этом аппроксимирующая функция $x(t)$ на интервале $[t_i, t_{i+1}]$ описывается уравнением

$$x'(t) = x(t_i) + Q_i(t - t_i), \quad (8.1)$$

где

$$Q_i = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{t_{i+1} - t_i}.$$

Погрешность аппроксимации определяется остаточным членом $L(t)$ в формуле Лагранжа:

$$\delta(t) = |\delta(t)| = |L(t)| = |x(t) - \bar{x}(t)|. \quad (8.2)$$

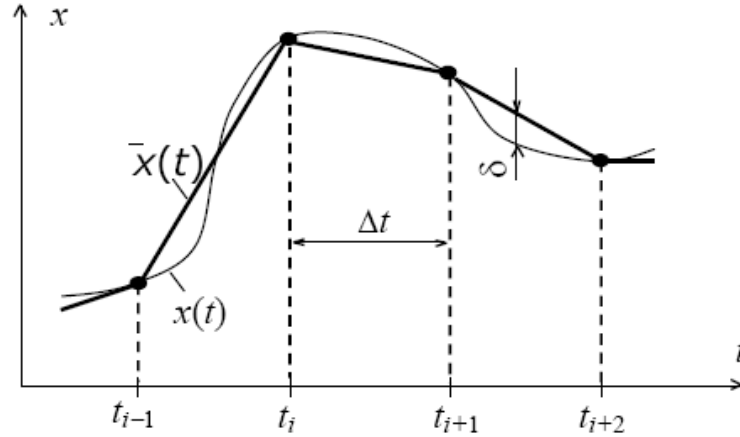


Рис. 8.2. Кусочно-линейная аппроксимация сигнала прогнозирующим фильтром с заданной среднеквадратической ошибкой

В рассматриваемом случае остаточная величина $L(t)$ определяется соотношением

$$L(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} (t - t_i)(t - t_{i+1}),$$

откуда нетрудно найти максимальное значение погрешности аппроксимации:

$$\delta_{\text{макс}} = |L(t)| = \frac{1}{2} \left(\frac{t_{i+1} - t_i}{2} \right) \left[\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right]_{\text{макс}} = \frac{1}{8} (\Delta t)^2 \left[\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right]_{\text{макс}}.$$

Задаваясь допустимой погрешностью аппроксимации $\delta_{\text{макс}}$, можно вычислить требуемое значение частоты дискретизации:

$$f_{\text{дискр}} = \frac{1}{\Delta t} = \sqrt{\frac{1}{8\delta_{\text{макс}}} \left[\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right]_{\text{макс}}}. \quad (8.3)$$

Выражение (8.1) определяет алгоритм восстановления (интерполяции) значений функции $x(t)$ в интервале времени $[t_i, t_{i+1}]$. На практике

применение формулы (8.3) вызывает определенные трудности из-за необходимости точного измерения (или оценки) максимального значения второй производной функции $x(t)$.

Рассмотренные способы равномерной дискретизации (при $\Delta t = \text{const}$) иногда могут приводить к получению избыточных отсчетов, не оказывающих существенного влияния на процесс восстановления исходного сообщения. Например, если функция $x(t)$ мало изменяется на некотором, достаточно протяженном интервале времени T_0 (см. рис. 8.1), то соответствующие дискретные отсчеты сигнала практически не отличаются друг от друга и, следовательно, нет необходимости использовать все указанные отсчеты для хранения или передачи информации по линии связи. Сокращение избыточной информации возможно на основе способов адаптивной (неравномерной) дискретизации, обеспечивающих выбор интервала Δt между соседними отсчетами с учетом фактического изменения характеристик сигнала (в частности, скорости его изменения).

Б. Дискретизация по уровню.

Отличительной особенностью дискретизации по уровню является замена непрерывной шкалы уровней сигнала $x(t)$ дискретной шкалой x_i ($i = 1, 2, \dots, m$), в которой различные значения сигнала отличаются между собой на некоторое фиксированное (или выбираемое в процессе квантования) значение Δx , называемое шагом квантования. Необходимость квантования вызвана тем, что цифровые вычислительные устройства могут оперировать только с числами, имеющими конечное число разрядов. Таким образом, квантование представляет собой округление передаваемых значений с заданной точностью. При равномерном квантовании ($\Delta x = \text{const}$) число разрешенных дискретных уровней x составляет

$$m = (x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}}) / \Delta x, \quad (8.4)$$

где $x_{\text{макс}}$ и $x_{\text{мин}}$ — соответственно верхняя и нижняя границы диапазона изменения сигнала. Чем меньше значение Δx , тем меньше получаемая ошибка — шум квантования $\xi(x) = x - \bar{x}_i$, которая вычисляется как разность между текущим значением сигнала $x(t)$ и его дискретным представлением $\bar{x}_i$. Если в результате квантования любое из значений сигнала $x(t)$, попавшее в интервал $(\bar{x}_i - \Delta x/2; \bar{x}_i + \Delta x/2)$, округляется до x , то возникающая при этом ошибка $\xi(x)$ не превышает половины шага квантования, т.е. $\max|\xi(x)| = 0,5\Delta x$. На практике шаг квантования Δx

выбирают, исходя из уровня помех, в той или иной форме присутствующих при измерении, передаче и обработке реальных сигналов.

Если функция $x(t)$ заранее неизвестна, а шаг квантования Δx достаточно мал по сравнению с диапазоном изменения сигнала ($x_{\text{макс}} - x_{\text{мин}}$), то принято считать ошибку квантования $\xi(x)$ случайной величиной, подчиняющейся равномерному закону распределения. Тогда, как показано на рис. 8.3, плотность вероятности $f_1(\xi)$ для случайной величины ξ принимает значение $1/(\Delta x)$ внутри интервала $(-\Delta x/2; +\Delta x/2)$ и равна нулю вне этого интервала. В данном случае дисперсию $D[\xi]$ ошибки квантования ξ находят как

$$D[\xi] = \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} \xi^2 f_1(\xi) d\xi = (\Delta x)^2 / 12. \quad (8.5)$$

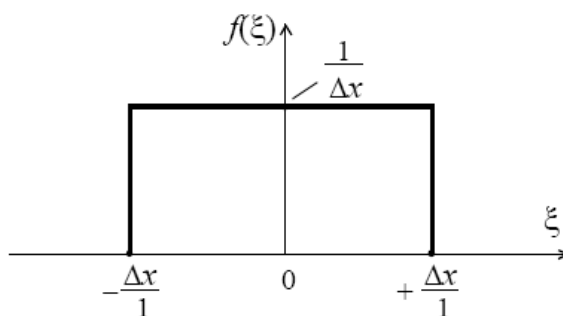


Рис. 8.3. Равномерный закон распределения ошибки квантования

При $\Delta x = \text{const}$ относительная погрешность квантования $\delta_x = \xi(x)/x$ существенно зависит от текущего значения сигнала $x(t)$. В связи с этим при необходимости обработки и передачи сигналов, изменяющихся в широком диапазоне, нередко используется неравномерное (нелинейное) квантование, когда шаг Δx принимается малым для сигналов низкого уровня и увеличивается с ростом соответствующих значений сигнала (например, Δx выбирают пропорционально логарифму значения $|x(t)|$). Выбор шага $\Delta x_i = x_i - \bar{x}_{i-1}$ осуществляется еще и с учетом плотности распределения случайного сигнала (для более вероятных значений сигнала шаг квантования выбирают меньшим, для менее вероятных — большим). Таким образом удастся обеспечить высокую точность преобразования при ограниченном числе разрешенных дискретных уровней сигнала $x(t)$.

Вопросы для самопроверки к разделу 8

1. Опишите процессы дискретизации сигналов по уровню и по времени.
2. В каких случаях требуется дискретизация по уровню?
3. Как шаг дискретизации по уровню связан с разрядностью кодовых слов, необходимых для шифровки значения дискретизируемого сигнала?
4. Перечислите простейшие электронные устройства, в которых осуществляется дискретизация информационных сигналов по уровню и по времени.
5. Нарисуйте схему простейшего устройства, реализующего временную дискретизацию аналоговых сигналов согласно критерию Железнова.
6. Сформулируйте критерии дискретизации сигналов по Котельникову и по Железнову.
7. В каких случаях возможна дискретизация сигналов по Котельникову?
8. Какой из двух критериев дискретизации сигналов (Котельникова или Железнова) является наиболее экономичным (в отношении к занимаемой памяти)?
9. Как выбирается частота дискретизации в случае информационных сигналов случайного типа?
10. Нарисуйте схему простого устройства, с помощью которого дискретизированный сигнал может быть преобразован к исходному виду.
11. Нарисуйте схему простого устройства, с помощью которого можно реализовать процесс дискретизации по Котельникову.

9. Кодирование информации. Помехозащищенные коды

Процесс преобразования сообщения в дискретный сигнал называют кодированием информации, а множество различных кодовых комбинаций, получаемых при данном правиле кодирования, - кодом. Важной характеристикой кода является основание (или значность) кода m , т. е. число возможных значений, которые могут принимать элементы (символы, буквы) кодовой комбинации. Пусть требуется передать сигнал, уровень которого изменяется от 0 до 10 В. Если погрешность представления данных составляет 10 мВ, то каждый отсчет сигнала можно рассматривать как одно из 1000 возможных сообщений. Для передачи этой информации

можно предложить различные способы: а) каждому сообщению поставить в соответствие определенный уровень напряжения, при этом основание кода $m = 1000$, а длина кодовой комбинации (слова) принимает минимальное значение $n = 1$; б) можно воспользоваться двоичным (бинарным) сигналом с $m = 2$, но тогда потребуется код с длиной кодовых слов $n = 10$. При такой длине слов полное число комбинаций равно $2^{10} = 1024$. Очевидно, что в нашем примере некоторые комбинации оказываются не использованными. В рассматриваемом примере возможны и промежуточные варианты. Поэтому целесообразно поставить вопрос об определении оптимальной пары значений m и n .

В качестве критерия оптимальности кода можно принять минимум произведения числа требуемых символов (уровней) m на длину кодовой комбинации n , необходимой для представления заданного числа сообщений N :

$$S = mn = \frac{m \log_2 N}{\log_2 m}, \quad (9.1)$$

В результате указанное условие минимума принимает вид

$$\frac{\partial S}{\partial m} = \log_2 N \frac{\log_2 m - \log_2 e}{[\log_2 m]^2} = 0. \quad (9.2)$$

Получается, что минимум реализуется при $m = e$ (см. табл. 9.1).

Таблица 9.1

m	1000	32	10	6	4	3	2
n	1	2	3	4	5	7	10
$S = n \cdot m$	1000	64	30	24	20	21	20

Как видно из табл. 9.1, где приведены варианты решения задачи о передаче 1000 сообщений, наиболее экономное представление множества сообщений соответствует $m = 2, 3, 4$. Таким образом, код с основанием $m = 2$ оказывается не только удобным вследствие легкости формирования бинарных сигналов, но и одним из наиболее экономных.

Примером двоичного кода является запись натурального числа A в позиционной двоичной системе счисления, осуществляемая по следующему правилу:

$$A = (a_1 a_2 \dots a_n)_2 = a_1 2^{n-1} + a_2 2^{n-2} + \dots + a_n 2^0. \quad (9.3)$$

Здесь символы $a_1, a_2, \dots, a_n$ принимают значения 0 или 1. Целое число n определяет число разрядов в коде. Предполагается, что символ a_1 , расположенный в старшем разряде кодовой комбинации, имеет наибольший вес 2^{n-1} , тогда как вес символа a_n в младшем разряде является минимальным и равен $2^0 = 1$.

Для представления дробных чисел, значения которых не превышают единицы, обычно используют запись в следующем виде:

$$A = (a_1 a_2 \dots a_n)_2 = \sum_{i=1}^n a_i 2^{-i}, \quad (9.4)$$

т.е. веса разрядов кодовой комбинации $a_1, a_2, \dots, a_n$ здесь равны $2^{-1}, 2^{-2}, \dots, 2^{-n}$.

В тех случаях, когда число A может принимать очень большие или же очень малые значения, удобнее использовать представление числа в форме с плавающей запятой. При этом каждое десятичное число определяется мантиссой, принимающей дробные значения от 0,1 до 1, и порядком – показателем степени числа 10. Например, число 50 представляется как $0,5 \cdot 10^2$, а число 0,00105 записывается в виде $0,105 \cdot 10^{-2}$. Соответственно представление в двоичном коде для числа A должно производиться отдельно – для мантиссы и для порядка числа A .

Код, построенный по (9.3) или (9.4), принято относить к арифметическим кодам, на которые распространяются арифметические операции сложения, вычитания, умножения и деления.

Наиболее просто реализуется сложение двоичных чисел, которое, подобно сложению десятичных чисел, производится поразрядно с учетом следующих правил: $0 + 0 = 0$, $1 + 0 = 1$, $1 + 1 = 10$. Как видно, сложение двух единиц в одном разряде сопровождается переносом единицы в следующий (старший) разряд.

Операция вычитания двух нормализованных чисел A и B обычно сводится к сложению числа A с числом $-B$, представленным в обратном или дополнительном коде. Обратный код для отрицательного числа $-B$ образуется инверсией символов кодовой комбинации $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, т.е. заменой значений 0 на 1 (или 1 на 0) во всех ее разрядах, к которым добавляется еще один старший (знаковый) разряд, где для отрицательного числа всегда записывается 1. Дополнительный код в данном случае

находится как дополнение числа B до единицы и может быть получен путем сложения комбинации в обратном коде с числом, равным единице младшего разряда. Как и для обратного кода, в знаковом разряде числа здесь также записывается 1. Для положительных чисел представления в дополнительном и обратном кодах совпадают с исходным двоичным кодом (называемым также прямым кодом), знаковый разряд которого принимает значение 0. Так, представляя нормализованное десятичное число с помощью трех двоичных разрядов, можно записать положительное число $+1/8$ в прямом, обратном и дополнительном кодах как 0001, отрицательное число $-1/8$ в прямом коде записывается как 1001, в обратном – 1110, в дополнительном – 1111.

Особенности выполнения операции умножения видны из следующего примера. Допустим, что нужно перемножить два двоичных числа $A = 110_2 = 6_{10}$ и $B = 101_2 = 5_{10}$. По аналогии с умножением десятичных чисел имеем:

$$\begin{array}{r} \times A = 110 \\ B = 101 \\ \hline 110 \\ 000 \\ 110 \\ \hline A \times B = 11110_2 = 30_{10} \end{array}$$

Отсюда следует, что для вычисления произведения $A \times B$ необходимо прибавить к числу A (т. е. множимому) двоичное число, полученное путем сдвига A влево на два разряда. Легко видеть, что и в общем случае двоичное умножение сводится к последовательному повторению операций сдвига и сложения, причем число операций сдвига равно числу единиц в старших разрядах числа B (т. е. множителя).

Примером кода, отличного от двоичного, является код Грея. В табл. 9.2 приведены некоторые последовательности кодовых слов, записанных в виде десятичного и двоичного кодов, а также кода Грея.

Обратим внимание на то, что при переходе от любого i -го к $(i+1)$ -му или $(i-1)$ -му слову в двоичном коде могут изменяться один, два или три разряда (например, соседним десятичным числам 3 и 4 соответствуют двоичные коды 011 и 100). Код Грея обладает тем ценным свойством, что любые две соседние строки отличаются лишь значением символа в одном разряде. Код Грея используется при построении различных преобразователей аналог – код, где он позволяет свести к единице младшего разряда ошибку неоднозначности при считывании информации.

Таблица 9.2

Коды		
десятичный	двоичный	Грея
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110
5	101	111
6	110	101
7	111	100

В процессе передачи и хранения информации, представленной в двоичном коде, могут возникать ошибки, связанные с изменением отдельных дискретных символов (0 вместо 1 или 1 вместо 0). Обычно это происходит вследствие действия помех. Эти ошибки носят случайный характер и нередко приводят к существенным искажениям передаваемой информации (примером являются ошибки в старших разрядах кодовой комбинации при передаче числовой информации).

Обеспечить помехоустойчивость можно, применяя корректирующие или помехозащищенные коды, позволяющие своевременно обнаруживать и исправлять возникающие ошибки. К. Шеннон доказал, что если скорость передачи информации через канал с помехами не превышает его пропускной способности, то всегда можно построить такой код, при котором вероятность безошибочного декодирования будет сколь угодно близка к единице. При этом под пропускной способностью канала понимается максимально возможная для данного канала скорость передачи информации, которую находят как $C = F_k \log_2(1 + P_C/P_{\Pi})$, где F_k – полоса частот канала, P_C и P_{Π} – средние мощности полезного сигнала и помехи.

Чтобы понять идею построения корректирующих кодов, обратимся к геометрическим моделям, впервые предложенным Р.В. Хеммингом.

Как показал Р.В. Хемминг, n -элементный двоичный код можно представить с помощью n -мерного куба, каждая вершина которого отображает одну из возможных кодовых комбинаций, а длина ребра куба равна единице. На рис. 9.1 приведена модель кода Хеминга для случая $n = 3$, когда по осям координат откладываются значения каждого из трех разрядов кодовой комбинации $A = (a_1 a_2 a_3)$. Хемминг предложил

использовать понятие кодового расстояния d . Этот параметр определяется как число разрядов (символов), в которых одна кодовая комбинация отличается от другой. Для того, чтобы вычислить кодовое расстояние между комбинациями A_1 и A_2 , необходимо подсчитать минимальное число ребер, разделяющих соответствующие им вершины куба.

Другое правило вычисления кодового расстояния - комбинации A_1 и A_2 суммируются по модулю 2, после чего подсчитывается количество единиц в полученной сумме. Операция суммирования по модулю 2 определяется соотношениями: $0 \oplus 0 = 0$; $1 \oplus 0 = 1$; $0 \oplus 1 = 1$; $1 \oplus 1 = 0$, т.е. представляет собой двоичное сложение без переноса единицы в старший разряд. Найдем кодовое расстояние для следующих чисел:

$$\begin{array}{r} A_1 = 10010 \\ A_2 = 10111 \\ \hline A_1 \oplus A_2 = 00101 \end{array}$$

Кодовое расстояние $d = 2$, так как число единиц в сумме $A_1 \oplus A_2$ равно 2.

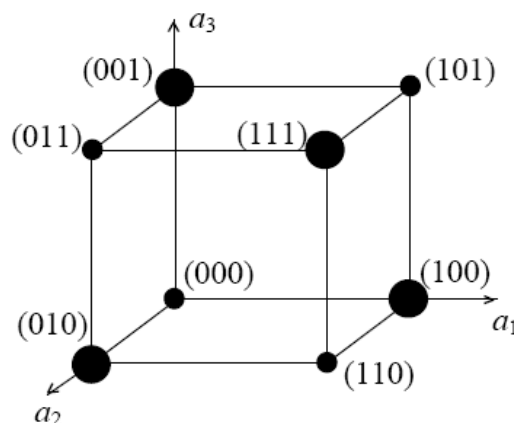


Рис. 9.1. Геометрическая модель линейного кода

Пусть восемь кодовых комбинаций на рис. 9.1 являются разрешенными (допустимыми), тогда кодовое расстояние между соседними комбинациями $d = 1$. Так как в данном случае отсутствует какой-либо признак, позволяющий судить о появлении ошибки в кодовой комбинации, то такой код не является помехозащищенным. Допустим, что лишь четыре из восьми кодовых комбинаций считаются разрешенными, например, это комбинации 001, 010, 100 и 111. Тогда кодовое расстояние $d = 2$, причем искажение символа в одном из разрядов приводит к получению запрещенной кодовой комбинации (000, 011, 101 или 110), что легко выявляется при проверке. Полученный таким образом двоичный код

называют кодом с обнаружением одиночной ошибки. Для $d = 3$ в качестве разрешенных кодовых комбинаций можно принять, например, 010 и 101. При этом обеспечивается возможность не только обнаружения, но и исправления одиночной ошибки. Действительно, получение запрещенной кодовой комбинации 110 указывает на наличие ошибки, для исправления которой необходимо перейти к ближайшей из разрешенных кодовых комбинаций (в данном случае – 010). Данный код позволяет обнаруживать и двойные ошибки, так как при одновременном искажении символов в двух разрядах кодовой комбинации последняя также попадает в число запрещенных.

Из сказанного следует, что построение помехозащищенных кодов всегда связано с введением избыточности в передаваемые кодовые комбинации. При этом корректирующая способность кода, т. е. число обнаруживаемых и исправляемых с его помощью ошибок, определяется главным образом кодовым расстоянием. В общем случае минимальное кодовое расстояние

$$d_{\text{мин}} = t_{\text{обн}} + t_{\text{испр}} + 1,$$

где $t_{\text{обн}}$ – число обнаруживаемых ошибок; $t_{\text{испр}}$ – число исправляемых ошибок (здесь $t_{\text{обн}} > t_{\text{испр}}$). Если код позволяет только обнаруживать ошибки, не исправляя их, то $d_{\text{мин}} = t_{\text{обн}} + 1$. Для кода, исправляющего все обнаруженные ошибки, $d_{\text{мин}} = 2t_{\text{испр}} + 1$.

При взаимно независимых ошибках вероятность искажения любых t символов в n -разрядной кодовой комбинации равна

$$P_t = C_n^t p^t (1 - p)^{n-t},$$

где p – вероятность искажения одного символа,

$$C_n^t = \frac{n!}{t!(n-t)!}.$$

Так как на практике $p \ll 1$, то наиболее вероятными являются ошибки низшей кратности. Их и следует обнаруживать и исправлять в первую очередь.

Простейшим из помехозащищенных кодов является код с проверкой на четность ($d = 2$), который используется при вводе и хранении информации в ЭВМ. В данном случае к кодовой комбинации, состоящей

из n информационных разрядов $a_1, a_2, \dots, a_n$, добавляется один дополнительный (проверочный) разряд a_0 так, что кодовая комбинация принимает вид

$$A' = (a_0 a_1 a_2 \dots a_n). \quad (9.5)$$

Значение проверочного разряда a_0 вычисляют сложением по модулю 2 значений всех информационных разрядов:

$$a_0 = a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_n. \quad (9.6)$$

Иначе говоря, $a_0 = 0$, если общее количество единиц в информационных разрядах кодовой комбинации является четным числом, или $a_0 = 1$, если это число нечетно. Но тогда при отсутствии ошибки кодовая комбинация (9.5) всегда содержит четное число единиц и, следовательно, сумма

$$r = a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_n \quad (9.7)$$

должна принимать нулевое значение ($r = 0$). Если в результате проверки установлено, что контрольная сумма (9.7) принимает значение $r = 1$, то это указывает на наличие одиночной ошибки (или нечетного числа ошибок) в принятой кодовой комбинации. Недостатком данного кода является отсутствие возможности автоматической коррекции ошибок.

Примером корректирующего кода, позволяющего обнаружить и исправить одиночную ошибку ($d = 3$), является код Хемминга, идея построения которого заключается в следующем. Допустим, что кодовая комбинация содержит n информационных и k проверочных разрядов, причем значение каждого проверочного разряда определяется суммированием по модулю 2 определенного числа информационных разрядов. После приема кодовой комбинации производят k -проверок, заключающихся в вычислении контрольных сумм $r_1, r_2, \dots, r_k$ для определенных наборов значений из всех $(n + k)$ разрядов. Если записать результаты данных проверок справа налево, то получим k -разрядное контрольное число $r = (r_k r_{k-1} \dots r_1)$, которое и указывает номер искаженного разряда в двоичной системе счисления. Отсутствию ошибки в кодовой комбинации соответствует контрольное число, составленное только из нулей.

Это число должно описывать $(n + k + 1)$ различных событий, включая отсутствие ошибки или искажение одного из $(n + k)$ разрядов. Так как в k двоичных разрядах можно записать лишь 2^k различных контрольных чисел, то обязательным является выполнение условия

$$2^k \geq n + k + 1, \quad (9.8)$$

откуда можно найти требуемое значение k для заданного числа n . Некоторые значения n и k сведены в табл. 9.3, где указывается относительная избыточность кода $R = k/(n + k)$, т. е. отношение числа проверочных разрядов к общей длине кодовой комбинации.

Таблица 9.3

n	k	$n + k$	$R = k/(n + k)$
1	2	3	0,67
2	3	5	0,6
3	3	6	0,5
4	3	7	0,43
5	4	9	0,44
6	4	10	0,4
7	4	11	0,36

Результаты проверок $r_1, r_2, \dots, r_k$ в коде Хемминга вычисляются в соответствии с проверочными уравнениями:

$$\begin{aligned} r_1 &= a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ r_2 &= a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ r_3 &= a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\ &\dots \end{aligned} \quad (9.9)$$

Первое уравнение включает в себя те разряды кодовой комбинации, в номерах которых в двоичной форме записи стоит единица в младшем разряде (при 2^0). Второе представляет собой сумму по модулю 2 всех разрядов, в двоичных номерах которых стоит единица на позиции 2^1 , т.е. в предпоследнем разряде. Третье составлено как сумма по модулю 2 тех разрядов, в двоичных номерах которых имеется единица на третьем месте, считая с конца (т.е. при 2^2), и т. д.

Анализ уравнений (9.9) показывает, что разряды $a_1, a_2, a_4 \dots$ входят только по одному разу в каждое из этих уравнений. Поэтому именно эти разряды удобно принять в качестве проверочных. Приравнявая проверочные уравнения нулю при отсутствии ошибок, т.е. полагая $r_1 = r_2 = \dots = r_k = 0$, нетрудно найти требуемые значения проверочных разрядов:

$$\begin{aligned}
r_1 &= a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 \oplus \dots; \\
r_2 &= a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\
r_4 &= a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \oplus \dots; \\
&\dots
\end{aligned}
\tag{9.10}$$

Так как информационные и проверочные разряды в полученной кодовой комбинации строго разграничены (разнесены), код Хемминга относят к разделимым кодам (в неразделимых кодах обычно отсутствует четкое деление на информационные и проверочные разряды).

Пусть требуется передать кодовую комбинацию $A = (1011)_2$. Так как $n = 4$, то из табл. 9.3 находим $k = 3$. Следовательно, проверочные разряды должны располагаться внутри кодовой комбинации на первом, втором и четвертом местах, а информационные - на третьем, пятом, шестом и седьмом местах. При этом передаваемая комбинация принимает вид $A' = (a_1 a_2 1 a_4 0 1 1)_2$.

Пользуясь (9.10), определяем значения символов в проверочных разрядах: $a_1 = 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$; $a_2 = 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$, $a_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$. Таким образом, должна передаваться комбинация $A' = (0110011)_2$.

Если при передаче информации произошла одиночная ошибка и на приемной стороне кодовая комбинация имеет вид (0100011) , то результаты проверок (9.9) оказываются следующими:

$$\begin{aligned}
r_1 &= 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1; \\
r_2 &= 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1; \\
r_3 &= 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.
\end{aligned}$$

В данном случае контрольное число $r = (r_3 r_2 r_1)_2 = (011)_2$ равно трем, что указывает на наличие ошибки в третьем разряде.

На практике также широко распространена группа корректирующих кодов, называемых циклическими. Эти коды хорошо приспособлены для обнаружения и исправления не только одиночных ошибок, но и ошибок высокой кратности (пакетов ошибок), имеют простые кодирующие и декодирующие устройства.

При построении циклического кода удобно представить кодовую комбинацию в виде полинома

$$A(x) = a_1 2^{n-1} + a_2 2^{n-2} + \dots + a_n 2^0,$$

где x – фиктивная переменная, заменяющая собой число 2 – основание системы счисления. Так, например, от комбинации $A = (1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ можно перейти к полиному $A(x) = 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 1 \cdot x^1 + 1 \cdot x^0 = x^3 + x + 1$. Над полиномами можно производить любые алгебраические операции как и над двоичными числами. Исключение составляет сложение, которое должно производиться только по модулю 2: $0 \cdot x^i + 0 \cdot x^i = 0 \cdot x^i$; $0 \cdot x^i + 1 \cdot x^i = 1 \cdot x^i$; $1 \cdot x^i + 0 \cdot x^i = 1 \cdot x^i$; $1 \cdot x^i + 1 \cdot x^i = 0 \cdot x^i$. Как следствие, $-1 \cdot x^i = 1 \cdot x^i$, т. е, вычитание заменяется сложением.

Циклические коды образуются путем умножения комбинации исходного кода, выраженной в виде полинома $A(x)$ степени $(n - 1)$, на образующий полином $G(x)$ степени k (в соответствии с указанным правилом, разрешенными считаются лишь те кодовые комбинации, которые делятся без остатка на полином $G(x)$). В качестве образующего полинома $G(x)$ обычно выбирают какой-либо неприводимый полином от аргумента x , т.е. такой, который не может быть представлен в виде произведения сомножителей – полиномов с вещественными коэффициентами. К неприводимым полиномам относятся: $G(x) = x + 1$; $G(x) = x^2 + x + 1$; $G(x) = x^3 + x^2 + 1$; $G(x) = x^3 + x + 1$; $G(x) = x^4 + x^3 + 1$ и т. д. Степень k образующего полинома $G(x)$ задается исходя из требования к корректирующей способности кода. Так, если циклический код должен обеспечивать обнаружение и исправление одиночной ошибки, то для определения значения k можно воспользоваться условием (9.8).

Вопросы для самопроверки к разделу 9

1. Перечислите наиболее распространенные виды цифровых кодов.
2. Дайте краткое определение двоичного позиционного кода.
3. Чем код Грея отличается от двоичного позиционного кода?
4. Сформулируйте правило сложения чисел, представленных в виде двоичных позиционных кодов.
5. Что представляют собой помехозащищенные коды?
6. Как представляется модель корректирующего линейного кода?
7. Как кодовое расстояние связано с корректирующими возможностями помехозащищенного кода?
8. Как осуществляется поиск ошибок при использовании проверки на четность?
9. Дайте определение термина «избыточность кода».
10. Перечислите корректирующие возможности кода Хемминга.

11. По какому принципу строятся циклические коды?
12. Для чего используется образующий полином при генерации кодовых слов циклического кода?

10. Цифроаналоговые преобразователи (ЦАП)

Устройство, осуществляющее автоматическое преобразование входных значений, представленных числовыми кодами, в эквивалентные им значения какой-нибудь физической величины (например, напряжения), называется цифроаналоговым преобразователем (ЦАП). Устройство преобразования обеспечивает соответствие между входным числовым значением $N(t_i)$ и ее аналоговым эквивалентом $x(t_i)$. Количественная связь между входными и выходными сигналами для любого момента времени t_i определяется соотношением $x(t_i) = N(t_i)\Delta x \pm \delta x_i$, где Δx – шаг квантования по уровню (аналоговый эквивалент единицы младшего разряда кода); δx_i – погрешность преобразования.

К основным параметрам ЦАП относятся диапазон изменения входных и выходных значений, временные параметры (быстродействие), погрешность преобразования.

Диапазон изменения входных и выходных значений (динамический диапазон) определяется отношением максимального значения входной или выходной величины преобразователя к минимальному:

$$\Delta D = \frac{x_{\text{макс}}}{x_{\text{мин}}} = \frac{N_{\text{макс}}}{N_{\text{мин}}}. \quad (10.1)$$

При линейном преобразовании входное и выходное значения имеют одинаковый динамический диапазон, который выражают числом разрядов цифрового кода или в децибелах.

В случае, когда минимальное значение равно нулю, диапазон изменения определяется равенством

$$\Delta D = \frac{x_{\text{макс}}}{\delta x} = \frac{N_{\text{макс}}}{\delta N}, \quad (10.2)$$

где δx и δN – допустимые абсолютные погрешности преобразования.

Временные параметры определяют быстродействие преобразователей. Различают три временных параметра:

- 1) шаг или период квантования Δt ;
- 2) время преобразования или время установления $t_{пр}$ (т. е. задержка вход – выход);
- 3) длительность цикла преобразования $t_{ц}$.

Шаг (период) квантования Δt определяется как интервал времени между двумя последовательными преобразованиями. Значение, обратное периоду квантования, $1/\Delta t = f_{кв}$, называется частотой квантования.

Временем преобразования $t_{пр}$ выходного напряжения или тока является интервал времени от момента заданного изменения кода на входе ЦАП до момента установления выходного аналогового сигнала (рис. 10.1).

Длительность цикла преобразования $t_{ц}$ — время между моментом подачи входного кода и выдачей выходного аналогового сигнала ($t_{ц} \geq t_{пр}$). Этот параметр определяется в основном временными диаграммами, описывающими работу ЦАП.

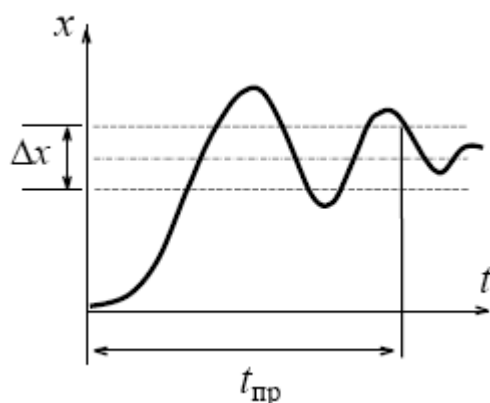


Рис. 10.1. К определению времени преобразования ЦАП, $t_{пр}$

Важным параметром ЦАП является погрешность преобразования (или статическая погрешность). Она характеризуется погрешностью (шумом) квантования и инструментальной погрешностью. В общем случае погрешность квантования можно представить как

$$\xi_{\square} = x(t) - N_t \Delta x = x(t) - x_{\text{дискр}}(t). \quad (10.3)$$

Аппаратурная погрешность, определяемая нестабильностью источника опорного напряжения, погрешностью ключей, резистивных матриц и выходных операционных усилителей (ОУ), называется инструментальной погрешностью. Основными факторами, вызывающими возникновение погрешностей элементов, являются:

- 1) технологический разброс параметров; влияние изменений окружающей среды (в основном температуры);
- 2) изменение параметров во времени (старение);
- 3) воздействия внешних и внутренних шумов и помех.

Все инструментальные погрешности проявляются в основном в следующих видах:

- 1) в виде смещения нуля, характеризующего параллельный сдвиг передаточной характеристики ЦАП от усредненной прямой (вызывается напряжением смещения нуля и ненулевым входным током ОУ, а также остаточными параметрами ключей);
- 2) в виде изменения коэффициента передачи, характеризующего отклонения крутизны реальной передаточной характеристики от усредненной прямой;
- 3) в виде отклонения передаточной характеристики преобразователя от идеальной прямой (такая нелинейность преобразования проявляется как неидентичность приращений выходного сигнала в функции от входного кода).

Существует два широко распространенных способа цифроаналогового преобразования с использованием:

- 1) резистивной матрицы с весовыми двоично-взвешенными сопротивлениями;
- 2) матрицы с двумя номиналами сопротивлений, которую обычно называют матрицей $R - 2R$.

ЦАП с весовыми двоично-взвешенными сопротивлениями (рис. 10.2) состоит из следующих компонентов: n ключей, по одному на каждый разряд, управляемых преобразуемым двоичным кодом N ; матрицы двоично-взвешенных резисторов; источника опорного напряжения $u_{оп}$; выходного операционного усилителя, с помощью которого суммируются токи, протекающие через двоично-взвешенные сопротивления, для получения аналогового выходного сигнала $u_{вых}$, пропорционального цифровому коду.

Если требуется преобразование с высокой точностью, то ЦАП с двоично-взвешенными резисторами должен содержать резисторы широкого ряда номиналов сопротивлений и подобранные для каждого разряда полупроводниковые ключи. ЦАП с двумя номиналами сопротивлений (см. рис. 10.3) исключает эти сложности, благодаря наличию дополнительного резистора в каждом разряде. Так как эта матрица резисторов является линейной цепью, ее работу можно проанализировать методом суперпозиции, т.е. вклад в выходное

напряжение от каждого источника (разряда) рассчитать независимо друг от друга. Вклады от каждого разряда суммируются для получения на выходе ЦАП результата в виде напряжения.

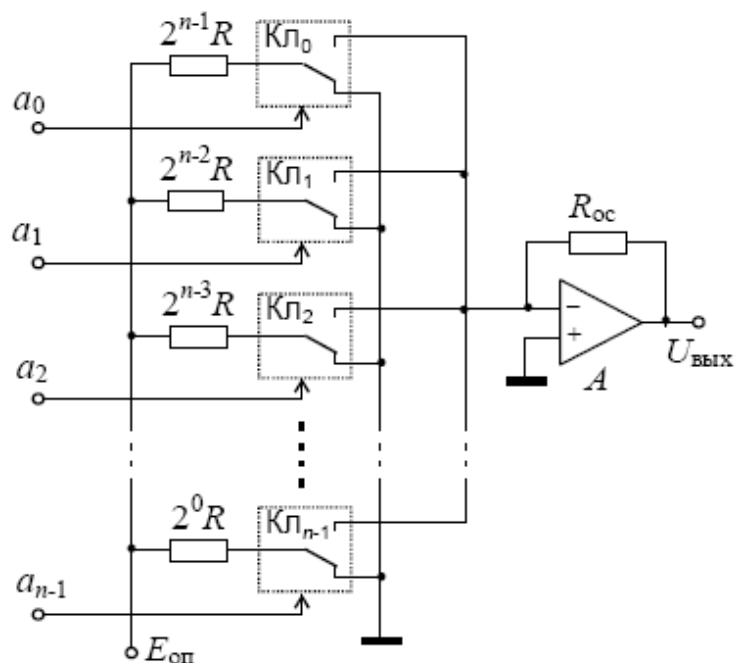


Рис. 10.2. ЦАП с весовыми двоично-взвешенными сопротивлениями

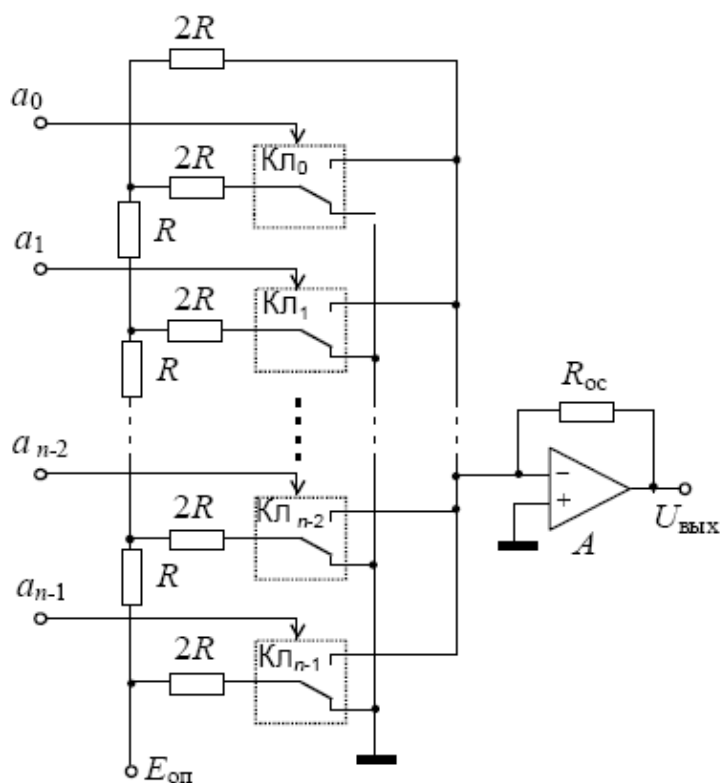


Рис. 10.3. ЦАП с матрицей $R - 2R$ с суммированием токов

В рассмотренной схеме ЦАП используется токовый режим работы суммирующего элемента, т.е. ОУ выполняет суммирование токов. Соответственно формирование разрядных токов осуществляется с помощью ключей, коммутирующих токи (токовых ключей).

По схеме, изображенной на рис. 10.3, реализованы серийно выпускаемые ИМС 10- и 12-разрядных ЦАП К572ПА1, К572ПА2 с временем преобразования соответственно 5 и 15 мкс.

Рассмотрим несколько подробнее внутреннюю структуру интегральной схемы ЦАП К572ПА1 и ее применения.

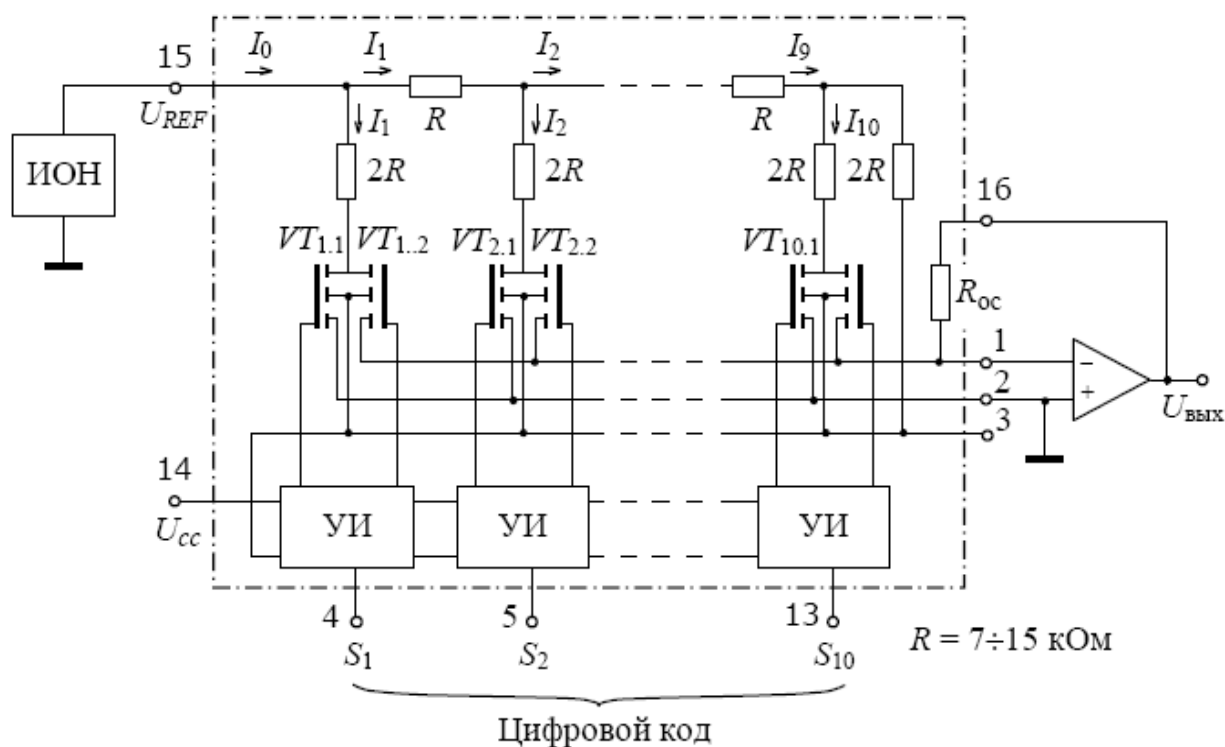


Рис. 10.4. Упрощенная функциональная электрическая схема ЦАП К572ПА1

Микросхема умножающего ЦАП типа К572ПА1 (А, Б, В, Г) является универсальным структурным звеном для построения микроэлектронных ЦАП, АЦП и управляемых кодом делителей тока. Благодаря малой потребляемой мощности, достаточно высокому быстродействию, возможности реализации полного двух- и четырехквadrантного умножения, небольшим габаритам ЦАП К572ПА1 находит широкое применение в различной аппаратуре. Все ее элементы выполнены в одном кристалле.

Микросхема ЦАП К572ПА1 предназначена для преобразования 10-разрядного прямого параллельного двоичного кода на цифровых входах в ток на аналоговом выходе, который пропорционален значениям кода и (или) опорного напряжения. Она выполнена по КМОП технологии с поликремневыми затворами.

В состав ИС ЦАП К572ПА1 входят прецизионная поликремневая резисторная матрица (РМ) типа $R - 2R$, усилители-инверторы (УИ) для управления токовыми ключами, токовые двухпозиционные ключи, выполненные на КМОП транзисторах (рис. 10.4). Для работы в режиме с выходом по напряжению к ИС ЦАП К572ПА1 подключаются внешние ИОН и ОУ с цепью отрицательной обратной связи (ООС), работающей в режиме суммирования токов.

Нумерация и назначение выводов микросхемы: 1 – аналоговый выход 1; 2 – аналоговый выход 2; 3 – общий вывод; 4 – цифровой вход 1 (СР); 5-12 – цифровые входы 2–9; 13-цифровой вход 10 (МР); 14 – напряжение источника питания; 15 – опорное напряжение; 16 – вывод резистора обратной связи.

Метод преобразования, используемый в интегральной схеме К572ПА1, предполагает суммирование в соответствии с заданным значением двоичного кода всех разрядных токов, взвешенных по двоичному закону и пропорциональных значению опорного напряжения на выводе 15. Входной ток задается внешним источником опорного напряжения (ИОН) и последовательно делится в узлах резистивной матрицы $R - 2R$ по двоичному закону (рис. 10.5).

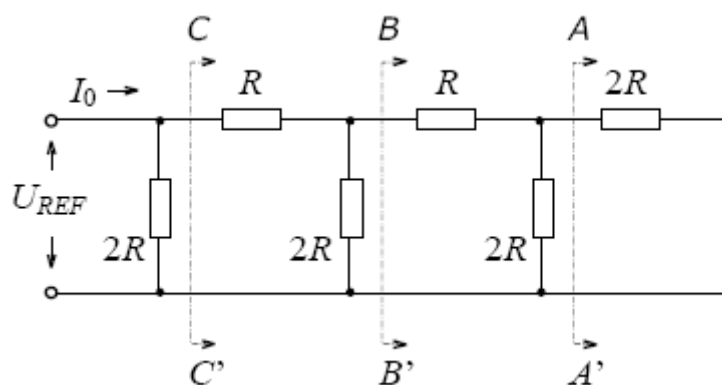


Рис. 10.5. Схема матрицы резисторов $R-2R$

Нетрудно убедиться, что приведенное к месту сечений AA' , BB' , CC' сопротивление части резисторов, отсекаемых в направлении стрелок, равно $2R$. Токи ветвей РМ поступают через ключевые КМОП транзисторы на аналоговые выходы 1 и 2 в зависимости от значений кода на входах

усилителей-инверторов. При появлении на одном из входов ЦАП напряжения высокого уровня ($a_i = 1$) ток соответствующей ветви РМ поступает на выход 1, а при подаче напряжения низкого уровня ($a_i = 0$) – на выход 2.

Значения токов I_1 и I_2 на выходах 1 и 2 интегральной схемы определяются из выражений:

$$I_1 = \frac{U_{REF}}{R'_{\text{ЭКВ}}} \sum_{i=1}^{10} 2^{-i} a_i, \quad I_2 = \frac{U_{REF}}{R'_{\text{ЭКВ}}} \sum_{i=1}^{10} 2^{-i} \bar{a}_i, \quad (10.4)$$

где $R_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентное сопротивление РМ, равное 10 кОм; a_i – значение двоичного кода на цифровом входе S_i ; $\bar{a}_i$ – инверсное значение двоичного кода на цифровом входе S_i .

Двоичный закон распределения токов в ветвях РМ соблюдается при условии равенства потенциалов выходов 1 и 2. Это обеспечивается подключением выхода 1 к инвертирующему входу ОУ, охваченного отрицательной обратной связью. Неинвертирующий вход ОУ соединяется с выходом 2 и с шиной аналоговой земли. При этом осуществляется преобразование тока на выходе 1 в пропорциональное ему напряжение на выходе ОУ. Резистор $R_{\text{ос}}$ определяет значение коэффициента преобразования и напряжения в конечной точке шкалы. В аналитической форме связь напряжения на выходе ОУ со значением двоичного кода на выходе определяется выражением

$$U_{ORN} = \frac{U_{REF} R_{\text{ос}}}{2^b R} \left(2^{(b-1)} a_1 + 2^{(b-2)} a_2 + \dots + 2^1 a_{b-1} + 2^0 a_b \right), \quad (10.5)$$

где b – число разрядов преобразования. Разряд кода с индексом 1 является старшим (СР), а разряд с индексом b – младшим (МР).

Максимальное значение выходного напряжения (напряжения в конечной точке диапазона) при $a_i = 1$ для всех разрядов кода определяется по формуле

$$U_{ORN} = \frac{U_{REF} R_{\text{ос}}}{R} \left(1 - 2^{-b} \right), \quad (10.6)$$

где минимальное напряжение при $a_i = 0$ во всех разрядах кода равно нулю. Шаг квантования, т.е. расчетное приращение выходного напряжения при изменении входного кода на единицу младшего разряда, составляет

$$h = \frac{U_{REF} R_{oc}}{2^b R}. \quad (10.7)$$

Реальное напряжение в конечной точке шкалы –

$$U_{ORN} \approx U_{REF} R_{oc} / R. \quad (10.8)$$

Для достижения стабильности основных параметров преобразования при воздействии внешних факторов резистор обратной связи $R_{oc} = R$ размещен на кристалле микросхемы. При использовании ИОН $U_{REF} = 10,24$ В с внутренним резистором R_{oc} значение $U_{ORN} = 10,24$ В, а $h = 10$ мВ. Номинальное значение выходного тока составляет 1 мА, но фактическое может изменяться в пределах от 0,5 до 2 мА.

Значения основных параметров интегральной схемы зависят в первую очередь от точности соблюдения отношения $R_{oc}/R = 1$ и $R/2R = 0,5$ для всех звеньев РМ. Поэтому резисторы выполнены в виде идентичных по геометрическим размерам областей, одинаково ориентированных относительно осей кристалла. В качестве резистивного материала использована выращенная на поверхности кристалла методом вакуумного осаждения тонкая пленка поликристаллического кремния с высокой стабильностью сопротивления. Транзисторы токовых ключей выполнены так, что их сопротивления в проводящем состоянии достаточно малы и обратно пропорциональны протекающему току.

Основные электрические параметры при температуре окружающей среды 25 ± 10 °С представлены в табл. 10.1.

Динамические свойства интегральной схемы К572ПА1 характеризуются временем установления выходного тока при включении СР и одновременном выключении всех остальных разрядов, т.е. на так называемом главном переходе. При этом наблюдается наиболее длительный и сложный переходный процесс со значительными выбросами.

Микросхема ЦАП обладает помехозащищенностью 0,4 В при уровнях $U_{IL} < 0,4$ В и $U_{IH} > U_{cc} - 0,5$ В. Типовое (среднее) значение δ_L при $T = 25 \pm 10$ °С составляет $\pm 0,1\%$ для К572ПА1А, $\pm 0,2\%$ для К572ПА1Б и $\pm 0,4\%$ для К572ПА1В (Г). Нормы на другие электрические параметры представлены в табл. 10.2.

Таблица 10.1

Параметр	Не менее	Не более
Число разрядов b	10	10
Дифференциальная нелинейность δ_{LD} , %:		
K572ПА1А	–0,1	0,1
K572ПА1Б	–0,2	0,2
K572ПА1В	–0,4	0,4
K572ПА1Г	–0,8	0,8
Время установления выходного тока t_{SI} , мкс	–	5
Выходной ток смещения нуля I_0 , нА	–	100
Абсолютная погрешность преобразования в конечной точке шкалы δ_{FS} , МР	–30	+30
Ток потребления I_{CC} , мА	–	2

Представленные нормы на электрические параметры интегральной схемы и возможность ее согласования с КМОП цифровой интегральной схемы обеспечиваются при напряжении источника питания $15 \text{ В} \pm 10 \%$ и опорном напряжении 10.24 В . Для работы ЦАП с ТТЛ схемами требуются дополнительные резисторы согласования уровней. Непосредственное согласование ЦАП с ТТЛ цифровой интегральной схемы возможно при питании от источника $5 \text{ В} \pm 10 \%$. Однако электрические параметры преобразователя в этом случае ухудшаются.

Преобразователь K572ПА1 допускает работу при напряжении питания в диапазоне от 5 до 17 В и изменении опорного напряжения в пределах $\pm 17 \text{ В}$ без гарантии норм на параметры.

При эксплуатации ЦАП K572ПА1 необходимо учитывать ряд его специфических свойств, связанных с выполнением интегральной схемы по КМОП технологии. Так, ток, потребляемый ЦАП от источника питания, зависит от уровня цифровых сигналов на входе. При некоторых значениях сигналов между уровнями логических 0 и 1 ток потребления максимален и может в несколько раз превышать норму.

Таблица 10.2

Типовые значения некоторых электрических параметров микросхем ЦАП К572ПА1	
Температурный коэффициент $\alpha\delta_{LD}$, % / °C, не более	$3,5 \cdot 10^{-6}$
Температурный коэффициент $\alpha\delta_{FS}$, % / °C, не более	$15 \cdot 10^{-6}$
Рассеиваемая мощность при $U_{REF} = 10\text{В}$, мВт, не более	20
Входной ток I_{IH} по цифровым входам, мкА, не более	1
Выходной ток I_{ORN} при $U_{REF} = 22.5\text{ В}$, мА, не более	3,5
Сопротивление ЦОС и эквивалентное сопротивление РМ, кОм	10

Для исключения перегрева кристалла интегральной схемы цифровые сигналы должны иметь крутые фронты и установленные уровни логических 0 и 1. Сигналы на цифровых входах не должны принимать отрицательных значений и превышать уровень напряжения питания. Недействующие цифровые входы заземляются.

При работе с ЦАП К572ПА1 рекомендуется следующая последовательность подачи электрических режимов: потенциал земли, напряжение питания, опорное напряжение, напряжение на цифровые входы. Порядок снятия напряжения – обратный. Если уровни цифровых сигналов не превышают 5,5 В, то подача режимов может быть произвольной. Опорное напряжение на вход 15 интегральной схемы может подаваться любой полярности и формы.

Не допускается подавать напряжения отрицательного диапазона и более U_{CC} на выводы 1 и 2, менее 0 и более U_{CC} на все выводы ЦАП, кроме 1, 2, 15.

Основная схема включения интегральной схемы ЦАП К572ПА1 (рис. 10.6) позволяет реализовать двухквадрантное умножение и обеспечивает функцию униполярного преобразования двоичного кода в напряжение на выходе внешнего ОУ. Выходное напряжение формируется в пределах от 0 до U_{REF} . Связь между напряжением на выходе 1 микросхемы и двоичным кодом на цифровых входах ЦАП однозначна (см. табл. 10.3).

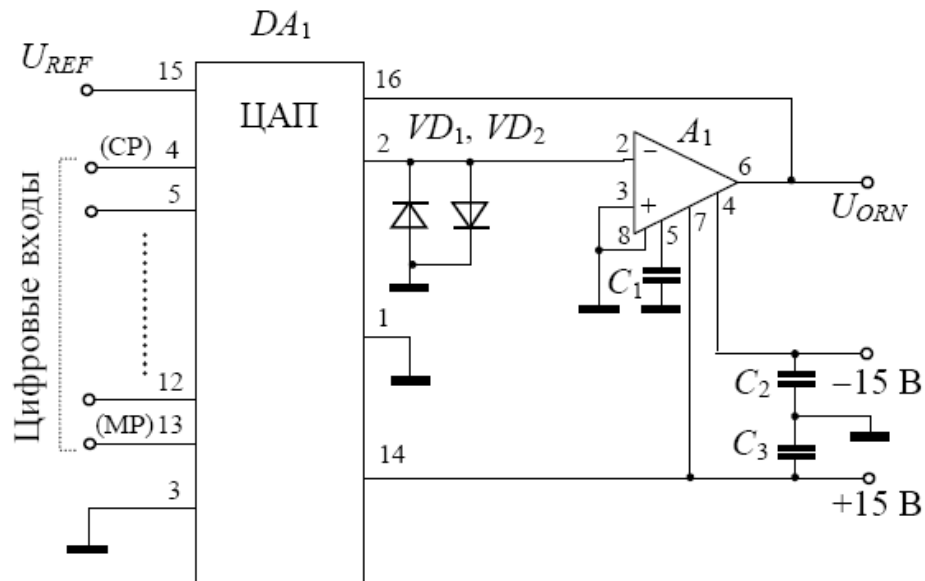


Рис. 10.6. Принципиальная электрическая схема включения интегральной схемы ЦАП К572ПА1 в режиме двухквадрантного умножения

Таблица 10.3

Входной цифровой код	Выходное напряжение
0000000000	0
0000000001	$-2^{-10} \cdot U_{REF}$
.....	
1000000000	$-2^{-1} \cdot U_{REF}$
.....	
1111111111	$(1 - 2^{-10}) \cdot U_{REF}$

Использование внешнего ОУ предполагает его правильный выбор, который осуществляется исходя из точности и скоростных свойств преобразователя. Для сохранения точности ЦАП следует использовать интегральную схему ОУ с напряжением смещения не более 5 мВ (т.е. 0,5 значения младшего разряда). Желательно также, чтобы время установления ОУ не превышало 2 – 5 мкс.

Обычно совместно с ЦАП К572ПА1 используется интегральная схема ОУ типа К154УД3, у которого напряжение смещения нуля равно примерно 8 мВ и время установления 0,5 мкс. На рис. 10.6 показана принципиальная схема униполярного ЦАП типа «код – напряжение», работающего с ОУ К154УД3 и управляемого по входу стандартными цифровыми КМОП-уровнями.

Для защиты схемы преобразователя от помех по цепям питания ОУ используются конденсаторы C_2 и C_3 типа К50-24 и конденсатор C_1 типа КМ56-П33. Для защиты выводов ЦАП 1 и 2 от случайного попадания отрицательного напряжения, один из них (2) заземляют, а другой (1) подключают к общему проводу (земле) через пару диодов (VD_1 и VD_2), включенных встречно-параллельно. Используются диоды Шотки типа КД514А, размещенные непосредственно у корпуса интегральной схемы.

На рис. 10.7 приведена принципиальная схема биполярного преобразователя типа «код – напряжение», в которой используются два внешних ОУ. Схема формирует выходное напряжение в пределах от $-U_{REF}$ до U_{REF} . Режим биполярного преобразования реализуется вычитанием выходных токов интегральной схемы ЦАП, протекающих по цепям его выводов 1 и 2 (I_{ORN} и $\bar{I}_{ORN}$). Инвертирование тока I_{ORN} производится операционным усилителем A_1 . На входе ОУ A_2 осуществляется их суммирование. В качестве ОУ в схеме использованы интегральные схемы К154УД3. Напряжение на выходе ЦАП определяется по формуле

$$U_{ORN} = -|I_{ORN} - \bar{I}_{ORN}|R_{\text{экв}}. \quad (10.9)$$

Зависимость напряжения на выходе схемы (рис. 10.7) от входного цифрового кода однозначна и определяется соотношениями, представленными в табл. 10.4.

Таблица 10.4

Входной цифровой код	Выходное напряжение
0000000000	$(1 - 2^{-10}) \cdot U_{REF}$
.....	
0111111111	0,5 МР
1000000000	-0,5 МР
.....	
1111111111	$-(1 - 2^{-10}) \cdot U_{REF}$

Следует отметить, что в данной схеме невозможно получение точного нулевого значения напряжения на выходе. В схеме на рис. 10.7 в цепи обратной связи ОУ A_2 использован внутренний резистор ЦАП с сопротивлением, равным $R_{\text{экв}}$. Частотная коррекция усилителей A_1 и A_2 осуществляется конденсаторами C_1 и C_2 типа КМ56-П33. Конденсаторы C_3 и C_4 (типа К50-24) используются для защиты от помех по цепям

питания. Диоды VD_1 и VD_2 типа КД514А. Погрешность преобразования в данной схеме определяется разбросом номиналов и степенью согласования резисторов R_1 и R_2 (они выбираются одного номинала и должны иметь марку С2-29В-0,125).

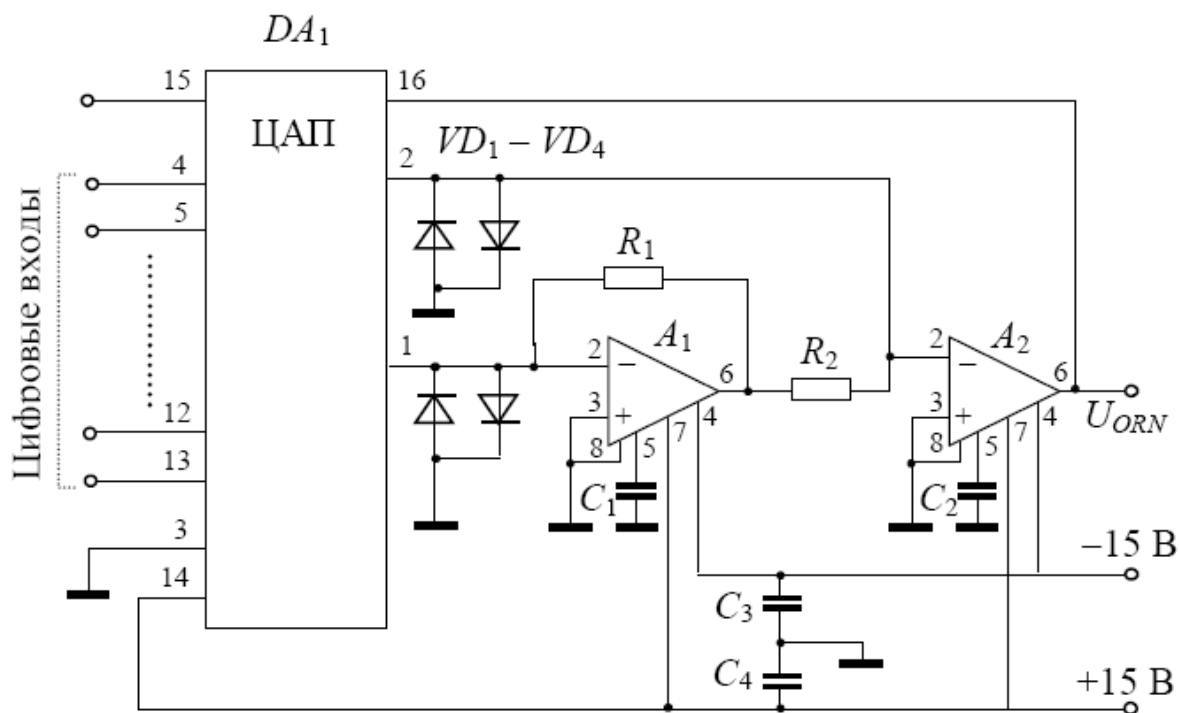


Рис. 10.7. Принципиальная электрическая схема включения интегральной схемы ЦАП К572ПА1 в режиме четырехквadrантного умножения

При включении интегральной схемы ЦАП К572ПА1 в биполярном режиме рекомендуется использование интегральных схем ОУ сдвоенного типа К140УД20 (на одном кристалле два одинаковых ОУ). Напряжение смещения у этой микросхемы не превышает 5 мВ, а частота среза – 550 кГц.

На рис. 10.8 показана принципиальная схема унipoлярного ЦАП в режиме преобразования «код-напряжение», снабженного мощным выходным усилительным каскадом. С ее помощью можно сформировать задаваемое двоичным кодом напряжение, изменяющееся в пределах от 0 до 10 В при токе нагрузки 0,5 А. Выходной каскад схемы, представленной на рис. 10.8, выполнен на комплементарной паре транзисторов типа КТ815В (VT_1) и КТ814В (VT_2). опорное напряжение формируется прецизионным стабилитроном VD_1 типа Д814Г. Максимальное напряжение U_{ORN} регулируется с помощью сопротивления R_2 типа СП5-85Б.

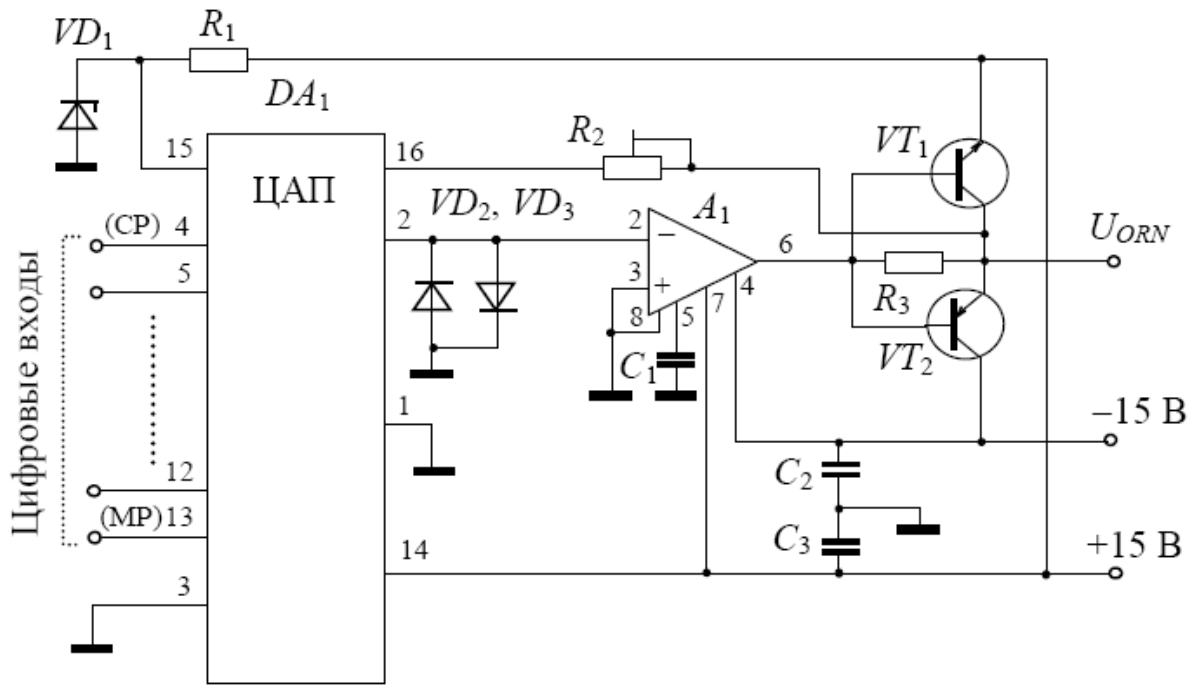


Рис. 10.8. Принципиальная электрическая схема включения интегральной схемы ЦАП К572ПА1 в режиме двухквадрантного умножения с мощным выходным каскадом

Кроме представленных выше, существует ЦАП, использующий режим работы суммирующего элемента, близкий к холостому ходу (ОУ суммирует напряжения, рис. 10.9).

ЦАП с резистивными матрицами $R-2R$, в отличие от ЦАП с двоично-взвешенными резисторами, не требуют широкого диапазона номиналов резисторов и поэтому легко реализуются полупроводниковой интегральной технологией. Матрицы $R-2R$ занимают меньшую площадь на поверхности кристалла и позволяют снизить до минимума паразитные емкости и индуктивности резисторов и соединительных проводников. Однако преобразователи с резистивными матрицами $R-2R$ также имеют недостатки. Наиболее существенный – сильное влияние на точность преобразования нестабильности сопротивлений ключей в замкнутом состоянии, что снижает временную и температурную стабильность их характеристик. Указанный недостаток в значительной степени удастся устранить в схемах, где разрядные токи формируются с помощью активных элементов (генераторов тока). Одна из таких схем представлена на рис. 10.10.

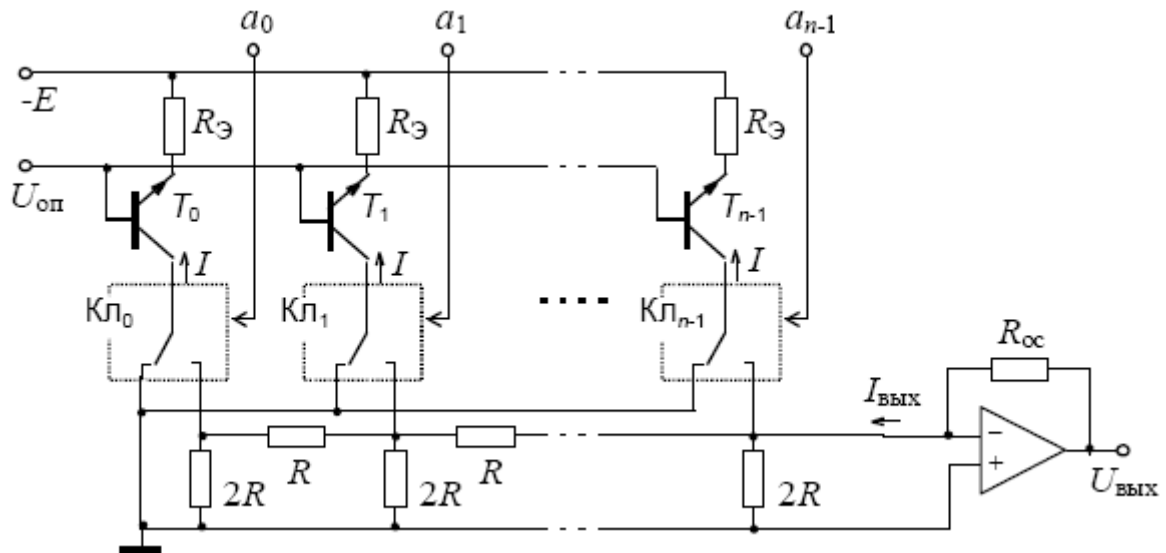


Рис. 10.9. ЦАП с матрицей $R-2R$ и с суммированием напряжений

В этой схеме матрица $R-2R$ используется для формирования двоично-взвешенных токов. Источники тока, выполненные на транзисторах $T_0, T_1, \dots, T_{n-1}$ вместе с эталонными резисторами R_Σ , вырабатывают одинаковые токи I , поступающие на выход с помощью ключей $Кл_0, Кл_1, \dots, Кл_{n-1}$, управляемых входным кодом N . Эти токи подключаются к двоичному делителю, реализованному на резистивной матрице $R-2R$, который ослабляет их на выходе в соответствии с весовыми коэффициентами. Выходной ток ЦАП

$$I_{\text{вых}} = \frac{I}{2^{n-1}} \sum_{i=0}^{n-1} a_i 2^i.$$

Среди серийно выпускаемых ИМС, в которых разрядные токи формируются на основе генераторов тока, можно указать 12-разрядные ЦАП К594ПА1, К1108ПА1 с временем преобразования 3,5 и 0,4 мкс.

Отметим следующие преимущества ЦАП с токовыми ключами: высокое быстродействие, обусловленное малыми перепадами напряжений в коммутируемых цепях, малыми постоянными времени и ускоренным перезарядом паразитных емкостей; технологичность изготовления, обусловленная однородностью структуры.

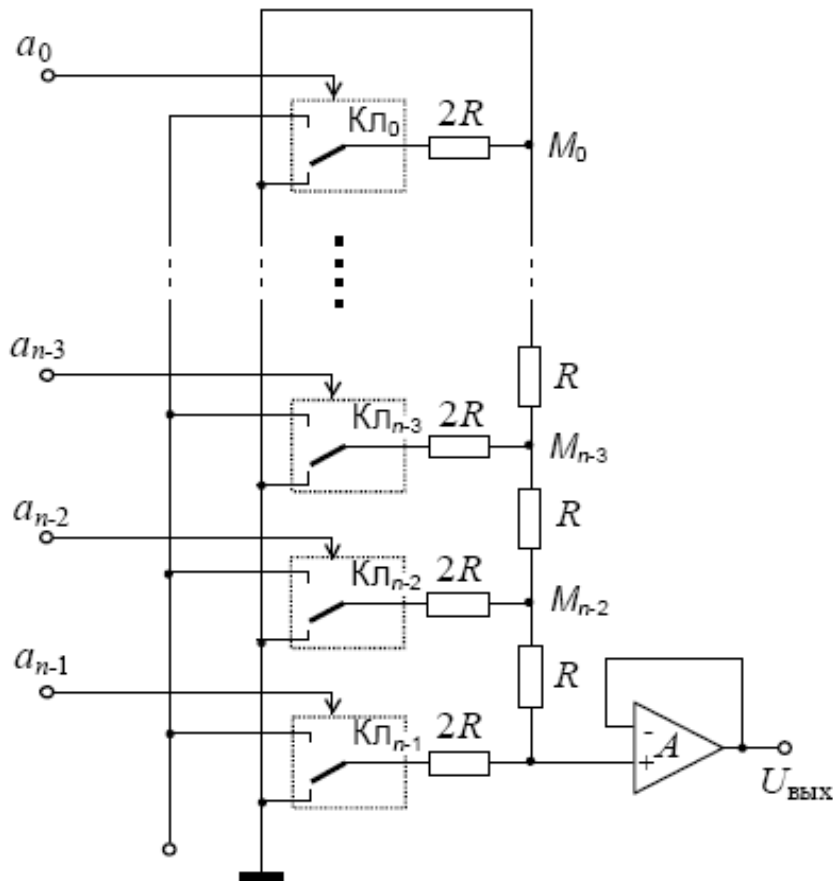


Рис. 10.10. ЦАП с источниками тока на активных элементах

Для получения биполярного выходного сигнала, соответствующего рассматриваемым входным кодам, применяют различные выходные схемы ЦАП. Можно построить ЦАП с суммированием токов, учитывая особенность дополнительного кода, что старший разряд включен при преобразовании отрицательных значений и выключен при преобразовании положительных и нулевых (рис. 10.11, а). Здесь на инвертирующий вход операционного усилителя поступает ток старшего разряда I_n , а на неинвертирующий – токи всех остальных разрядов $I_{\text{ВЫХ}}$.

В схеме рис. 10.11, б выходной ток ЦАП $I_{\text{ВЫХ}}$ поступает на вход инвертирующего усилителя ОУ и преобразуется в напряжение противоположной полярности. Это напряжение подается на верхний контакт ключа и на вход следующего инвертирующего ОУ₂, где преобразуется в напряжение той же полярности, что и на выходе ЦАП. В результате к верхнему и нижнему контактам ключа, управляемого знаковым разрядом входного кода a (прямой код со знаком), приложены одинаковые по амплитуде, но противоположные по знаку потенциалы. В зависимости от a_n соответствующий потенциал подается на вход повторителя ОУ₃.

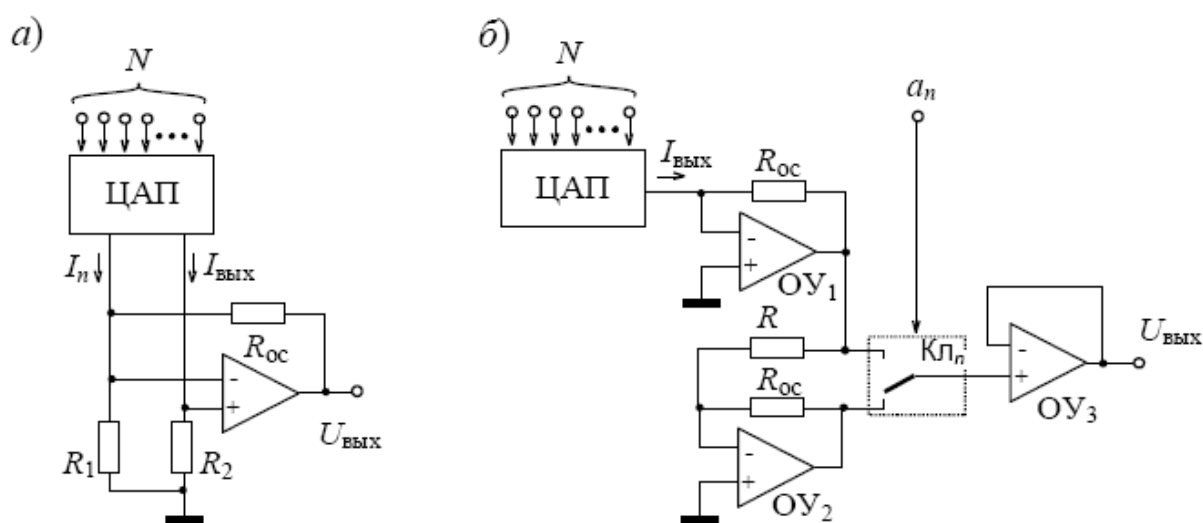


Рис. 10.11. Схемы формирования биполярного выходного сигнала ЦАП:
 а – для дополнительного кода; б – для прямого кода с учетом знака

Вопросы для самопроверки к разделу 10

1. Перечислите наиболее распространенные типы цифро-аналоговых преобразователей.
2. От чего зависит точность преобразования цифро-аналоговых преобразователей?
3. Перечислите основные статические параметры ЦАП.
4. Что понимают под разрешающей способностью ЦАП?
5. Какого рода переходные процессы возникают на выходе операционных усилителей ЦАП при переключениях электронных ключей резистивной матрицы?
6. Какими свойствами обладают резистивные матрицы типа « $R-2R$ »?
7. В чем преимущества интегрального исполнения резистивной матрицы « $R-2R$ »?
8. Чем отличаются ЦАП на резистивных матрицах с весовыми двоично-взвешенными сопротивлениями от ЦАП на резистивных матрицах типа « $R-2R$ »?
9. Чем отличаются ЦАП с суммированием токов от ЦАП с суммированием напряжений?
10. Как зависит выходное напряжение ЦАП от полярности и величины опорного напряжения, подключаемого к резистивной матрице « $R-2R$ »?

11. Как определяется время преобразования ЦАП?
12. Можно ли ЦАП использовать в качестве цифрууправляемого линейного усилителя аналоговых сигналов?
13. Что можно сделать для повышения нагрузочной способности ЦАП?
14. Перечислите источники ошибок преобразования для рассмотренных видов ЦАП.
15. Каким образом поддерживается равенство потенциалов на выходных шинах матрицы « $R-2R$ » в ЦАП, построенных на его основе?
16. В чем состоит схемотехническое отличие цифро-аналоговых преобразователей двухквadrантного и четырехквadrантного умножения?

11. Аналого-цифровые преобразователи

Устройство, осуществляющее автоматическое преобразование (измерение и кодирование) непрерывно изменяющихся во времени аналоговых значений в эквивалентные значения числовых кодов, называется аналого-цифровым преобразователем (АЦП). Преобразование обеспечивает соответствие дискретного отсчета $x(t_i)$ значению кода $N(t_i)$. Количественная связь для любого момента времени t_i определяется соотношением

$$N(t_i) = \frac{x(t_i)}{\Delta x} \pm \delta N(t_i), \quad (11.1)$$

где $\delta N(t_i)$ – погрешность преобразования на данном шаге, а Δx – шаг дискретизации (или шаг квантования).

АЦП являются устройствами, принимающими входные непрерывные сигналы от аналоговых устройств и выдающими на выходе соответствующие им цифровые сигналы, пригодные для работы с ЭВМ и другими цифровыми устройствами. АЦП, так же как и ЦАП, широко применяются в различных областях, являясь неотъемлемой составной частью цифровых измерительных приборов, систем и устройств обработки и отображения информации, автоматических систем контроля и управления, устройств ввода – вывода информации ЭВМ и т.д. Основные параметры АЦП (диапазон изменения, временные параметры, статическая погрешность) имеют тот же смысл, что и соответствующие параметры ЦАП.

Рассмотрим основные принципы построения АЦП. Все АЦП можно разделить на последовательные, параллельные и последовательно-параллельные.

К последовательным АЦП относятся:

- а) последовательные с единичным приближением, основанные на уравнивании входного аналогового значения суммой минимальных (для данного преобразователя) по весу эталонов (квантов);
- б) с двоично-взвешенным приближением, в которых уравнивание входного аналогового значения осуществляется суммой n эталонов (n – число разрядов АЦП), взвешенных по двоичному закону;
- в) с промежуточным преобразованием входного аналогового значения в интервал времени или частоту с последующим преобразованием в цифровой код;
- г) без промежуточного преобразования, к которым можно отнести преобразователи напряжение – частота, т. е. частота повторения выходных импульсов таких АЦП пропорциональна входному аналоговому значению;
- д) интегрирующие АЦП, использующие в процессе преобразования операцию интегрирования входного аналогового сигнала за фиксированный интервал времени.

Параллельные АЦП основаны на использовании $(2^n - 1)$ -эталонов с весами, отличающимися на один квант. Сравнение входного аналогового значения с каждым эталоном производится одновременно с помощью $(2^n - 1)$ схем сравнения (компараторов).

Последовательно-параллельные АЦП разделяют на:

- а) многоступенчатые, в которых применяют несколько параллельных АЦП, работающих последовательно во времени;
- б) многотактные, в которых один и тот же параллельный АЦП работает последовательно несколько раз с соответствующим управлением пороговыми напряжениями.

Рассмотрим основные разновидности АЦП.

1) Последовательные АЦП с единичным приближением.

Типичная схема последовательного АЦП с единичным приближением (АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением) дана на рис. 11.1, а. Импульс начала цикла преобразования, который в дальнейшем будем называть импульсом запуска, подключает счетчик к выходу генератора импульсов (ГИ). Так как разряды счетчика соединены с разрядами ЦАП, то напряжение на выходе последнего ($u_{\text{цап}}$) увеличивается по ступенчатому пилообразному закону (рис. 11.1, б), причем высота ступени соответствует единице младшего разряда АЦП. Процесс преобразования заканчивается, когда напряжение $u_{\text{цап}}$ сравняется с входным напряжением $u_{\text{вх}}$ (или станет больше последнего на величину, меньшую величины

единицы младшего разряда). При этом компаратор A прекращает поступление счетных импульсов на счетчик и осуществляет считывание с него выходного кода N , представляющего цифровой эквивалент входного напряжения в момент окончания преобразования.

Статическая погрешность преобразования определяется в основном суммарной статической погрешностью используемых ЦАП и компаратора. Быстродействие рассматриваемого АЦП, характеризуемое временем преобразования, определяется числом разрядов n и частотой счетных импульсов $f_{сч}$. Время преобразования АЦП данного типа является переменным и определяется уровнем входного напряжения. Максимальное время преобразования, соответствующее максимальному входному напряжению,

$$t_{пр.макс.} = (2^n - 1)\Delta t_{сч}, \quad (11.2)$$

где $\Delta t_{сч} = 1 / f_{сч}$ – период следования счетных импульсов.

Так как число разрядов АЦП задается, время преобразования определяется частотой (периодом) счетных импульсов. Минимальный период импульсов $\Delta f_{сч.мин.}$ необходимо выбирать из условия установления за это время всех переходных процессов с заданной погрешностью. Для схемы на рис. 11.1 справедливо равенство

$$\Delta t_{сч.мин.} = t_{сч} + t_{цап} + t_{тг} + t_{к} + t_{л}, \quad (11.3)$$

где $t_{сч}$ – максимальное время установления (для самого неблагоприятного случая) переходного процесса в счетчике; $t_{цап}$ – время установления ЦАП; $t_{тг}$ – время включения управляющего триггера; $t_{к}$ и $t_{л}$ – времена включения компаратора и логической схемы.

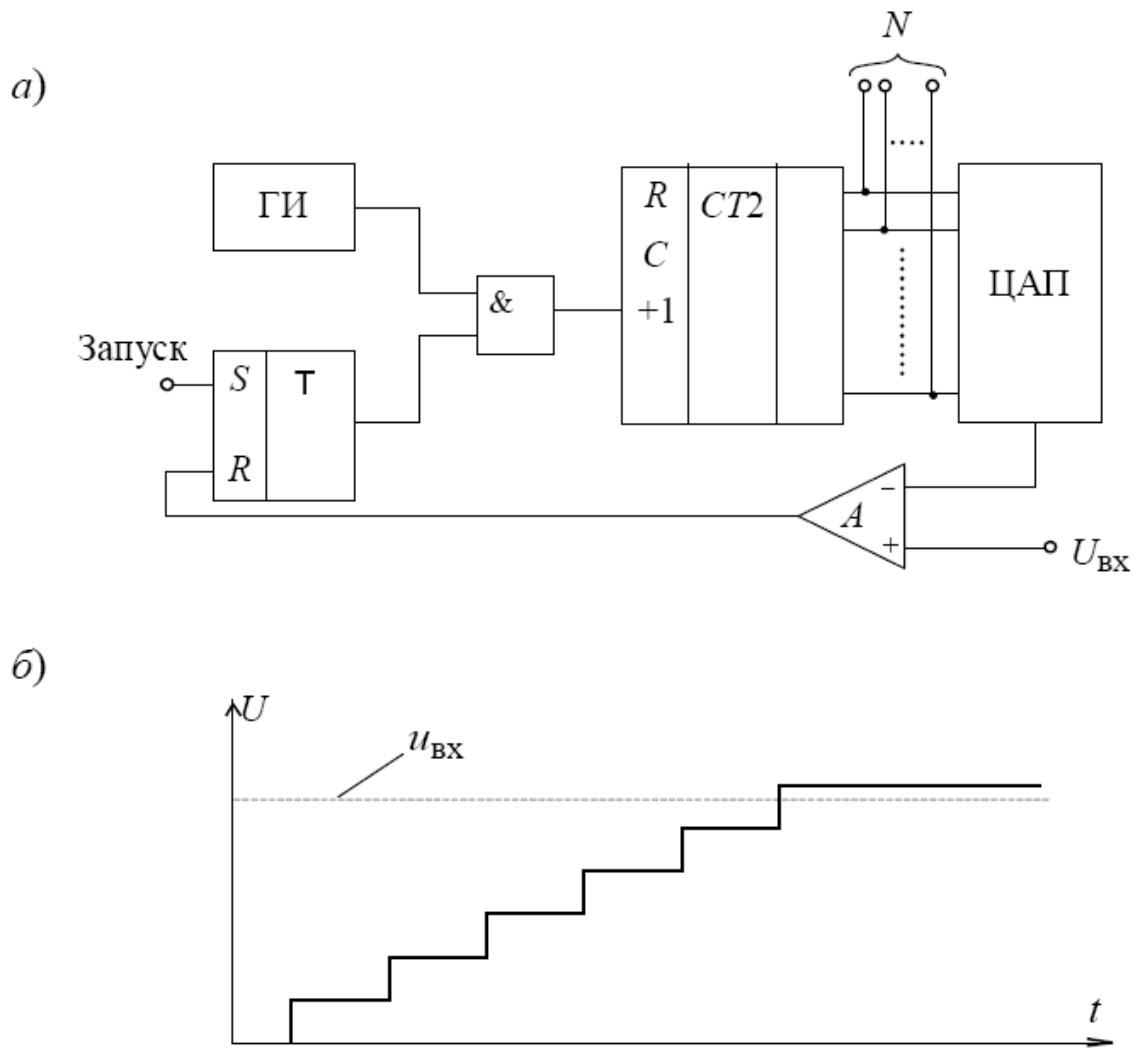


Рис. 11.1. Схема последовательного АЦП с единичным приближением (а) и временная диаграмма ее работы (б)

Рассмотренный АЦП легко превратить в АЦП следящего типа. Для получения АЦП следящего типа в схеме рис. 11.1, а необходимо заменить суммирующий счетчик на реверсивный и использовать прямой и инверсный выходы компаратора для управления им. В этом случае при $u_{\text{ВХ}} \approx u_{\text{ЦАП}}$ выходной код АЦП колеблется вокруг среднего положения с точностью до единицы младшего разряда, как это имеет место в любой дискретной следящей системе. Если в состоянии динамического равновесия $u_{\text{ВХ}}(t)$ начинает изменяться, то выходной код АЦП отслеживает его с погрешностью, равной единице младшего разряда. Однако это реализуется при условии, что за период счетных импульсов $\Delta t_{\text{сч}}$ входной сигнал изменится не более чем на значение шага квантования Δu , т.е.

$$\Delta u \geq u'_{\text{ВХ}}(t) \Delta t_{\text{сч}}. \quad (11.4)$$

2) Последовательные АЦП с двоично-взвешенным приближением.

Схема последовательного АЦП с двоично-взвешенным приближением дана на рис. 11.2, а.

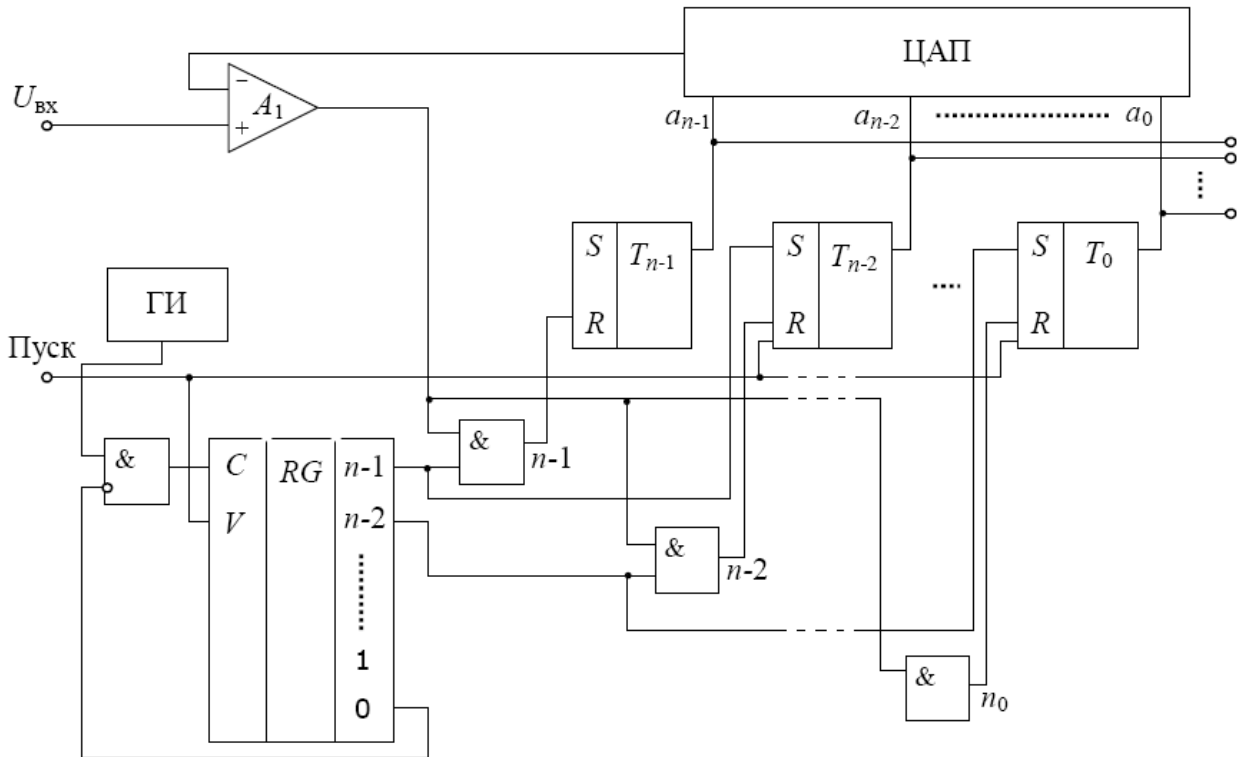


Рис. 11.2. Последовательный АЦП с двоично-взвешенным приближением

В данном АЦП входное аналоговое напряжение u_{BX} поступает на один из входов компаратора, на другой вход которого подается $u_{\text{ЦАП}}$. При сравнении этих напряжений компаратор вырабатывает команды, которые подаются на управляющее устройство. Оно состоит из n -разрядного регистра и триггеров с логикой 2И по входу R . Выходные сигналы этого устройства управляют работой ЦАП.

При поступлении импульса запуска триггер старшего разряда $T_{(n-1)}$ устанавливается в состояние 1, а все остальные – в состояние 0. В первом такте работы АЦП компаратор сравнивает u_{BX} с эталонным напряжением $u_{\text{Э}(n-1)}$, подаваемым с ЦАП и соответствующим единице его старшего разряда. При этом выясняется, какая из этих двух величин больше. Если $u_{\text{BX}} > u_{\text{Э}(n-1)}$, то на выходе компаратора отсутствует импульс и в старшем разряде ЦАП (в триггере T_{n-1}) сохраняется 1. Если же $u_{\text{BX}} < u_{\text{Э}(n-1)}$, то компаратор выдает импульс, который (пройдя через схему) устанавливает триггер T_{n-1} в состояние 0. Одновременно происходит сдвиг в регистре RG

и единица перейдет в $(n-1)$ -й разряд, что обеспечит подачу эталонного напряжения $u_{э(n-2)}$ с ЦАП на компаратор. Аналогично выполняются и все остальные такты работы АЦП. Таким образом, за n тактов осуществляется уравнивание преобразуемого напряжения $u_{вх}$ суммой эталонных напряжений, снимаемых с ЦАП:

$$u_{вх} = \sum_{i=0}^{n-1} a_i u_{эi} . \quad (11.5)$$

По сравнению с АЦП единичного приближения рассматриваемый преобразователь осуществляет преобразование за n шагов вместо $(2^n - 1)$. Очевидно, что статическая погрешность и быстродействие такого преобразователя определяются в основном параметрами ЦАП и компаратора (порогом чувствительности и быстродействием).

Схемы АЦП описанного типа широко распространены благодаря возможности построения многоразрядных (до 12 разрядов и выше) преобразователей, обладающих сравнительно высоким быстродействием (время преобразования оказывается порядка нескольких сотен наносекунд). В частности, на основе описанного метода серийно выпускаются интегральные микросхемы 12-разрядного АЦП К572ПВ1.

3) Параллельные АЦП.

Простейшая схема трехразрядного параллельного АЦП дана на рис. 11.3. Преобразователи этого типа осуществляют одновременное квантование сигнала с помощью набора компараторов, включенных параллельно источнику входного сигнала. Пороговые уровни компараторов устанавливаются с помощью резистивного делителя, подключенного к источнику опорного напряжения $u_{оп}$ в соответствии с используемой шкалой квантования. Число уровней квантования, а соответственно и число компараторов для n -разрядного АЦП, равно $2^n - 1$. При подаче на такой набор компараторов сигнала $u_{вх}$ на их выходах появляется квантованный сигнал, представленный в унитарном коде. Так, например (см. рис. 11.3), если входное напряжение не выходит за пределы диапазона от $2,5\Delta u$ до $3,5\Delta u$ (Δu – шаг квантования), то компараторы с первого по третий устанавливаются в состояние 1, а компараторы с четвертого по седьмой – в состояние 0. Для преобразования унитарного кода в двоичный используется соответствующее кодирующее устройство.

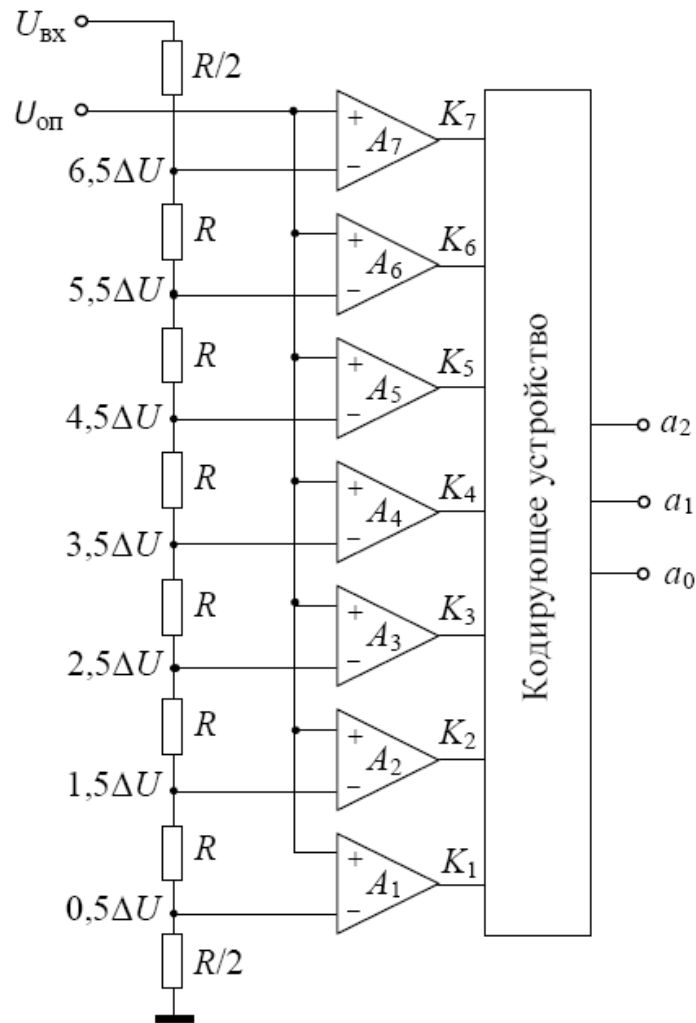


Рис. 11.3. Схема трехразрядного параллельного АЦП

В рассмотренных схемах для работы АЦП без сбоев необходимо, чтобы за время считывания (t_c) результатов с выходов компараторов входной сигнал $u_{ВХ}(t)$ изменился не более чем на значение шага квантования Δu , т. е. $\Delta u \leq u'_{ВХ}(t)t_c$.

Параллельные АЦП обладают самым высоким быстродействием среди других типов АЦП, определяемым быстродействием компараторов и задержками в кодирующем устройстве. Недостатком их является необходимость в большом количестве компараторов. Так, для восьмиразрядного АЦП требуется 255 компараторов. Это затрудняет реализацию многоразрядных (свыше 6–8 разрядов) АЦП в интегральном исполнении. Кроме того, точность преобразования ограничивается точностью и стабильностью компараторов и резистивного делителя. На основе этого способа строят наиболее быстродействующие АЦП со временем преобразования в пределах десятков и даже единиц наносекунд, но

ограниченной разрядности (не более шести разрядов). В частности, на основе данного метода преобразования серийно выпускаются БИС шестиразрядного АЦП К1107ПВ1 с временем преобразования не более 100 нс.

4) Последовательно-параллельные АЦП.

Последовательно-параллельные АЦП (рис. 11.4) позволяют в значительной мере уменьшить аппаратные затраты параллельных преобразователей и увеличить быстродействие последовательных.

В схеме, представленной на рис. 11.4, для реализации шестиразрядного АЦП рассматриваемого типа используются два трехразрядных параллельных АЦП.

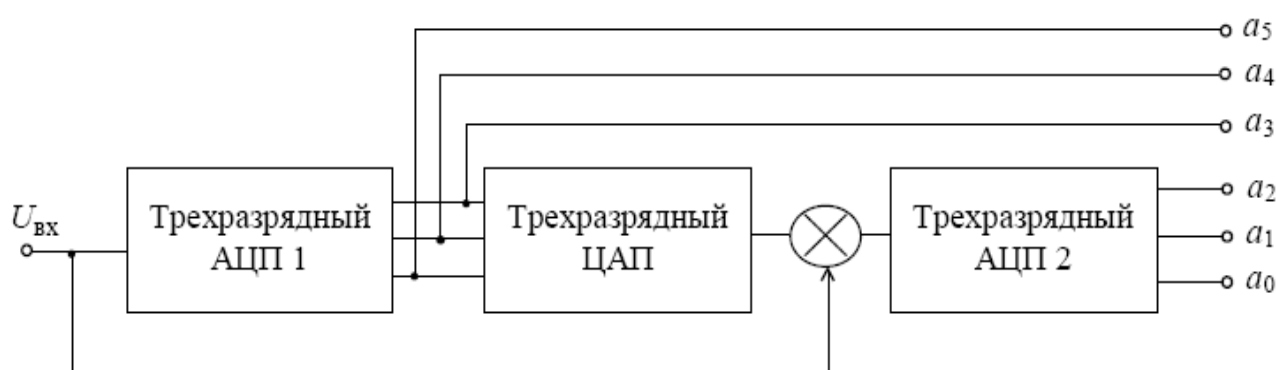


Рис. 11.4. Схема последовательно-параллельного АЦП

В данной схеме АЦП 1 вырабатывает три старших разряда выходного кода. Эти же три разряда, представляющие собой грубо квантованное значение $u_{ВХ}$, поступают на вход трехразрядного ЦАП. Здесь они претерпевают обратное преобразование, причем величина выходного напряжения ЦАП будет соответствовать величине грубо квантованного значения $u_{ВХ}$. Разность сигнала $u_{ВХ}$ и выходного сигнала ЦАП поступает на вход АЦП 2, вырабатывающего три младших разряда выходного кода. Если разность между грубо квантованным значением (с выхода ЦАП) и входным напряжением $u_{ВХ}$ усилить в восемь раз, то можно использовать два АЦП с одним и тем же диапазоном входного напряжения. Однако в этом случае точность у АЦП 1 должна быть почти такой же, как у шестиразрядного АЦП, так как иначе полученная разность между грубо квантованным значением и входным напряжением $u_{ВХ}$ не будет иметь смысла.

5) АЦП с промежуточным преобразованием в интервал времени.

На рис. 11.5 представлена схема АЦП с промежуточным преобразованием входного сигнала (напряжения) в пропорциональный ему

временной интервал T_x , который затем заполняется счетными импульсами эталонной частоты $f_{сч}$.

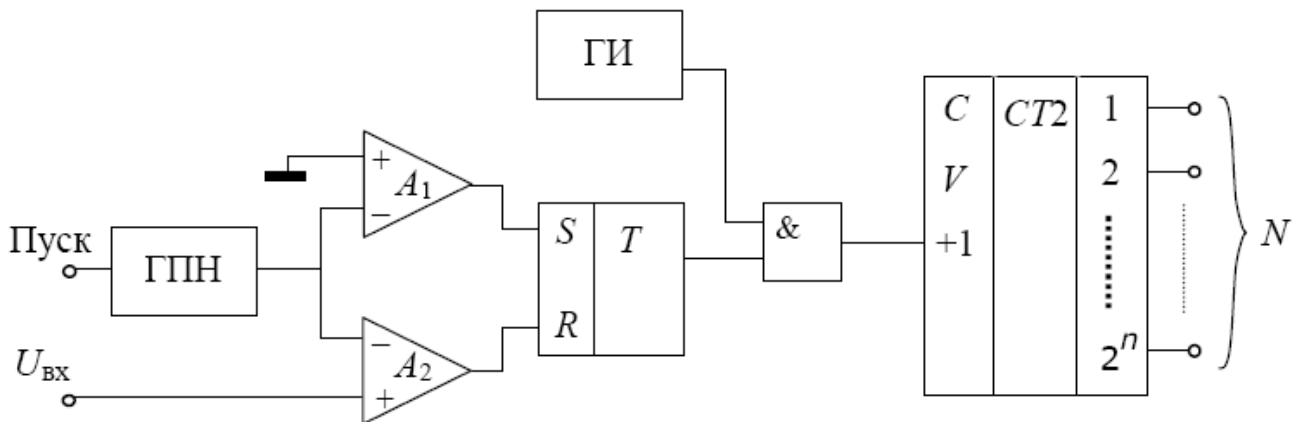


Рис. 11.5. Схема АЦП с промежуточным преобразованием в интервал времени

Число импульсов, попавших в измерительный интервал T_x , фиксируется счетчиком и выдается как цифровой эквивалент преобразуемого сигнала (рис. 11.6). При этом соотношение между кодом и входным сигналом имеет следующий вид:

$$N = \frac{T_x}{\Delta t_{сч}} = \frac{U}{\Delta t_{сч} \alpha}, \quad (11.6)$$

где α – скорость изменения напряжения генератора пилообразного напряжения ($\alpha = du_{ГПН}/dt$).

Статическая погрешность данного АЦП определяется нестабильностью частоты $f_{сч}$, отклонением характеристики генератора пилообразного напряжения (ГПН) от идеальной, погрешностью компараторов.

С точки зрения динамической погрешности, рассматриваемый АЦП аналогичен АЦП со ступенчатым пилообразным напряжением (с единичным приближением) (см. рис. 11.1, а).

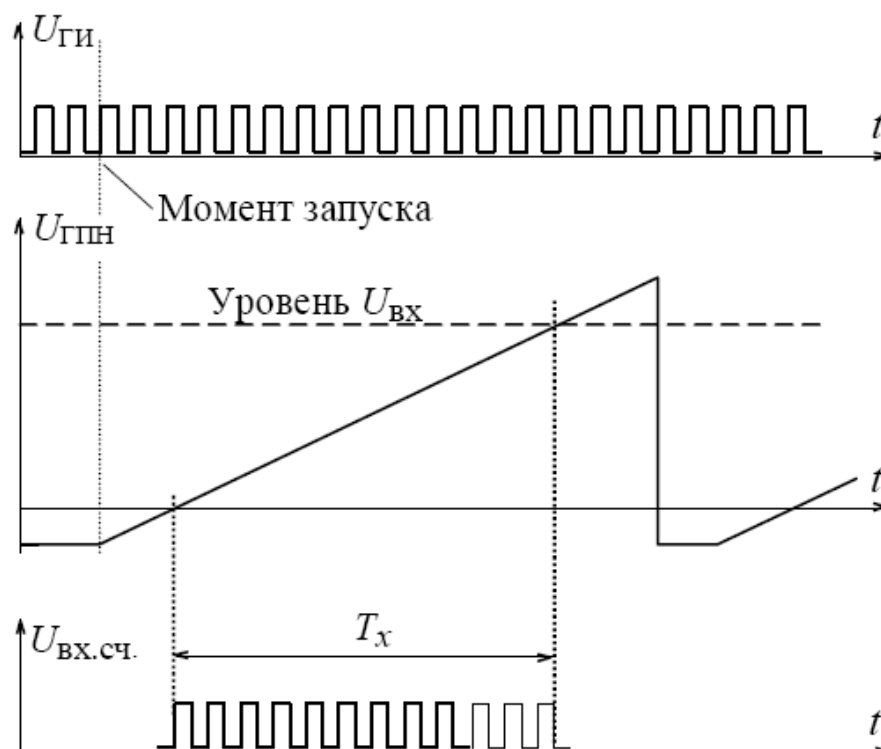


Рис. 11.6. Временная диаграмма АЦП с промежуточным преобразованием в интервал времени

б) АЦП двухтактного интегрирования.

Недостатком всех рассмотренных АЦП является их относительно низкая помехоустойчивость, что ограничивает их разрешающую способность, как правило, на уровне 8–10 разрядов. От этого недостатка свободны АЦП интегрирующего типа, использующие в процессе преобразования операцию интегрирования входного сигнала за фиксированный интервал времени.

Одним из наиболее распространенных вариантов такого преобразователя является АЦП двухтактного интегрирования (рис. 11.7). Полный цикл его работы состоит из двух тактов.

В первом такте импульс запуска, воздействуя на триггер T_1 , открывает ключ Кл1, после чего преобразуемый сигнал $u_{ВХ}$ подается на вход интегратора. На один вход компаратора подается выходное напряжение интегратора $u_{ИНТ}$, на другой – нулевое напряжение. Так как в начальный момент времени t_1 (рис. 11.8, а) напряжение интегратора равно нулю, компаратор срабатывает и перебрасывает триггер T_3 в состояние 1, в результате чего открывается элемент «И», и импульсы генератора ГИ начинают поступать на счетчик Сч. Интегрирование напряжения $u_{ВХ}$ производится за фиксированный интервал времени:

$$T = t_2 - t_1 = M \Delta t_{\text{сч}} = 2^n \Delta t_{\text{сч}}, \quad (11.7)$$

где $M = 2^n$ – коэффициент пересчета счетчика.

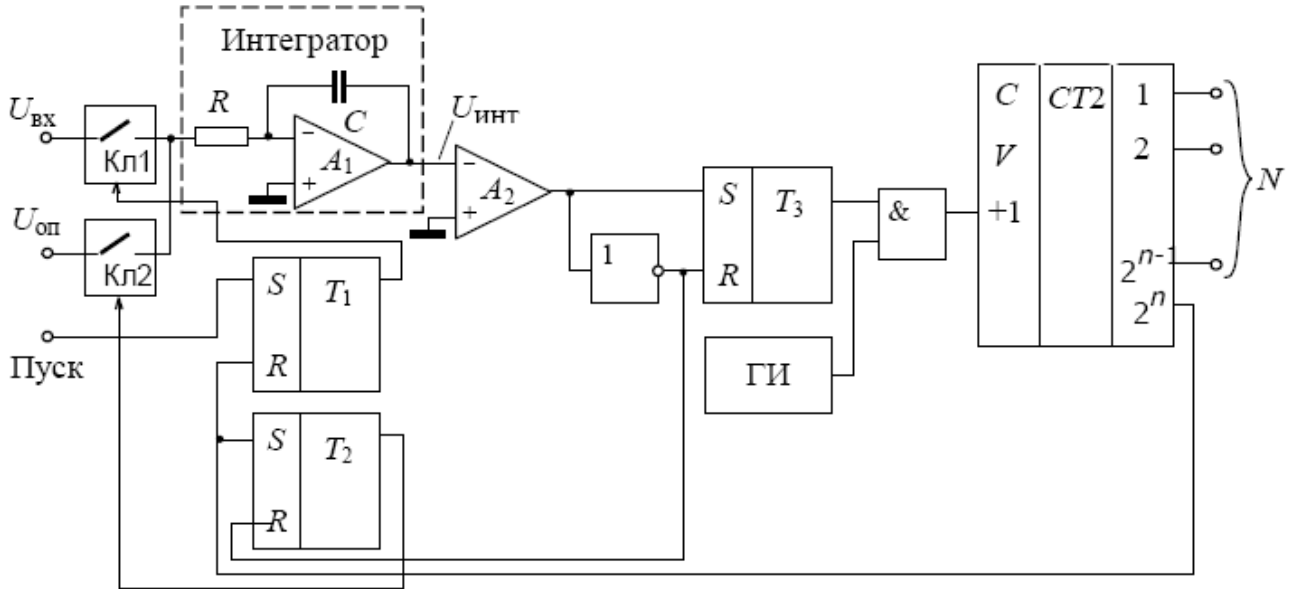


Рис. 11.7. Схема АЦП двухтактного интегрирования

Выходное напряжение интегратора на интервале времени (t_1, t_2) изменяется по закону

$$u_{\text{инт}} = \frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_{\text{вх}}(t) dt. \quad (11.8)$$

Конец интервала T фиксируется счетчиком, который в момент времени t_2 выдает импульс переполнения, поступающий на триггеры T_1 и T_2 . При этом ключ Кл1 закрывается, а ключ Кл2 открывается, и начинается второй такт работы преобразователя. На вход интегратора теперь поступает опорное напряжение $u_{\text{оп}}$, имеющее обратную полярность по отношению к $u_{\text{вх}}$. Начиная с момента времени t_2 , счетчик вновь заполняется импульсами с генератора импульсов (ГИ), а напряжение на выходе интегратора (см. рис. 11.8, а) уменьшается по закону

$$u_{\text{инт}} = u_{\text{инт}}(t_2) - \frac{1}{RC} \int_{t_2}^{t_3} u_{\text{оп}} dt, \quad (11.9)$$

причем в момент времени t_3 напряжение $u_{\text{инт}}$ становится равным нулю.

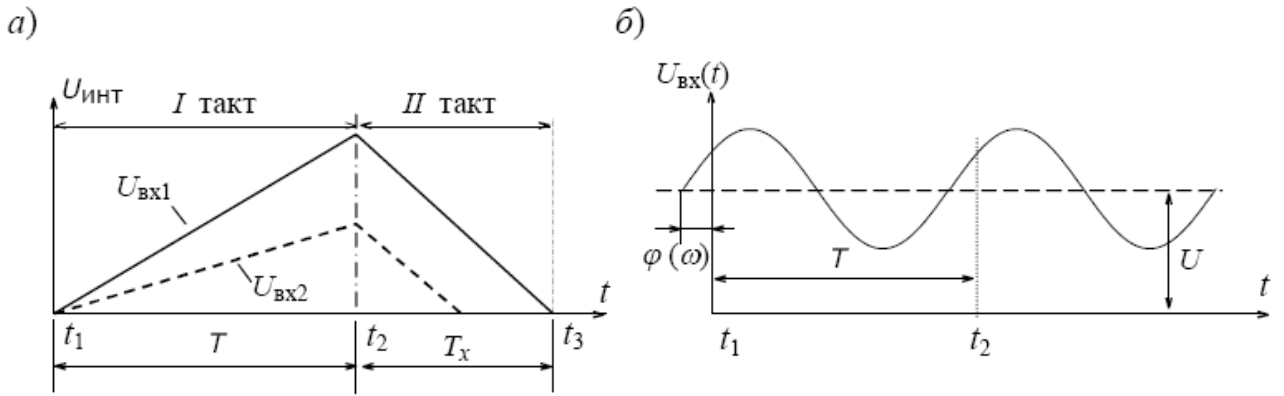


Рис. 11.8. Временные диаграммы АЦП двухтактного интегрирования

Компаратор возвращается в исходное положение и по инверсному выходу перебрасывает триггеры T_2 и T_3 в нулевое состояние. При этом напряжение $u_{оп}$ отключается от входа интегратора, а сигнал с выхода T_3 запрещает подачу импульсов ГИ на счетчик. В результате в счетчике фиксируется числовой код

$$N = \frac{T_x}{\Delta t_{сч}}, \quad (11.10)$$

где $T_x = t_3 - t_2$. С учетом (11.8) и (11.9) получаем $U_{вх}T = u_{оп}T_x$, где $U_{вх}$ – среднее значение входного сигнала $u_{вх}(t)$ на интервале времени (t_1, t_2) . Подставив в это выражение равенства (11.7) и (11.10), находим

$$N = \frac{T_x}{\Delta t_{сч}} = \frac{U_{вх}T}{u_{оп}\Delta t_{сч}} = \frac{2^n}{u_{оп}} U_{вх}, \quad (11.11)$$

т.е. выходной код АЦП пропорционален входному напряжению (его среднему значению).

Интегрирование входного сигнала в рассмотренном АЦП приводит к его усреднению и сглаживанию (ослаблению) всех быстрых по сравнению с временем интегрирования T помех, наводок и шумов. Использование двухтактного интегрирования позволяет компенсировать ряд составляющих статической погрешности, вызванных нестабильностью порога срабатывания компаратора и постоянной времени интегратора. Быстродействие данного АЦП невелико, при заданном числе разрядов оно определяется частотой счетных импульсов $f_{сч} = 1/\Delta t_{сч}$. Выбор последней ограничивается в основном временем включения компаратора.

Данные АЦП реализуются на основе интегральной технологии. В качестве примера можно указать интегральную микросхему 11-разрядного АЦП К572ПВ2.

Вопросы для самопроверки к разделу 11

1. Перечислите основные принципы построения аналого-цифровых преобразователей (АЦП).
2. От каких факторов зависит точность преобразования АЦП?
3. Какие требования должны быть предъявлены к крутизне фронтов тактового генератора АЦП?
4. Перечислите основные типы АЦП.
5. Чем отличаются АЦП параллельного и последовательного преобразования?
6. Каким образом можно увеличить разрядность АЦП параллельного преобразования?
7. От чего зависит быстродействие АЦП параллельного преобразования?
8. Как связана длительность цикла преобразования АЦП с последовательным набором кода от его разрядности?
9. АЦП какого типа являются наиболее быстродействующими?
10. Перечислите основные источники погрешностей преобразования наиболее распространенных АЦП.
11. Сформулируйте алгоритм работы регистра последовательных приближений (РПП), используемого в АЦП последовательного приближения.
12. От чего зависит надежность работы АЦП?
13. Укажите достоинства и недостатки интегрирующих АЦП.
14. Почему в интегрирующих АЦП увеличение числа тактов преобразования ведет к более высокой стабильности параметров преобразователя?

Список рекомендуемой литературы

1. Сато Юкио. Цифровая обработка сигналов / Юкио Сато. – М.: Додэка-XXI, 2010. – 176 с.
2. Креккрафт Д. Аналоговая электроника. Схемы, системы, обработка сигнала / Д. Креккрафт, С. Джерджли; под ред. А.А. Лапина, пер. с англ. – М.: Техносфера, 2009. – 360 с.
3. Бойт К. Цифровая электроника / К. Бойт, ; пер. с нем. – М.: Техносфера, 2008. – 472 с.
4. Опадчий Ю.Ф. Аналоговая и цифровая электроника / Ю.Ф. Опадчий, О.П. Глудкин, А.И. Гуров. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 768 с.
5. Аналого-цифровое преобразование / Ред. Уолт Кестер. – М.: Техносфера, 2007. – 1015 с.
6. Волович Г.И. Схемотехника аналоговых и аналого-цифровых электронных устройств / Г.И. Волович. – М.: Додэка-XXI, 2005. – 530 с.
7. Айгестер Э.С. Цифровая обработка сигналов. Практический подход / Э.С. Айгестер, Б.У. Джервис; пер. с англ. – М.: Издат. дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
8. Першин В.Т. Основы радиоэлектроники. Учеб. пособие / В.Т. Першин. – Минск: Высшая школа, 2006. – 399 с.
9. Нефедов В.И. Основы радиоэлектроники и связи. Учеб. пособие / В.И. Нефедов, А.С. Сигов; под ред. В.И. Нефедова. – М.: Высшая школа, 2009. – 735 с.
10. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация / Г. Лэм; пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 592 с.
11. Васильев В.И. Электронные промышленные устройства: Учебное пособие / В.И. Васильев, Ю.М. Гусев, В.Н. Миронов, С.Г. Обухов, В.А. Семеран. – М.: Высшая школа, 1988. – 304 с.
12. Лебедев О.Н. Микросхемы памяти и их применение / О.Н. Лебедев. – М.: Радио и связь, 1990. – 160 с.
13. Федорков Б.Г. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение / Б.Г. Федорков, В.А. Телец. – М.: Энергоиздат, 1987. – 320 с.
14. Каганов В.И. Радиотехнические цепи и сигналы. Лабораторный практикум / В.И. Каганов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2004. – 154 с.
15. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков. – М.: Высшая школа, 2000. – 410 с.

Содержание

Введение.	3
1. Сигналы и сообщения: способы их представления, основные параметры.	4
Вопросы для самопроверки к разделу.	8
2. Гармонический анализ детерминированных сигналов.	9
2.1. Спектральный анализ периодических сигналов.	9
2.2. Спектральный анализ непериодических детерминированных сигналов.	14
Вопросы для самопроверки к разделу 2.	18
3. Корреляционный анализ случайных сигналов.	19
Вопросы для самопроверки к разделу 3.	30
4. Аналоговые функциональные преобразователи сигналов.	31
Вопросы для самопроверки к разделу 4.	39
5. Частотные фильтры.	40
5.1. Пассивные частотные фильтры.	40
5.2. Активные частотные фильтры.	47
Вопросы для самопроверки к разделу 5.	62
6. Модуляция гармонических сигналов.	63
6.1. Амплитудная модуляция.	64
6.2. Частотная и фазовая модуляции.	75
Вопросы для самопроверки к разделу 6.	85
7. Модуляция импульсных сигналов.	86
7.1. Амплитудно-импульсная модуляция.	89
7.2. Частотно-импульсная модуляция.	92
7.3. Широтно-импульсная модуляция.	96
Вопросы для самопроверки к разделу 7.	99
8. Дискретизация информационных сигналов.	100
Вопросы для самопроверки к разделу 8.	106
9. Кодирование информации. Помехозащищенные коды.	106
Вопросы для самопроверки к разделу 9.	116
10. Цифроаналоговые преобразователи (ЦАП)	117
Вопросы для самопроверки к разделу 10.	133
11. Аналого-цифровые преобразователи.	134
Вопросы для самопроверки к разделу 11.	146
Список рекомендуемой литературы.	147